



Technische  
Universität  
Braunschweig

**NFL**   
am Campus Forschungsflughafen



## Windmessung mittels Segelflugzeug

**Falk Pätzold**

TU Braunschweig, Institut für Flugführung

**Niedersächsisches Forschungszentrum für Luftfahrt -  
Forschungsbericht 2018-04**

**TU Braunschweig – Niedersächsisches  
Forschungszentrum für Luftfahrt**

**Berichte aus der Luft- und Raumfahrttechnik**

**Forschungsbericht 2018-04**

# **Windmessung mittels Segelflugzeug**

**Falk Pätzold**

**TU Braunschweig  
Institut für Flugführung**

---

Diese Arbeit erscheint gleichzeitig als von der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs genehmigte Dissertation.

**Die Deutsche Bibliothek - CIP Einheitsaufnahme**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.de> abrufbar.

**Falk Pätzold**

Windmessung mittels Segelflugzeug

©2018

ISBN 978-3-947623-00-6

als Manuskript gedruckt

Diese Arbeit erscheint gleichzeitig als von der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs genehmigte Dissertation.

**Herausgeber der NFL Forschungsberichte:**

TU Braunschweig – Niedersächsisches Forschungszentrum für Luftfahrt

Hermann-Blenk-Straße 27 • 38108 Braunschweig

Tel: 0531-391-9822 • Fax: 0531-391-9804

Mail: [nfl@tu-braunschweig.de](mailto:nfl@tu-braunschweig.de)

Internet: [www.tu-braunschweig.de/nfl](http://www.tu-braunschweig.de/nfl)

Copyright Titelbild: Falk Pätzold

# **Windmessung mittels Segelflugzeug**

Von der Fakultät für Maschinenbau  
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung der Würde eines  
eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Dissertation

von: Falk Pätzold

aus: Malchin

eingereicht am: 24. November 2016

mündliche Prüfung am: 29. Mai 2017

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Peter Hecker  
Prof. Dr.-Ing. Florian Holzapfel





Loin' deo - Ah!

Wobbendidend' loin' deo.

Hmmmm, däää! - Hmmmm, däää!

*Triohatala – Stimmhorn*



## Übersicht

Die präzise Messung der Luftbewegung in der Atmosphäre ist essentiell für die meteorologische Grundlagenforschung. Die fluggestützte in-situ Windvektormessung ist hierfür ein wichtiges Werkzeug. Sie basiert auf der Messung des Anströmvektors des Flugzeugs, des Geschwindigkeitsvektors gegenüber der Erde und der Lagewinkel zur Transformation in ein gemeinsames Koordinatensystem zur Vektordifferenzbildung (direkte in-situ Vektordifferenz-Windmessung). Eigenschaften des Trägersystems gehen allenfalls als Störgrößen in die Messung ein.

Segelflugzeuge weisen aufgrund ihrer aerodynamischen Güte eine große Sensitivität gegenüber der Vertikalwindkomponente in der Größenordnung von  $10^{-2} \text{ m s}^{-1}$  auf. Die Nutzung dieser Eigenschaft zur in-situ Vertikalwindbestimmung ist in einigen Quellen beschrieben. Allen gesichteten Lösungen ist jedoch gemein, dass niederfrequente Flugbahnschwingungen dem ermittelten Vertikalwind überlagert sind.

In der vorliegenden Arbeit wird die in-situ Messung des Windvektors unter Nutzung der Flugleistung eines Segelflugzeuges signifikant weiterentwickelt. Mittels analytischer und statistischer Modelle für die Beschreibung der Atmosphäre wird der Einfluss der bewegten Atmosphäre auf die Flugleistung abgeschätzt. Das Flugleistungsmodell des verwendeten Segelflugzeugs wird um den Einfluss der Reynoldszahl, des Schiebewinkels und der Drehbeschleunigung um die Querachse erweitert. Es ist Bestandteil der aus dem Impulsänderungssatz hergeleiteten und vereinfachten Bewegungsgleichungen, wobei die angewandten Vereinfachungen in Hinblick auf die Messaufgabe diskutiert werden. Mit Hilfe der Flugleistung in den Bewegungsgleichungen wird ein Transformationswinkel bestimmt, der für den Vertikalrichtung eine alternative Transformationsfolge zwischen den Koordinatensystemen im Vergleich zur direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung ermöglicht.

Anhand von Flugmessdaten und dem Vergleich mit bodengestützten Wind-LIDAR-Messungen wird die Plausibilität des aufgestellten Flugleistungsmodells, der Bewegungsgleichungen und der angewandten Transformationsfolge gezeigt, wobei die zumeist nicht bekannten Unsicherheiten der vorliegenden Flugzustandsgrößen diese Betrachtungen limitieren. Eine konservative Abschätzung der maximalen absoluten Unsicherheit zeigt eine relevant kleinere Unsicherheit der segelflugleistungsbasierten gegenüber der direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung in Vertikalrichtung. Das Segelflugzeug empfiehlt sich damit als hervorragender Erprobungsträger für fluggestützte Windmesstechnik, weil derselbe Windvektor auf unterschiedlichen Wegen bestimmt werden kann, womit Messfehler einiger wichtiger Flugzustandsgrößen beobachtbar werden.



## Abstract

Measuring the wind vector in the atmosphere precisely is essential for meteorological research. Airborne in-situ wind vector measurement is an important and well known tool. It is based on measuring the airspeed vector of the aircraft, its velocity vector relative to Earth and the aircraft attitude for transforming the velocity into a common frame for vector subtraction (direct in-situ wind vector measurement). Characteristics of the carrier system are at most a disturbance in the measurements.

Due to their aerodynamic quality, sailplanes have a great sensitivity to the vertical wind component in the magnitude of  $10^{-2} \text{ m s}^{-1}$ . The use of this inherent characteristic for in-situ vertical wind determination is described in literature. Common to all approaches is superimposing of low-frequency flight path oscillations to the determined vertical wind component.

In this thesis the in-situ measurement of the wind vector using the flight performance of a sailplane is substantially improved. By means of analytical and statistical models for the description of the atmosphere, the impact of the moving atmosphere on the sailplane flight performance is estimated. The flight performance model is extended to the influence of Reynolds number variations, angles of side slip and angular accelerations on the cross axis. It is part of the equations of motion derived from the principle of linear and angular momentum equilibrium. Simplifications are discussed with regard to the measuring task. Using the equations of motion a transformation angle is determined, which allows an alternative transformation sequence for the vertical axis compared to the direct in-situ wind vector measurement.

Based on inflight data and ground based wind-LiDAR measurements the plausibility of the developed flight performance model and the equations of motion is shown. The mostly unknown uncertainty characteristics of the flight state variables limit these considerations. A conservative estimation shows a relevant lower maximum absolute uncertainty for the sailplane performance based wind vector measurement compared with the direct in-situ wind vector measurement in vertical direction. Sailplanes are recommended as an outstanding test bed for airborne wind measuring technology, as the same wind vector can be determined with different weighting of the measured quantities, whereby measurement errors of some important flight state variables can be observed.



# Inhaltsverzeichnis

1	Einführung in die fluggestützte Windmessung .....	1
1.1	Anwendungen der fluggestützten Windmessung .....	2
1.2	Vor- und Nachteile der fluggestützten Windmessung .....	3
1.3	Beispiele von Luftfahrzeugen als Messträger .....	4
1.4	Eingrenzung des Untersuchungsgegenstandes .....	6
1.5	Forschungshypothese / Zielsetzung der Arbeit .....	9
1.6	Vorgehensweise .....	9
2	Charakterisierung des zu messenden Windvektors .....	11
2.1	Vorzeichenkonventionen der Windgrößenbezeichnungen .....	15
2.2	Windgradienten .....	16
2.3	Kenngößen der atmosphärischen Turbulenz .....	18
3	Flugversuche und Messdaten .....	20
3.1	Gemessene Zustandsgrößen des Segelflugzeugs .....	20
3.2	Beschreibung der Flugversuche über dem Windtracer WTX des KIT .....	21
3.3	Beschreibung der Messdaten des Wind-LiDARs .....	22
4	Stand der Windmessung mittels Segelflugzeug .....	29
4.1	Diskussion der direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung .....	29
4.2	Stand der Nutzung der Flugleistung von Segelflugzeugen zur Windmessung .....	39
4.3	Ansatzpunkte für die Verbesserung der Windmessung mittels Segelflugzeug .....	46
5	Modellierung der Flugleistung des Segelflugzeugs .....	47
5.1	Stand der Flugleistungsbeschreibung für den stationären Geradeausflug .....	47
5.2	Erweitertes Modell für die Flugleistung im quasistationären Geradeausflug .....	53
6	Herleitung und Anwendung der Bewegungsgleichungen .....	88
6.1	Herleitung der Bewegungsgleichungen unter vereinfachenden Annahmen .....	88
6.2	Diskussion der Vereinfachungen in den Bewegungsvektorgleichung .....	100
6.3	Zusammengefasste Gleichungssysteme für die segelflugleistungs-basierte in-situ Vektordifferenz-Windmessung .....	105
6.4	Konzeptioneller Vergleich mit bestehenden Ansätzen zur segelflugleistungs-basierten Windmessung .....	107
7	Anwendung der Windmessung mittels Segelflugzeug .....	109
7.1	Vorgehensweise zur Bewertung der erarbeiteten Ansätze .....	109
7.2	Darstellung und Diskussion der Ergebnisse .....	111
7.3	Vereinfachungen der Windmessung mittels Flugleistung des Segelflugzeugs .....	134
7.4	Gesamtbewertung der Windmessung mittels Segelflugzeug .....	139
8	Zusammenfassung und Ausblick .....	145



Literaturverzeichnis .....	150
Konventionen .....	160
Formelzeichen .....	160
Abkürzungen .....	162
Abbildungsverzeichnis .....	164
Tabellenverzeichnis .....	170
Anhang .....	171
A.1 Beschreibung Referenzsegelflugzeug DG-300/17 .....	171
A.2 Detailbetrachtungen zu den Einflussgrößen auf die Flugleistung .....	182
A.3 Komponentenschreibweise der Vektordifferenz-Windmessgleichungen .....	192
A.4 Bestimmung der Flugleistung aus Bahn- und Windgeschwindigkeitsvektor .....	200
A.5 Diagramm zur Fehlereinflussanalyse .....	201
A.6 Koordinatensysteme und Transformationsmatrizen .....	206

# 1 Einführung in die fluggestützte Windmessung

Die Atmosphäre der Erde lässt sich durch orts- und zeitabhängige Zustandsgrößen und deren Änderung beschreiben. Das Vektorfeld der Luftbewegung beschreibt die für die dominierenden Stoff- und Wärmetransportprozesse erforderliche Bewegung des atmosphärischen Luftgemischs: Advektive und konvektive atmosphärische Vorgänge von mesoskaliger bis lokaler Größe ( $10^7 \dots 10^1 \text{ m}$ ) und Vorgänge turbulenter Natur von lokaler Größe ( $10^3 \dots 10^{-3} \text{ m}$ ). Die Messung der Luftbewegung in der Atmosphäre ist essentiell für die Entwicklung und Anwendung von Wetter- und Klimamodellen.

Für die Bestimmung des Windvektors an Orten oberhalb der Erdoberfläche gibt es in technisch begrenztem Maße die Möglichkeit Bauwerke zu errichten, an denen entsprechende Sensorik angebracht ist, sogenannte Windmesstürme, in der Praxis bis ca. 300m Höhe (Calhoun et al., 2005). Für größere Höhen kommen Fernerkundungsmethoden (z.B. LiDAR, RADAR) und *in-situ* Messungen mittels geeigneter Trägersysteme (z.B. Flugzeuge und Ballone) in Frage. In einigen Anwendungen werden üblicherweise bodengestützte Fernerkundungsmethoden wie LiDAR in Trägerflugzeuge implementiert und bestimmen den Strömungsvektor außerhalb der vom Flugzeug direkt beeinflussten Umgebung (*ex-situ*; z.B. Rothermel et al., 1998 und Matayoshi et al., 2007).

Als Grundprinzip der in dieser Arbeit betrachteten fluggestützten Windmessung wird die vektorielle Differenz zwischen der Bewegung des Luftfahrzeugs in einem erdfesten, mitrotierenden Koordinatensystem  $\bar{V}_{Kg}$  und gegenüber der Luft am Ort des Luftfahrzeugs  $\bar{V}_g$  gebildet:

$$\bar{V}_{Wg} = \bar{V}_{Kg} - \bar{V}_g \quad \{1.1\}$$

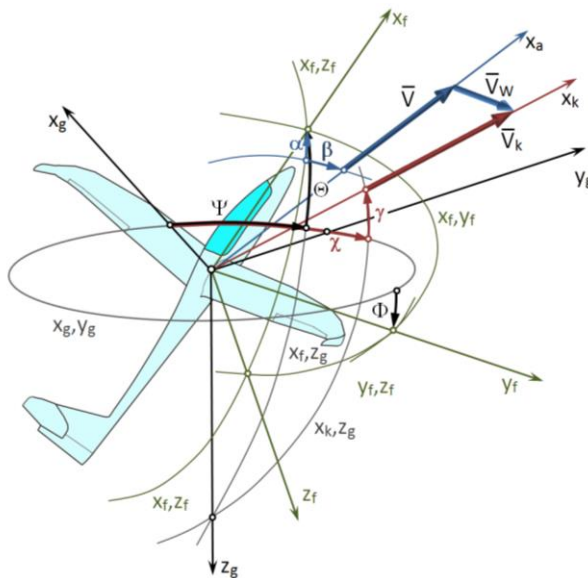
mit

$\bar{V}_{Wg}$  – Windgeschwindigkeitsvektor (Windvektor) im geodätischen Koordinatensystem

$\bar{V}_{Kg}$  – Bahngeschwindigkeitsvektor im geodätischen Koordinatensystem

$\bar{V}_g$  – Geschwindigkeitsvektor gegenüber der Luft (Flugwindvektor) im geodätischen Koordinatensystem

Für die Transformation des Bahngeschwindigkeitsvektors  $\bar{V}_K$  und des Flugwindvektors  $\bar{V}$  in ein einheitliches Koordinatensystem sind die benötigten Winkel zwischen den beschreibenden Koordinatensystemen zu bestimmen, siehe Abb. 1.1. Der Anströmwinkel des Flugzeugs, bestehend aus Anstellwinkel  $\alpha$  und Schiebewinkel  $\beta$ , gemäß DIN9300 (1990) definiert, wird dabei üblicherweise mittels einer Fünfflochsonde *direkt* gemessen, weshalb diese Vorgehensweise in dieser Arbeit als *direkte in-situ Vektordifferenz-Windmessung* bezeichnet wird. Die praktische Umsetzung ist zum Beispiel in Lenschow (1972), Vörsman (1985) und Lenschow (1986) beschrieben und wird in Kapitel 4.1 vertiefend analysiert.



**Abb. 1.1: Koordinatensysteme und Winkelbeziehungen der in-situ Vektordifferenz-Windmessung (nach Brockhaus, 1987)**

## 1.1 Anwendungen der fluggestützten Windmessung

Der Windvektor wird beim Betrieb von Luftfahrzeugen standardmäßig als Teil der Navigationsaufgabe bordautonom bestimmt. Hinreichend ist hierfür zumeist die Ermittlung des horizontalen Anteils. Im *Segelflug* wird der Vertikalwindkomponente hingegen besondere Aufmerksamkeit geschenkt, weil diese für den Betrieb von primärer Bedeutung ist. Üblicherweise wird diese unabhängig vom Horizontalwind mittels sogenannter Variometer durch direkte Messung der vertikalen Druckänderung in der Atmosphäre bestimmt.

Die Genauigkeit des an Bord von Flugzeugen bestimmten Windvektors richtet sich nach operationellen Bedürfnissen und strengen wirtschaftlichen Randbedingungen für die installierte Messtechnik, sodass die aktuellen messtechnischen Genauigkeitsgrenzen der *direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung* üblicherweise nicht ausgereizt werden.

Für wissenschaftliche Untersuchungen werden diverse Forschungsflugzeuge betrieben, siehe z.B. EUFAR (2015) und Kapitel 1.3. Sie werden für verschiedene Untersuchungen u.a. in der Meteorologie eingesetzt, um mittels gezielter Versuche Zusammenhänge in der Atmosphäre der Erde zu identifizieren und quantifizieren. Dabei sind fast immer Transport- und Turbulenzvorgänge relevant (z.B. Bange, 2007), sodass die präzise Windvektorbestimmung in den meisten Fällen unverzichtbar ist.

Für den Wissenschaftsbereich Flugleistung und Flugdynamik verallgemeinern Brockhaus et al. (2011): „Die Bewegungen der Atmosphäre sind die Hauptursachen der Störung von Flugbahn und Fluglage.“ Kenntnisse über das Windfeld sind also zumeist Grundlage für die Simulation und die Auswertung von Flugversuchen.

Ein wissenschaftlicher Sonderfall ist die Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen, bei der mittels verschiedener Ansätze die *aerodynamische* Flugleistung von Segelflugzeugen vom Störeinfluss des Windvektorfeldes getrennt wird, vgl. Pielsticker (1936), Spilger (1937), Oosterom (1954), Bonneau (1954), Stich (1979), Schmerwitz (1988), Wende (2003).

## 1.2 Vor- und Nachteile der fluggestützten Windmessung

Die grundsätzliche Herausforderung der *direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung* sind die Beeinflussung des zu messenden Anströmvektors durch das auftriebserzeugende Trägerflugzeug und die Unsicherheit der Lagewinkelbestimmung. Einflüsse der Flugzeugumströmung und -bewegung auf die Messung sind Störgrößen und werden mittels verschiedener Kalibrierverfahren minimiert (Gracey, 1981; Schmerwitz, 1988; Dierks, 2002). Die Unsicherheiten durch die Lagewinkelbestimmung werden nur ausnahmsweise thematisiert (Forster, 2012).

Während die bodengestützte Fernerkundung aufgrund ihres immobilen Charakters jeweils nur einen kleinen Bereich der Atmosphäre rund um ihren Standort abdeckt, sind die Messungen der satellitengestützten Fernerkundung von vergleichsweise schlechter räumlicher Auflösung und bahnmechanisch bedingt wenig variabel (Susko und Hermann, 1995; Reitebuch et al., 2009). Radiosonden sind in ihrer Trajektorie praktisch nicht steuerbar und Ballone – gefesselt und frei fahrend – lediglich in der Vertikalrichtung kontrollierbar. Luftfahrzeuge (Flächenflugzeuge, Drehflügler) unterschiedlicher Größe (kleine unbemannte Fluggeräte bis große Transportflugzeuge) erreichen prinzipiell jeden Ort der Troposphäre und unteren Stratosphäre und sind gegenüber bodengebundenen Messtechniken, Radiosonden und Satelliten sehr flexibel in der Wahl der Messtrajektorien. Ortsfeste Windvektor-Messungen sind fluggestützt hingegen nur im Ausnahmefall durchführbar und sinnvoll. Die benötigte Art der Trajektorie hängt schlussendlich von der zu untersuchenden Messaufgabe ab. Die verschiedenen Beobachtungsmethoden zur Windvektorbestimmung sind im Gesamtkontext der Atmosphärenbeobachtung als komplementär anzusehen (Bange et al., 2002).

Luftfahrzeuge haben Nutzlastkapazitäten von wenigen Gramm bis zu über einhundert Tonnen und können somit diverse Messtechniken tragen. Neben der maximalen Nutzlast sind die missionsrelevanten Parameter z.B. die maximale Flugdauer, die nutzbaren Fluggeschwindigkeiten und Flughöhen und die Betriebskosten. Diese Größen sind nur in technisch und teils luftrechtlich gesetzten Grenzen unabhängig variierbar, sodass ein bestimmtes Luftfahrzeug immer nur einen Teil der in der Praxis für die Messaufgabe erforderlichen Missionsprofile bedienen kann. In der Regel werden für zivile und

militärische Zwecke entwickelte Luftfahrzeuge in Forschungsflugzeuge umgewidmet, siehe Kapitel 1.3. Nur in sehr seltenen Fällen werden Flugzeuge direkt für die fluggestützte Meteorologie und Geophysik entwickelt (z.B. Forschungsflugzeug *Grob Strato2c*).

### 1.3 Beispiele von Luftfahrzeugen als Messträger

Für verschiedene Forschungsanwendungen wurden diverse Forschungsluftfahrzeuge mit unterschiedlichen Ausrüstungen ausgestattet, siehe z.B. EUFAR (2015). Einige markante Beispiele sind nachfolgend beschrieben. Die fluggestützte Windmessung ist an allen Größenklassen von Luftfahrzeugen/Fluggeräten durch Umsetzung der *direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung* realisiert. Das in der vorliegenden Arbeit genauer betrachtete Segelflugzeug nimmt wegen des fehlenden Antriebs eine Sonderstellung ein. Hier setzt die vorliegende Arbeit an und untersucht die mögliche Nutzung dieser Besonderheit für die fluggestützte Windmessung.

- NASA F-104: Windvektormessung für Spaceshuttle-Starttrajektorienplanung

Im Zeitraum unter einer Stunde vor dem Start eines Spaceshuttles sollte das Windprofil bis 18.000 m Höhe im Startsektor mit der Genauigkeit von Radiosonden bestimmt werden, wofür ein modifizierter *F-104 Starfighter* verwendet wurde (Haering, 1990). Für schnell- und hochfliegende Messungen und große Nutzlasten werden oft militärisch entwickelte Basisflugzeuge eingesetzt, so z.B. auch die russische *M-55 Geophysica* (Stefanutti et al., 1999) und die *NASA Science Airborne Program C-130H* (NASA, 2015).

- DLR: High Altitude and Long Range (HALO) Research Aircraft

Dieses Forschungsflugzeug basiert auf einem zivilen *Gulfstream G550* Business Jet und wurde umfassend modifiziert. Die primär angedachten Missionsprofile sind in die Namensgebung eingeflossen. Wie bei komplexen Forschungsflugzeugen üblich, sind neben meteorologischen Messungen diverse andere Anwendungsfelder vorgesehen (DLR, 2015). Ein Nasenmast zur Anströmvektormessung als Teil der Windvektormessung ist Bestandteil der Basisausrüstung.

- TU Braunschweig: Dornier Do128-6 (D-IBUF)

Dieses zweimotorige Forschungsflugzeug, primär geeignet für die Befliegung der niedrigen Troposphäre, ist ebenfalls mit einem Nasenmast als Teil der Windvektorbestimmung ausgestattet. Temporär können drei weitere Windmessstationen installiert werden (Hankers, 2006) womit eine räumliche Messung des Windfeldes erreicht wird. Eingesetzt wurde dies bislang für die Messung des Wirbelfeldes von Flugzeugen (Fischenberg, 2002).

- TU Braunschweig: Helipod

Eine Sonderanwendung ist die Hubschrauberschleppsonde Helipod. Sie entspricht in ihrer instrumentellen Ausstattung mittelgroßen Forschungsflugzeugen wie z.B. der oben beschriebenen Do128-6, benötigt jedoch keine Start- und Landebahn bei ähnlichen Einsatztrajektorien, wie die langsam fliegender bemannter Flächenflugzeuge.

Ihre Einsatzdomäne sind entlegene Gegenden, z.B. von Hubschraubertauglichen Forschungsschiffen aus operierend (Bange, 2007). Der benötigte Hubschrauber kann flexibel gewählt werden.

- MetAIR (Schweiz) und ARA (Airborne Research Australia), University of Edinburgh (Großbritannien): Motorsegler EcoDimona

Motorsegler vom Typ *Diamond Aircraft HK36TTC EcoDimona* werden von mehreren Betreibern weltweit eingesetzt. Als eines der wenigen Flugzeugmuster im Bereich der leichten Flugzeuge bietet es zugelassene Außenlastträger (Pods), um den begrenzten Innenraum zu erweitern und Sensorik in möglichst ungestörte Anströmung einzubringen. Die Windmessung, integriert in einem der FlügelPods, gehört zur meteorologischen Basisausstattung dieser Flugzeuge bei den genannten Betreibern.

- DLR: Referenzsegelflugzeug DG-300/17

Dieses Segelflugzeug wurde fast ausschließlich als Referenzflugzeug für die Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen im Vergleichsflugverfahren eingesetzt. Hierzu wurde die absolute Flugleistung dieses Segelflugzeugs zeitintensiv bestimmt und diese Flugleistungsinformation im relativen Messverfahren des Vergleichsflugs zeiteffizient auf die zu vermessenden Segelflugzeuge übertragen (Stich, 1979; Schmerwitz, 1988). Beim Einsatz der fotogrammetrischen Messmethode im Vergleichsflugverfahren (1960er bis 2002) wurde der Windvektor nicht bestimmt, sondern lediglich die kalibrierten Eigenschaften für eine relative Messung genutzt. Mit Übergang auf die von Wende (2003) beschriebene Messtechnik und Auswertung wurde der Windvektor unter Nutzung der als bekannt angenommenen Flugleistung der DG-300/17 bestimmt. Seit 2005 ist eine Anströmvektormessung installiert (Pätzold, 2006) und somit eine *direkte in-situ Vektordifferenzwindmessung* möglich.

Segelflugzeuge sind in ihrem Missionsprofil stark abhängig von meteorologischen Randbedingungen. Ein stetiger Flug in konstanter Höhe ist praktisch nicht geplant zu realisieren. Die Nutzung der spezifischen Segelflugeigenschaften für meteorologische Messungen wurde bereits von Georgii (1931) und Raspet (1948) beschrieben und in der Folge eher punktuell und nicht systematisch realisiert, z.B. Müller (1934), MacCready (1962), Hertenstein und Martin (2008) und Millane et al. (2010). Neben dem fehlenden Antrieb und der hohen aerodynamischen Güte sprechen niedrige Zulassungs- und Betriebskosten für Segelflugzeuge als Flugversuchsträger.

- TU Braunschweig: M<sup>2</sup>AV Carolo und P360 Carolo ALADINA

Die Nutzung unbemannter Flugsysteme erweitert die Möglichkeiten der fluggestützten Messungen bezüglich vielfältiger Randbedingungen gegenüber den bemannten Trägersystemen erheblich, z.B. Flughöhe, Infrastrukturanforderungen und Kostenrahmen. Die Windvektormessung folgt den gleichen Grundsätzen wie bei bemannten Luftfahrzeugen, jedoch ist die einsetzbare Messtechnik bezüglich Masse, Volumen und Energiebedarf stark eingeschränkt und der Einsatz aus luftrechtlicher Sicht begrenzt.

Die Nutzung der Windmessung an Bord des M<sup>2</sup>AV Carolo wurde z.B. in van den Kroonenberg (2009), Martin et al. (2011), Altstädter (2015) und Lampert et al. (2016) dargelegt.

#### 1.4 Eingrenzung des Untersuchungsgegenstandes

Die *direkte in-situ Vektordifferenz-Windmessung* nach Abb. 1.1 nutzt in ihrer üblichen Anwendung bei motorgetriebenen Luftfahrzeug das Trägersystem lediglich zum Transport der Messtechnik durch die Atmosphäre. Genauigkeitsbegrenzend ist neben der Messgenauigkeit beider Vektorbeträge die Notwendigkeit der Transformation der Vektorbeträge in ein gemeinsames Koordinatensystem durch Messung der hierzu benötigten Winkel. Die *in-situ Vektordifferenz-Windmessung* mittels direkt gemessenem Anströmvektor ist einschließlich der benötigten Kalibriermethoden in der Literatur umfassend behandelt. Sie ist grundsätzlich geeignet den Windvektor in einem sehr breiten spektralen Bereich vom stationären Grenzwert bis zu höherfrequenten turbulenten Strömungen fluggestützt zu messen (0 bis  $10^2$  Hz). Die Vertikalwindkomponente lässt sich mit einer Unsicherheit von etwa  $10^{-1} \text{ m s}^{-1}$  bestimmen, was angesichts der starken vertikalen Ausprägung der thermodynamischen Zustandsänderungen in der Atmosphäre eine relativ große Unsicherheit darstellt. Die Grundlagen und die nach Literatur erreichbaren Genauigkeiten der *direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung* werden in Kapitel 4.1 ausführlich dargestellt.

Segelflugzeuge zeichnen sich durch einen als eindeutig annehmbaren Zusammenhang zwischen Fluggeschwindigkeit und Vertikalgeschwindigkeit gegenüber der Luft bei gleichzeitig kleinen Vertikalgeschwindigkeiten (Größenordnung  $1 \text{ m s}^{-1}$ ) aus. Diese spezifische flugmechanische bzw. aerodynamische Eigenschaft von Segelflugzeugen wird in wenigen Fällen zur Windmessung herangezogen, z. B. Hertenstein und Martin (2008) und Millane et al. (2010). Bei der Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen im Vergleichsflugverfahren, wie von Stich (1979) und Schmerwitz (1988) beschrieben, wird diese Eigenschaft des Referenzsegelflugzeugs zwar physikalisch genutzt, jedoch der Windvektor nicht ermittelt. Dies erfolgte durch die Arbeit von Wende (2003), in der der Windvektor durch Anwendung von Bewegungsgleichungen unter Berücksichtigung der Flugleistung explizit bestimmt und mit der Annahme eines lokal-konstanten Windfeldes auf das zu untersuchende Segelflugzeug übertragen wird.

Wende (2003) stand gegenüber Abb. 1.1 nur eine unvollständige Flugzustandsmessung zur Verfügung. Insbesondere die fehlende Kurswinkelmessung erfordert die Schätzung der Windrichtung, was nicht immer eindeutig möglich ist. Für die Anwendung auf das Vergleichsflugverfahren zur Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen führt selbst ein physikalisch nicht korrekter Windvektor zu sehr guten Resultaten, was mit dem Relativmessungs-Charakter des Verfahrens begründet ist (korrelierte Verfahrensfehler). In Pätzold (2011) wird die *relative Unsicherheit* der Flugleistungsvermessung im Vergleichsflugverfahren nach Wende (2003) im Geschwindigkeitsbereich von  $80..160 \text{ km h}^{-1}$  mit

kleiner als 1 % der Eigenvertikalgeschwindigkeit bestimmt (ca.  $0,003 \text{ m s}^{-1}$  bei  $80 \text{ km h}^{-1}$  und  $0,015 \text{ m s}^{-1}$  bei  $160 \text{ km h}^{-1}$ ). Dieses Ergebnis folgt als zeitlich stark gemitteltes Resultat über Messabschnitte mit 60..120 s Dauer und kann als *relative Unsicherheit* der Windmessung mit dem verwendeten Ansatz in der Größenordnung von  $0,01 \text{ m s}^{-1}$  interpretiert werden.

Die Überprüfung der *absoluten* Flugleistung des verwendeten Referenzsegelflugzeugs auf Basis von Messdaten aus Vergleichsflugvermessungen in Wende und Pätzold (2003) zeigten eine Verschiebung der als bekannt angenommenen absoluten Flugleistung des Segelflugzeugs in der Größenordnung von wenigen  $\text{cm s}^{-1}$ , was auf die im Zeitraum der Messungen herrschende meteorologische Situation (Absinkvorgang in einem Hochdruckgebiet) zurückgeführt wurde. Eine detailliertere Eingrenzung und Bewertung hinsichtlich der Genauigkeit der Vertikalwindbestimmung erfolgte in dieser Untersuchung jedoch nicht.

In einer weiteren qualitativen Auswertung über den Einfluss des seitlichen Abstands der Segelflugzeuge bei der Vergleichsflugvermessung auf die Streuung der Flugleistungsergebnisse weist bei Vergrößerung des mittleren seitlichen Abstandes von ca. 35 m auf ca. 60 m eine Vervierfachung der Varianz der nichtgemittelten Vertikalgeschwindigkeit des zu vermessenden Segelflugzeugs auf (Pätzold, 2005). Dies zeigt mutmaßlich die Sensitivität des Verfahrens gegenüber der Annahme eines lokal-konstanten Windfeldes an, woraus die Sensitivität der Segelflugzeugtrajektorie gegenüber Vertikalwindbewegungen folgt. Dieser Effekt kann hierbei jedoch bis dato nicht von der mit zunehmendem seitlichen Abstand abnehmenden Korrelation der Verfahrensfehler getrennt werden.

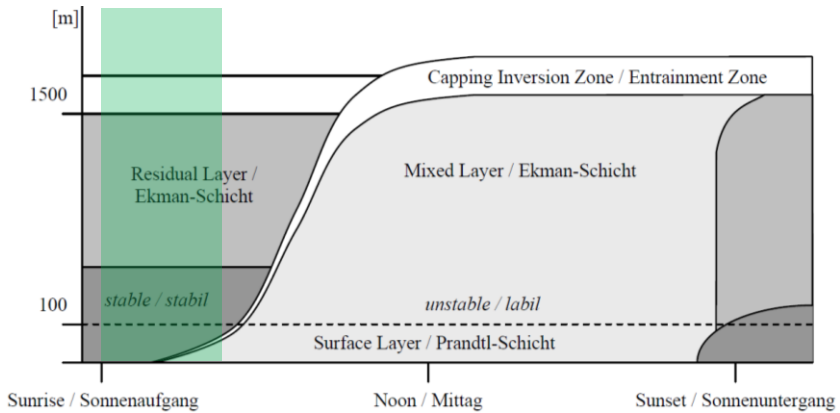
Es wird gefolgert, dass die Vertikalwindkomponente mittels Segelflugzeug durch Nutzung dessen bekannter Flugleistung in der Größenordnung von  $0,1 \text{ m s}^{-1}$  bis  $0,01 \text{ m s}^{-1}$  als *Absolutwert* bestimmt werden kann. Der Dynamikbereich dieser Absolutwertbestimmung ist beginnend beim stationären Grenzwert (0 Hz) aufgrund der nachfolgend beschriebenen sehr ruhigen atmosphärischen Bedingungen und des Referenzflugzustandes auf etwa  $10^0 \text{ Hz}$  begrenzt.

#### Atmosphärische Randbedingungen und Referenzflugzustand

Die Betrachtungen in dieser Arbeit beziehen sich auf eine störungsarme Atmosphäre, wie sie für die Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen *erfahrungsgemäß* erforderlich ist. Dieser Zustand wird bei geeigneten Wetterlagen direkt nach Sonnenaufgang bis zum Einsetzen der thermischen Konvektion angetroffen (Abb. 1.2).

Die ideale störungsfreie Atmosphäre im Sinne der Messaufgabe ist selten anzutreffen, weshalb für die Piloten in den Segelflugzeugen eine Skala zur Verbalisierung der angetroffenen Störungen entwickelt wurde, wobei die Störungen ohne genauere Kenntnis der Strukturen als Turbulenz bezeichnet sind (Tabelle 1.1). Diese Skala ist nicht mit anderen Klassierungen wie z.B. in ICAO (2010) hinsichtlich der sogenannten *Eddy Dissipation Rate* (EDR) vergleichbar, sondern fokussiert stark auf den sehr störungsarmen Atmosphärenzustand. In Flugzeugen mit Kolbentriebwerken sind Störungen ab der Klasse „mittlere Turbulenz“ für geübte Piloten wahrnehmbar. Die Ursachen der Störungen sind aus dieser





**Abb. 1.2: Idealisierter Verlauf der Durchmischungsstadien der atmosphärischen Grenzschicht (aus Eschelbach, 2008; nach Stull, 1988), grün hinterlegt der für die Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen günstige Zeitraum**

Klassierung ebenso wenig erkennbar wie deren spektrale Erscheinungen. Eine Quantifizierung dieser Skala mittels Messdaten steht aus.

Unter diesen atmosphärischen Randbedingungen versucht der Pilot des in dieser Arbeit betrachteten Referenzsegelflugzeugs einen stationären schiebefreien Geradeausflug durch minimierte Nutzung der Primärsteuerung einzuhalten (Frank, 2007):

- Der Schiebewinkel  $\beta$  wird anhand des Haubenfadens zu Null gesteuert, was mit dem zu Null steuern der gefühlten Querkraft  $Q$  koinzidiert.
- Die Änderung des Kurswinkels  $\dot{\chi}$  wird zu Null gesteuert, was über die Beeinflussung der Querneigung  $\Phi$  erfolgt, die ihrerseits idealerweise Null sein soll.

Keine Turbulenz	Keine wahrnehmbaren Störungen
Sehr leichte Turbulenz	Wahrnehmbare Störungen ohne erkennbaren Einfluss auf den Flugzustand
Leichte Turbulenz	Störungen mit wahrnehmbaren Einfluss auf die Starrkörperbewegung des Flugzeugs (anhand der Lagewinkel visuell erkennbar)
Mittlere Turbulenz	Störungen die zusätzlich erkennbare elastische Verformungen hervorrufen, erkennbar bei Beobachtung des Segelflugzeugs von außen
Starke Turbulenz	Beginnende thermische Konvektion

**Tab. 1.1: Skala zur subjektiven Klassierung atmosphärischer Störungen bei der Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen**

- Die Änderung der Fluggeschwindigkeit  $\dot{V}$  wird zu Null oder einen sehr kleinen Gradienten gesteuert, unter nicht eindeutig zu benennender Nutzung von pilotenwahrnehmbaren Zustandsgrößen.

Im veränderlichen Windfeld hängen diese Größen teils nicht mehr direkt, sondern nur mittelbar voneinander ab, sodass der Pilot diese sechs Größen nach teils individuellen Fähigkeiten und Strategien einhält (Frank, 2007).

## 1.5 Forschungshypothese / Zielsetzung der Arbeit

Die Messung der Vertikalwindkomponente mittels Segelflugzeug kann gegenüber der *direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung* verbessert werden, indem der sehr gut beschreibbare Zusammenhang zwischen Fluggeschwindigkeit und Vertikalgeschwindigkeit des Segelflugzeugs gegenüber der Luft genutzt wird.

Die auf die messtechnischen Gegebenheiten zugeschnittene Auswertung von Wende (2003) ermittelte als Zwischenergebnis den Windvektor, ohne dass dessen absolute Korrektheit im Mittelpunkt der Arbeit stand. Die messtechnische Ausstattung des in der Arbeit von Wende (2003) und der vorliegenden Arbeit verwendeten Referenzsegelflugzeugs DG-300/17 wurde nach der Arbeit von Wende (2003) umfassend erweitert (Pätzold, 2006). Mit der seitdem verfügbaren Anströmvektor- und Lagewinkelmessung kann die Bewegung des Segelflugzeugs als Starrkörper gegenüber der Luft und der Erde vollständig beschrieben werden. Es wird deshalb angenommen, dass die mit der Vorgehensweise von Wende (2003) erreichten *relativen* Genauigkeiten, siehe Pätzold (2010), statt als stark zeitlich gemittelte Werte ( $10^{-2}$  Hz) mit deutlich höherer Dynamik genutzt werden können ( $0..10^0$  Hz). Die erreichbare *absolute* Genauigkeit der Vertikalwindmessung unter Nutzung der Flugleistung eines Segelflugzeugs wird in diesem Dynamikbereich in der Größenordnung von  $0,1..0,01 \text{ m s}^{-1}$  angenommen.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sind geeignete Beschreibungen für die Flugleistung von Segelflugzeugen unter den in Kapitel 1.4 benannten Randbedingungen, sowie eine bewegungsmechanische Beschreibung zur Bestimmung des Windvektors aus der gemessenen Bewegung und der modellierten Flugleistung zu entwickeln. Anhand von Flugmessdaten ist die Plausibilität der entwickelten Beschreibungen zu überprüfen.

## 1.6 Vorgehensweise

In Kapitel 2 wird der zu messende Windvektor eingehender charakterisiert und in Kapitel 3 werden Flugversuche und die zugehörigen Messdaten beschrieben, auf die die nachfolgend recherchierten und erarbeiteten Ansätze vergleichend angewandt werden. So können der Stand der Forschung und die Auswirkungen von Änderungen an den mathematischen Beschreibungen direkt veranschaulicht und bewertet werden.

In Kapitel 4 werden zunächst die in der Literatur dargelegten Gleichungen zur *in-situ Vektordifferenz-Windmessung* und die angegebenen Genauigkeiten zusammengestellt. Es

folgt die Diskussion der in der Literatur zu findenden Ansätze zur Wechselwirkung von Segelflugzeugen und Windfeldern und Ansätze zur Nutzung von Segelflugzeugen zur Windmessung. Basierend auf der Bewertung dieser Ansätze werden Ansatzpunkte für die zu entwickelnden Beschreibungen der Flugleistung und Bewegungsbeziehungen abgeleitet.

In Kapitel 5 wird die Modellierung der Flugleistung von Segelflugzeugen gegenüber bisherigen Beschreibungen unter Beachtung der gestörten Atmosphäre um mehrere Zustandsgrößen erweitert.

In Kapitel 6 wird nach kurzer Darstellung der Herleitung der Bewegungsgleichungen mit deren Hilfe die Flugleistungsmodellierung aus Kapitel 5 in die Windvektor-Messgleichung eingebunden. Die zu dieser Herleitung getätigten Vereinfachungen werden bewertet. Das Ergebnis wird mit drei Ansätzen zur Nutzung der Flugleistung von Segelflugzeugen in der Literatur anhand der theoretischen Formulierung verglichen.

In Kapitel 7 werden die Möglichkeiten zur Bewertung des erarbeitenden Ansatzes diskutiert und umfassend vergleichende Ergebnisse der segelflugleistungsbasierten Windvektormessung diskutiert. Es werden zwei Möglichkeiten der segelflugleistungsbasierten Windvektormessung mit verringertem Messwerteumfang dargestellt und abschließend eine Abschätzung der Messunsicherheiten für die Vertikalwindbestimmung diskutiert.

## 2 Charakterisierung des zu messenden Windvektors

Die chemische Zusammensetzung der Luft wird in dieser Arbeit als konstant angenommen, mit Ausnahme der gemessenen Luftfeuchte. Die Messung von Druck, Temperatur und Feuchte für einen Ort ist zur Bestimmung der lokalen Luftdichte erforderlich. Die räumliche Verteilung dieser Größen wird jeweils als Skalarfeld betrachtet, während die Luftbewegung ein Vektorfeld darstellt. Die Felder der skalaren Zustandsgrößen und das Windvektorfeld sind im Allgemeinen orts- und zeitabhängig.

Das Verhalten von Gasen wird in allgemeiner Form durch die *Kinetische Gastheorie* beschrieben (Boltzmann-Gleichungen) und durch mehr oder weniger vereinfachende Annahmen (Luft als Kontinuum, reibungsfrei, inkompressibel) auf unterschiedlich zugängliche Formen gebracht (Navier-Stokes-Gleichungen, Eulergleichungen, Potentialtheorie). Lediglich die Potentialtheorie ist für einfache Strömungsgeometrien analytisch lösbar. Für die Berechnung von realen räumlichen und zeitlichen Verteilungen der atmosphärenbeschreibenden Größen sind numerische Näherungslösungen notwendig.

Für die praktische Nutzung im Rahmen der Messung des Windvektors sind allgemeingültige Beschreibungen der atmosphärischen Strömung nach heutigem Stand nicht anwendbar. Hierfür sind in der Komplexität aufsteigend folgende Windmodelle in der Literatur zu finden:

- Der triviale Fall ist die Betrachtung ohne Wind, also eine sich gegenüber der Erde nicht bewegendes Atmosphäre. Dieser Grenzfall bzw. die Vernachlässigung des Windes ist für grundlegende Stabilitätsuntersuchungen in der Flugmechanik hinreichend. Das aerodynamische und das Bahnachsenkoordinatensystem (Kap. A.6) sind in diesem Fall identisch.
- Annahme eines konstanten Windfeldes, z.B. Schänzer und Xiao (1997): Dies hat nach Brockhaus et al. (2011) keine Auswirkung auf die Dynamik des Flugzeugs, sondern lediglich auf dessen Flugbahn gegenüber der Erde. Dies gilt streng genommen nur bei Vernachlässigung von Erdkrümmung und Erdrotation.
- Die Annahme eines veränderlichen Windvektorfeldes führt zur Einführung eines lokalen Windgradiententensors mit neun Komponenten (Kap. 2.2). Die allgemeine Zeit- und Ortsabhängigkeit des Windvektorfeldes überträgt sich zwangsläufig auch auf das Gradientenfeld.

Die Windgradienten können für vereinfachte Modellierungen z.B. von Windscherungen nach Brockhaus et al. (2011) als linear angenommen oder für Modellierungen von Effekten in Bodennähe aus Grenzschichtgesetzen (Grenzschichtprofile; Kraus, 2008) oder Downburst-Modellen abgeleitet werden. Des Weiteren führen Schänzer und Xiao (1997) und Brockhaus et al. (2011) sinusförmige Verläufe der Windgeschwindigkeitskomponenten und somit auch ihrer Gradienten ein. Sinusförmige Verläufe sind in der Natur zum Beispiel als Scherungs- und Schwerewellen zu beobachten.

Verallgemeinernd kann die Bewegung der Luft nach Brockhaus (1987) mit drei translatorischen und drei rotatorischen Freiheitsgraden illustriert werden. Neben der Geschwindigkeitsgleichung

$$\bar{\mathbf{V}}_W = \bar{\mathbf{V}}_K - \bar{\mathbf{V}} \quad \{2.1\}$$

wird zusätzlich die Drehung der Luftmasse

$$\bar{\boldsymbol{\Omega}}_W = \bar{\boldsymbol{\Omega}}_K - \bar{\boldsymbol{\Omega}} \quad \{2.2\}$$

beschrieben, was mit den sechs Freiheitsgraden einer Punktmasse korrespondiert ( $\bar{\boldsymbol{\Omega}}$  – Drehratenvektor im jeweiligen Koordinatensystem). Diese Beschreibung nach Brockhaus (1987) verlangt keine analytischen Funktionen für das zeitliche und räumliche Verhalten des Windvektorfeldes, benennt aber auch keinen Größenmaßstab in Raum und Zeit.

Die Zunahme der Freiheitsgrade in diesen Windmodellen trägt den Bemühungen Rechnung, das in der Praxis anzutreffende turbulente Verhalten der Atmosphäre mit möglichst einfachen Ansätzen zu fassen. Die Turbulenz von Strömungen ist allerdings ein anspruchsvolles Phänomen, das mit folgenden Stichworten beschrieben werden kann (Tennekes und Lumley, 1972; Frost und Moulden, 1977; Panofsky und Dutton 1984):

- Zeitlich und räumlich stochastische Eigenschaften der Strömung
- Instationarität
- Dreidimensionale, stark rotatorische Strömung mit Gradienten in alle Richtungen
- Diffusion (starke Vermischung)
- Dissipation (Energiefluss von großen zu kleinen Strukturen, Energiekaskade)
- Turbulenzelemente sind nicht skalierbar (Großstruktur ungleich Feinstruktur)

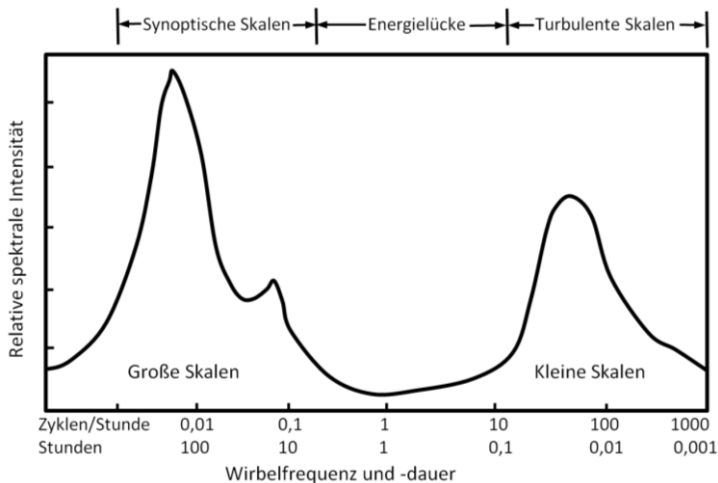
Gängige Vereinfachungen sind die Annahme von lokal stationärer, isotroper bis hin zu homogener Turbulenz. Der stochastische Prozess der Turbulenz kann mit statistischen Mitteln beschrieben werden (gemittelte Größen, Spektren, Wahrscheinlichkeitsverteilungen, etc.). Die Vorstellung von Turbulenz als Wirbel mit charakteristischen Durchmessern deckt sich mit den von Brockhaus (1987) benannten translatorischen und rotatorischen Freiheitsgraden der Luft (Gl. 2.1 und 2.2).

Die einfachste Zerlegung in einen deterministischen und einen stochastischen Anteil ist die Reynoldsmittelung, bei der eine Strömungsgröße  $u$  in den Mittelwert über einen Zeitabschnitt in einen Mittelwert  $\bar{u}$  und den turbulenten Anteil  $u'$  zerlegt wird:

$$u = \bar{u} + u' \quad \{2.3\}$$

Brockhaus et al. (2011) zerlegen die Bewegung der Luft in einen langsam veränderlicher Anteil (= Wind) und einen höherfrequenten, kleinräumiger Anteil (= Turbulenz). Er nennt diese Zerlegung „willkürlich“, weil die Unterscheidung zwischen beiden Anteilen nicht

allgemeingültig ist. Stull (1988) löst sich in der Übersichtsdarstellung von der Zerlegung wie in Brockhaus (1987), weil auch Strömungsgegebenheiten auf Zeitskalen über mehrere Tage den Kriterien für Turbulenz genügen können (Abb. 2.1).



**Abb. 2.1: Beispielhafte spektrale Intensität der Windgeschwindigkeit nahe am Boden nach Stull (1988)**

Es kann geschlussfolgert werden, dass die Frage der Trennung der Anteile in Anbetracht der Dateninterpretation zu beantworten ist. Die durchzuführende Windmessung soll deshalb nicht in turbulente und sonstige Vorgänge unterscheiden, sondern stellt eine Zustandsmessung dar. Aus diesem Grund werden für den zu messenden Windvektor keine Modellannahmen getroffen. Die beschriebenen Windmodelle und die nachfolgend vertiefte Turbulenzdarstellung dienen lediglich zur Abschätzung der bewegten Atmosphäre auf die Flugleistung des Segelflugezeugs.

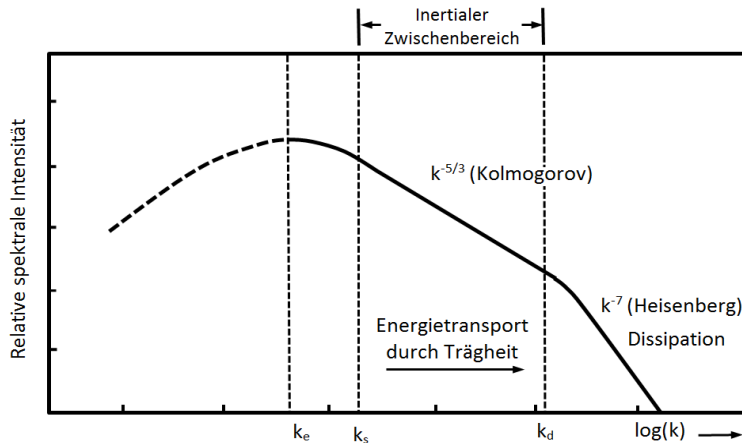
Für die in Kap. 1.4 vorausgesetzte „störungsarme“ Atmosphäre ist der spektrale Bereich genauer zu betrachten, die den charakteristischen Längen des Segelflugezeugs als das *sensitive Element* der segelflugeleistungs-basierten Windvektormessung entsprechen ( $\lambda_{\text{char}} = 10^0 \dots 10^1 \text{ m}$ ). Für atmosphärische Vorgänge wird das in Abb. 2.2 gezeigte Spektrum als Modellvorstellung herangezogen und über der Wellenzahl  $k$  dargestellt, mit

$$k = \lambda^{-1} \quad [2.4]$$

Turbulente Energie wird in das System demnach bei Wellenzahlen gleich und kleiner  $k_e$  eingebracht, bei der das Maximum der turbulenten Energie auftritt. Die Wellenzahl  $k_e$  nimmt Werte in der Größenordnung von  $3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$  bis  $3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$  an (MacCready, 1964; Schänzer, 1985). Zwischen den Wellenzahlen  $k_s$  (vereinfachend  $\approx k_e$ ) bis  $k_d$  (Größenordnung  $10^3 \text{ m}^{-1}$ ) befindet sich der inertielle Zwischenbereich (*inertial subrange*) mit einem charakteristischen Anstieg des Energiespektrums von  $k^{-5/3}$  nach Kolmogorov (1941). Dies gilt allerdings nur bei lokal-isotroper Turbulenz, der Turbulenzproduktion

außerhalb dieses Bereichs und einem stationären Zustand. Sind diese Bedingungen gegeben, dann wird das Kolmogorov-Spektrum auch für die Qualitätsprüfung von Windmesssystemen verwendet, z.B. Corsmeier et al. (2001). Abweichungen im Spektrum vom  $k^{-5/3}$ -Anstieg werden als Fehler des Messsystems angesehen. Bei Wellenzahlen größer  $k_d$  dominieren viskositätsbedingt dissipative Prozesse.

Für technische turbulente Strömungen werden darüber hinaus weitere Bereiche mit Anstiegen benannt, z.B. Scherströmungen. Zu beachten ist, dass ein Energieeintrag in das betrachtete turbulente System auch bei Wellenzahlen innerhalb des inertialen Zwischenbereichs stattfinden kann, z.B. durch Wirbelschleppen von Flugzeugen.



**Abb. 2.2: Idealisiertes Spektrum der atmosphärischen Turbulenz**

Aus Abb. 2.2 folgt, dass die turbulente Energie grundsätzlich im gesamten Wellenzahl-spektrum vorhanden, wenn auch mit zunehmender Wellenzahl stark abnehmend. Mit der charakteristischen Wellenzahl von  $k_{\text{char}} = 10^{-1} \dots 10^{-2} \text{ m}^{-1}$  liegen die charakteristischen Längen des Segelflugezugs inmitten des inertialen Zwischenbereichs. Die spektrale Intensität insbesondere der Vertikalwindkomponente im Bereich der charakteristischen Wellenzahl des Segelflugezugs korrespondiert mit den in Tab. 1.1 beschriebenen subjektiven Turbulenzwahrnehmungen. Die Dynamikobergrenze der fluggestützten Windvektormessung fällt sowohl für *direkte in-situ Vektordifferenzmessung* als auch für den in dieser Arbeit behandelten segelflugleistungs-basierten Ansatz ebenfalls in den inertialen Zwischenbereich.

Für flugmechanische Betrachtungen wurden analytisch gut handhabbare Spektren eingeführt, z.B. das Karman-Spektrum und das Dryden-Spektrum (Schänzer, 1977).

### Taylorhypothese

Für die fluggestützte Windmessung wird des Weiteren die Anwendbarkeit der *Taylor-Hypothese* vorausgesetzt. Diese besagt, dass das Feld der turbulenten Strömung als

eingefroren (*frozen flux pattern*) angenommen und damit bei einer Bewegung durch dieses Turbulenzfeld die räumliche Struktur als zeitliche Abfolge gemessen werden kann. Sie stellt also einen Zusammenhang zwischen räumlicher und zeitlicher Ableitung einer Größe her (Frost und Moulden, 1977):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\bar{U} \frac{\partial u}{\partial x} \quad \{2.5\}$$

mit der Bedingung:

$$u/\bar{U} \ll 1 \quad \{2.6\}$$

mit

$\bar{U}$  – Mittlere Bewegungsgeschwindigkeit durch das turbulente Strömungsfeld

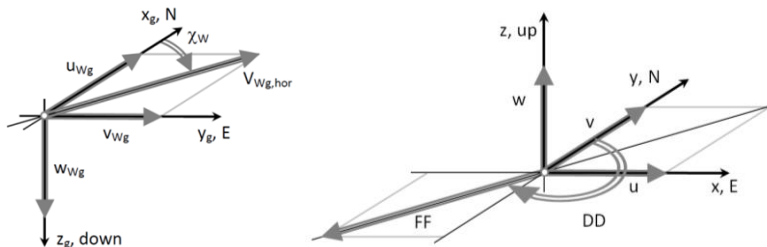
t – Zeit

u – Strömungsgeschwindigkeit in x-Richtung

x – Beliebige Achse

## 2.1 Vorzeichenkonventionen der Windgrößenbezeichnungen

Die Konventionen für die Bezeichnung der Bewegungskomponenten der Luft sind uneinheitlich: Während der Windvektor nach DIN9300 (1990) im geodätischen Koordinatensystem, einem North-East-Down-Koordinatensystem (NED), angegeben wird und die Richtung seiner vektoriellen Bewegung entspricht, verwendet man in der Meteorologie ein East-North-Up-Koordinatensystem (ENU; Kraus, 2004), in dem die Richtungsangabe des Windes entgegen der vektoriellen Bewegungsrichtung erfolgt. Bewegt sich das betrachtete Luftpaket beispielsweise von Süd-West nach Nord-Ost, dann folgt aus diesem umgangssprachlichen Südwestwind nach DIN9300 (1990) eine Windrichtung von 45°, in der meteorologischen Notation hingegen von 225° (Abb. 2.3). In dieser Arbeit gilt die DIN9300 (1990). Die verwendeten Koordinatensysteme sind in Anhang A.6 dargestellt. Die Größen sind leicht ineinander umzurechnen und bedürfen lediglich der sorgfältigen Beachtung, siehe Tab. 2.1.



**Abb. 2.3: Unterschiedliche Konventionen des Windes, links nach DIN9300 (1990) und rechts nach Kraus (2004), Abbildung nach Vörmann (1985)**



Nach DIN9300 (1990)		Nach Kraus (2004) u.a.	
$u_{Wg}$	Nordkomponente des Windes	$v$	Nordkomponente des Windes
$v_{Wg}$	Ostkomponente des Windes	$u$	Ostkomponente des Windes
$w_{Wg}$	Vertikalkomponente des Windes	$-w$	Vertikalkomponente des Windes
$\chi_W$	Windazimut	$-DD$	Windrichtung
$V_{Wg,hor}$	Horizontalwindgeschwindigkeit	$FF$	Horizontalwindgeschwindigkeit

**Tab. 2.1: Gegenüberstellung der Konventionen der windbeschreibenden Komponenten**

## 2.2 Windgradienten

Für die später zu beschreibenden Messungen werden keine Modelle für die Windvektorfeldänderungen (linear, konstant, sinusförmig, turbulent) vorgegeben. Es kann jedoch für die Prozessbeschreibung notwendig sein, die Windgradienten aus den Messdaten zu bestimmen. Brockhaus (1987) führt folgende *Winddifferentialgleichung* ein:

$$\frac{d\vec{V}_W}{dt} = \frac{\partial \vec{V}_W}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}_W}{\partial \vec{r}} \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \quad \{2.7\}$$

Gleichung 2.7 lautet in Komponentenschreibweise:

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_W \\ \dot{v}_W \\ \dot{w}_W \end{bmatrix}_g = \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} u_W \\ v_W \\ w_W \end{bmatrix}_g + \begin{bmatrix} u_{Wx} & u_{Wy} & u_{Wz} \\ v_{Wx} & v_{Wy} & v_{Wz} \\ w_{Wx} & w_{Wy} & w_{Wz} \end{bmatrix}_g \underline{M}_{gk} V_k \quad \{2.8\}$$

mit  $u_{Wx} = \partial u_W / \partial x$  usw.. Die Gleichung beschreibt die sogenannte *Windbeschleunigung*. Der erste Term der rechten Seite beschreibt die zeitliche Änderung des Windvektors an einem Ort und kann im Allgemeinen nicht fluggestützt ermittelt werden. Mittels der *Taylor-Hypothese* kann dieser Term bei hinreichender Fluggeschwindigkeit zu Null gesetzt werden (Brockhaus, 1987).

Ist der Windvektor entlang einer Flugbahn z.B. mittels der *Vektordifferenz-Windmessung* nach Kap. 4.1 gemessen, dann lässt sich der Windgradient entlang der Flugbahn unter Anwendung der *Taylor-Hypothese* durch Differenzieren nach dem Ort bestimmen (Gl. 2.9) und mittels Bahnazimut  $\chi$  und Bahnneigungswinkel  $\gamma$  in die erdfesten Anteile zerlegen. Im allgemeinen Fall  $\chi, \gamma \neq 0$  lassen sich alle Gradienten-Komponenten bestimmen. Die Beobachtbarkeit der einzelnen Anteile hängt allerdings stark von Kurs- und Bahnwinkel ab.

$$\frac{d\vec{V}_{Wg}}{d\vec{r}_g} = \begin{bmatrix} u_{Wx} & u_{Wy} & u_{Wz} \\ v_{Wx} & v_{Wy} & v_{Wz} \\ w_{Wx} & w_{Wy} & w_{Wz} \end{bmatrix}_g \quad \{2.9\}$$

Statt der Formulierung mit räumlichen Gradienten bildet Krauspe (1983) die zeitliche Ableitung der Geschwindigkeitsgleichung 1.1:

$$\dot{\vec{V}}_W = \dot{\vec{V}}_K - \dot{\vec{V}} \quad \{2.10\}$$

Der Windbeschleunigungsvektor ließe sich mit dieser Gleichung unabhängig von Gl. 2.7 bestimmen, wenn beide Beschleunigungsvektoren der rechten Seite von Gl. 2.10 unabhängig der Geschwindigkeitsvektoren in Gl. 1.1 bekannt wären. Der gemessene Bahnbeschleunigungsvektor ist vom Informationsgehalt jedoch gleichwertig zum Bahngeschwindigkeitsvektor. Gleiches gilt für den Beschleunigungsvektor gegenüber der Luft, der mit aktuell eingesetzter Messtechnik nicht gemessen, sondern aus dem Geschwindigkeitsvektor zeitlich differenziert wird, womit sich keine unabhängige Information ergibt.

Hahn (1988) nutzt den Ansatz nach Gl. 2.7, um die Wirkung der Geschwindigkeitskomponenten und deren Gradienten auf die Bewegung eines Flugzeugs anschaulicher zu formulieren und merkt dabei an, dass die Bewegungsgleichungen den Windeinfluss vollständig erfassen.

Alternativ ließen sich die Gradienten durch räumlich verteilte *Vektordifferenz-Windmessungen* bestimmen, wie z.B. mit den vier Windmessstationen an der Do128-6 D-IBUF des IFF (Abb. 2.4). Dieser Ansatz entfernt sich jedoch von der Fragestellung dieser Arbeit und wird deshalb nicht weiter betrachtet.

Für die nachfolgende Formulierung der Bewegungsgleichungen mit Einbindung der Flugleistung eines Segelflugzeugs ist die Frage zu beantworten, welchen Einfluss Gradienten des Windvektorfeldes auf die Bestimmung des Windvektors mittels Segelflugzeug haben und somit in diese Gleichungen einfließen.



**Abb. 2.4: Do128-6 D-IBUF mit vier Windmessstationen (Foto IFF)**

### 2.3 Kenngrößen der atmosphärischen Turbulenz

Als Kennwerte für die Turbulenz der Atmosphäre werden die *Turbulente Kinetische Energie* (TKE) in der Meteorologie und die *Eddy Dissipation Rate* (EDR =  $\varepsilon$ , Wirbelzerfallsrate) im operationellen Flugbetrieb verwendet.

Die *Turbulente Kinetische Energie* berücksichtigt nicht den Massen- bzw. Dichtebezug der mechanischen kinetischen Energie, sondern ist ein reiner Geschwindigkeitsparameter (Stull, 1988):

$$\text{TKE} = \frac{1}{2} (u'_{wg}{}^2 + v'_{wg}{}^2 + w'_{wg}{}^2) \quad [\text{m}^2 \text{s}^{-2}] \quad \{2.11\}$$

Die turbulenten Anteile der Windkomponenten werden nach Gl. 2.3 bestimmt, womit die Mittelungsdauer unmittelbar das Resultat beeinflusst, da nach Abb. 2.2 grundsätzlich auch energietragende Strukturen größer als die praktisch realisierbare Mittelungsdauer auftreten. Das spektrale Erscheinen der turbulenten Größen wird hierbei nicht bewertet. Die Isotropieannahme kann anhand des in der Meteorologie gebräuchlichen Anisotropiefaktor A bewertet werden (Lampert et al., 2016):

$$A = \frac{u'_{wg}{}^2 + v'_{wg}{}^2}{2w'_{wg}{}^2} \quad \{2.12\}$$

Darüber hinaus können die angenommenen statistischen Eigenschaften der Strömung mit verschiedenen Mitteln tiefergehend überprüft werden (Panfolsky und Dutton, 1984). Die Ermittlung der EDR geht vom Vorliegen der Bedingungen zur Anwendung der spektralen Verteilungscharakteristik im inertialen Zwischenbereich nach Kolmogorov (1941) aus. Für die Energieverteilung gilt für  $k_s < k < k_d$  (Abb. 2.2):

$$E(k) = C\varepsilon^{\frac{2}{3}} k^{-\frac{5}{3}} \quad \{2.13\}$$

Der turbulenzklassierende Kennwert wird gemäß ICAO (2010) als dritte Wurzel der EDR angesetzt, weil nach MacCready (1964) die Standardabweichung des Normallastvielfachen hierzu proportional ist. Die Bezeichnungen hierzu sind in der Literatur nicht konsistent verwendet, weshalb die Formeln bereits die Kubikwurzel enthalten und die jeweils angegebene Einheit zu beachten ist.

$$\text{Turbulenzkennwert}_{\text{ICAO}} = \sqrt[3]{\varepsilon} \quad [\text{m}^{2/3} \text{s}^{-1}] \quad \{2.14\}$$

Labitt (1981) verwendet zur Bestimmung der EDR direkte Messgrößen:

$$\varepsilon^{1/3} = \frac{\left(\frac{RT}{\tau}\right)^{1/3} \left(\frac{\kappa-1}{2\kappa}\right)^{2/3} |q_c(t) - q_c(t-\tau)|}{C^{1/2} \left(1 + \frac{q_c}{p_{\text{stat}}}\right)^{\frac{\kappa+2}{3\kappa}} \left[ \left(1 + \frac{q_c}{p_{\text{stat}}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]^{2/3} p_{\text{stat}}} \quad \{2.15\}$$

mit

$q_c$ – Kalibrierter Staudruck	$R$ – Gaskonstante der trockenen Luft
$p_{\text{stat}}$ – Statischer Druck	$\kappa$ – Isentropenexponent
$T_t$ – Totaltemperatur	$C$ – Kolmogorov-Konstante ( $C=1,77$ )
$\tau$ – Zeitlicher Abstand zweier aufeinanderfolgender Messungen	

Nach Labitt (1981) erfolgt die Glättung durch einen mitlaufenden Mittelwert mit einem  $\cos^2$  – Fenster mit 7,5 s Länge (Pätzold und Schumann, 2014). Der Bezug zu Gl. 2.13 ist nicht aus der Struktur der Formel zu erkennen.

Weitere Ansätze nutzen die in-situ ermittelten Windkomponenten. Gultepe und Starr (1995) verwenden hierzu einen auf der Strukturfunktion basierenden Ansatz:

$$\varepsilon^{1/3} = \frac{D^{1/2}}{(4,01b)^{1/2} \tau^{1/3}} \quad \{2.16\}$$

mit

$$D = \frac{1}{2} [S \tau V_{TAS}]^2 \quad \{2.17\}$$

$$\text{hierin ist } S = \frac{[(v_{Wf}(t) - v_{Wf}(t-\tau))^2 + (w_{Wf}(t) - w_{Wf}(t-\tau))^2]^{1/2}}{\tau V_{TAS}} \quad \{2.18\}$$

$v_{Wf}, w_{Wf}$  – Windkomponenten im flugzeugfesten Koordinatensystem

$$b = 0,2(2\pi)^{2/3} \quad \{2.19\}$$

$$r = \tau V_{TAS} \quad \{2.20\}$$

Labitt (1981) und Gultepe und Starr (1995) verwenden zwar unterschiedliche Eingangsgrößen, jedoch im Kern dieselbe strukturfunktionstypische inkrementelle Geschwindigkeitsbewertung.

Haverdings und Chan (2010) beziehen sich auf Vorarbeiten von Cornman et al. (1995), in der die EDR aus dem Energiespektrum  $E(k)$  abgeleitet wird. Mit der Annahme isotroper Turbulenz kann die EDR mit Hilfe der Standardabweichung der bandpassgefilterten Vertikalwindgeschwindigkeit  $\hat{\sigma}_{w_{wg}}$  bestimmt werden:

$$\varepsilon^{1/3} = \frac{\hat{\sigma}_{w_{wg}}}{\sqrt{0,7 \cdot V_{TAS}^{2/3} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega^{-5/3} d\omega}} = \frac{\hat{\sigma}_{w_{wg}}}{\sqrt{1,05 \cdot (2\pi)^{-2/3} \cdot V_{TAS}^{2/3} (f_1^{-2/3} - f_2^{-2/3})}} \quad \{2.21\}$$

mit den Bandgrenzfrequenzen  $f_1 = 0,1$  Hz und  $f_2 = 2$  Hz. Die Ergebnisse nach Gl. 2.16 und Gl. 2.21 werden wie von Labitt (1981) beschrieben geglättet.

Die EDR kann darüber hinaus auch aus flugzeugfest gemessenen Beschleunigungen bestimmt werden (MacCready, 1964; Cornman et al., 1995; Stewart, 2003), wofür jedoch das Übertragungsverhalten hinreichend genau bekannt sein muss und wovon in dieser Arbeit abgesehen wird.

### 3 Flugversuche und Messdaten

In dieser Arbeit werden Messdaten aus Flugversuchen mit dem Referenzsegelflugzeug DG-300/17 verwendet. Es wird seit 1985 vom Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) für die Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen im Vergleichsflugverfahren betrieben. Seit 2000 wurde dieses Segelflugzeug vom Institut für Flugführung (IFF) der TU Braunschweig mit Messtechnik unterschiedlichen Umfangs für den primären Einsatzzweck der Flugleistungsvermessung ausgestattet. Eine Beschreibung des Referenzsegelflugzeugs DG-300/17 und der installierten Messtechnik findet sich in Anhang A.1.

Die verfügbaren Messdaten aus Flugversuchen umfassen einige hundert Vergleichsflüge für die Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen, jährliche Kalibrierflüge mittels *Kiel'scher Sonde* und *Schleppsonde DFS60* zur Kalibrierung des Gesamtdruck-Statikdruck-Systems und eine Höhenstufen-Messkampagne mit 13 Flügen im Herbst 2005. Im September 2009 wurden neun Flüge über einem stationären Wind-LiDAR beim Karlsruher Institut für Technologie (KIT) in Karlsruhe und im Oktober 2009 sechs Flüge über einem Wind-RADAR des Deutschen Wetterdienstes (DWD) in Nordholz durchgeführt. Die Flugversuche über dem Wind-LiDAR und dem Wind-RADAR zielten auf den in dieser Arbeit behandelten Themenkomplex der Verifizierung der Windmessung ab.

Zur Veranschaulichung der Umsetzung der Windmessung mittels Segelflugzeug wird hauptsächlich ein Beispielflug aus den Flugversuchen 2009 über dem Wind-LiDAR des KIT verwendet. Für die statistische Bewertung der atmosphärischen Turbulenz werden alle nutzbaren Abschnitte von Flügen der DG-300/17 zur Flugleistungsvermessung im Vergleichsflugverfahren bei den IDAFLIEG-Sommertreffen der Jahre 2010 bis 2012 verwendet. In diese Messdaten fließen die zugehörigen jährlichen Kalibrierflüge zum Gesamtdruck-Statikdruck-System ein. Für die Modellierung der Flugleistung der DG-300/17 werden darüber hinaus Ergebnisse der Flugleistungsvermessungen verschiedener Jahre verwendet.

Die für die vorliegende Arbeit relevanten Flugzustandsgrößen sind in Kap. 3.1 aufgelistet. Die daraus folgenden Ergebnisse der fluggestützten Windmessung werden nach Einführung der jeweiligen Grundlagen im Verlauf der Arbeit gezeigt. In Kap. 3.2 werden die Flugversuche über dem Wind-LiDAR und in Kap. 3.3 die Messdaten des Wind-LiDARs beschrieben und Beispielergebnisse gezeigt.

#### 3.1 Gemessene Zustandsgrößen des Segelflugzeugs

Folgende Flugzustandsgrößen werden in der vorliegenden Arbeit verwendet. Sie sind an Bord des Segelflugzeugs mit einer Datenrate von 100 Hz gemessen bzw. aus gemessenen Größen und Kalibrierungen berechnet (vgl. Anhang A.1.2-3):

Bahndaten und Lagewinkel

- Position im geodätischen Koordinatensystem  $(\varphi, \lambda, h)$
- Flugzeugfeste Beschleunigungen und Drehraten  $(\bar{a}_f, \bar{\Omega}_f)$
- Bahnwinkel  $(\chi, \gamma)$
- Lagewinkel  $(\Phi, \Theta, \Psi)$

Luftdaten

- Kalibrierter statischer Druck  $p_{\text{stat},c}$
- Kalibrierter Staudruck  $q_c$
- Anstellwinkel  $\alpha$
- Schiebewinkel  $\beta$
- Statische Lufttemperatur  $T_{\text{stat}}$
- Luftfeuchte  $\varphi$
- Luftdichte  $\rho$
- Kinematische Viskosität  $\nu$

Piloteneingaben

- Höhenruderausschlag  $\eta$

Die Kalibrierungen des Gesamtdruck-Statikdruck-Systems und der Ruderausschläge, sowie die Korrektur des Einbaulagefehlers der Inertialmesseinheit sind bei diesen Daten berücksichtigt. Zeitliche Ableitungen von Zustandsgrößen sind hier nicht aufgeführt, weil diese keine zusätzliche Information enthalten, sondern Umformungen darstellen. Weitere Kalibrierungen und die Diskussion der Unsicherheiten der Daten werden an geeigneter Stelle eingeführt.

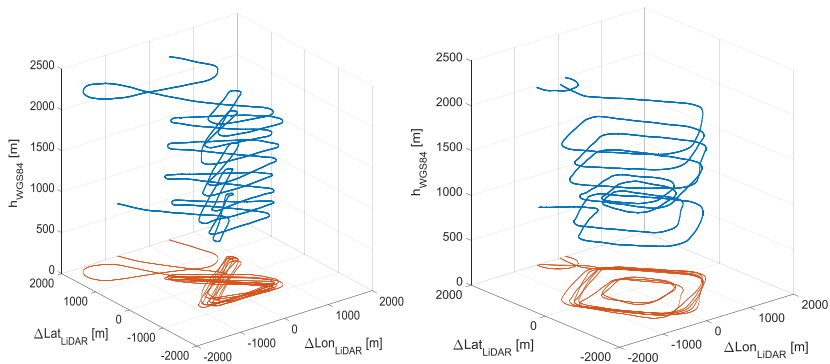
Der gemessene Flugzustandsvektor eignet sich zur Beschreibung der Segelflugzeugbewegung als Starrkörperbewegung reduziert auf den Massenmittelpunkt. Die Zulässigkeit dieser Einschränkung und die modellbasierte Bestimmung nicht gemessener relevanter Zustandsgrößen werden an zugehöriger Stelle diskutieren.

### 3.2 Beschreibung der Flugversuche über dem Wind-LIDAR des KIT

Die Flüge über dem Wind-LIDAR *Windtracer WTX* des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) wurden mit Ausnahme des Überflugsfluges zwischen Sonnenaufgang und dem Beginn konvektiver Umlagerungen, sowie zwischen Konvektionsende und Sonnenuntergang durchgeführt. Die Geradeausfluganteile stellen im Kontext dieser Arbeit die relevanten Flugabschnitte dar. Sie wurden mit einer angezeigten Geschwindigkeit von etwa  $90 \text{ km h}^{-1}$  ( $\text{CAS} \approx 93 \text{ km h}^{-1}$ ) in etwa beim geringsten Eigensinken des Segelflugzeugs mit denselben Vorgaben wie bei der Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen (siehe Kap. 1.4) geflogen, also mit geringstmöglichem Einsatz von Steuereingaben, mit möglichst konstanter

Fluggeschwindigkeit und schiefbefrei. Die Flugrichtungsänderungen waren hingegen zeiteffizient zu fliegen, womit sich durch starken Steuerungseinsatz nahe dem Auftriebsbeiwertmaximum dynamische Flugzustände mit stark nichtlinearem Verhalten ergeben.

Die Flüge starteten vom etwa 7 km vom KIT entfernten Sonderlandeplatz Linkenheim (EDRI). Im Wesentlichen wurden zwei verschiedene Trajektorien geflogen. Die erste Trajektorienart überquert den LiDAR-Standort in jeweils abwechselnder Richtung mit  $180^\circ$  bzw.  $90^\circ$  Richtungsunterschied (Abb. 3.1a). Die vier Umflughpunkte bilden in etwa ein Quadrat mit 2 km Kantenlänge. Die zweite Trajektorienart weist ebenfalls eine quadratischer Projektion auf, bei variierenden Kantenlängen von 1 bzw. 2 km, und meidet den Bereich der LiDAR-Messung, um mögliche Einflüsse des Wirbelfeldes des Segelflugezugs auf die Doppler-LiDAR-Messung bewerten zu können (Abb. 3.1b und Pätzold und Macht (2013).



**Abb. 3.1a+b: Beispieltrajektorien Vergleichsmessungen mit WindTracer WTX des KIT**

Die Messungen über dem WindTracer WTX begannen etwa 100 m bis 200 m oberhalb der durch die signifikante Feuchteänderung gut erkennbaren Obergrenze der atmosphärischen Grenzschicht (vgl. Abb. 2.1). Sie endeten in etwa 750 m MSL, um nicht in ein Flugbeschränkungsgebiet um den Forschungsstandort KIT Campus Nord einzufliegen. Der Rückflug zum Sonderlandeplatz Linkenheim wurde für Kalibriermanöver genutzt (siehe z.B. Anhang A.2.5).

### 3.3 Beschreibung der Messdaten des Wind-LiDARs

Das Institut für Meteorologie und Klimaforschung am KIT nutzt zu Forschungszwecken ein Wind-LiDAR *WindTracer WTX* der Firma Lockheed Martin (*Lockheed Martin, 2010*). Es handelt sich um ein Doppler-LiDAR mit einer  $2\ \mu\text{m}$  Infrarot-Laserquelle und einem 2-achsigen Scanner. Bei einem Doppler-LiDAR wird die Geschwindigkeit der rückstreuenden Aerosole (kurz: Streuer) in Richtung des ausgesandten Signals (Radialgeschwindigkeit)

anhand der Frequenzverschiebung des rückgestreuten Signals gegenüber der Frequenz des ausgesandten Signals bestimmt (Dopplerverschiebung). Träumner (2010) verwendete für ihre Arbeit dasselbe Wind-LiDAR und stellt die Grundlagen und eine Messunsicherheitsbetrachtung kompakt dar.

Der *Windtracer WTX* arbeitet mit einer Pulswiederholrate von 500 Hz und einer Abtastfrequenz des rückgestreuten Signals von 250 MHz. Der Nutzer kann die Mittelungsabschnitte und –pulsanzahl vorgeben, wobei die Mittelungsabschnitte sowohl überlappend also auch nicht überlappend gewählt werden können (Träumner, 2010). Die Richtung des Strahls kann mit dem 2-achsiger Scanner an die Messaufgabe angepasst werden. Für die Vergleiche mit der segelflugzeuggestützten Windmessung im September 2009 wurden zwei verschiedene Scan-Muster eingesetzt:

#### 1. Vertical pointing LiDAR

Das Signal wird permanent in Richtung der lokalen Vertikalen ausgesandt. Die Mittelungsabschnitte entlang der Strahlachse sind etwa 60 m lang und 50 % überlappend, sodass mit etwa 30 m Abstand entlang der Strahlachse Geschwindigkeitsmesswerte in Strahlrichtung mit einer Datenrate von 1 Hz (Mittelung über 500 Pulse) vorliegen. Nach jeweils 14 min Vertikalwindmessung wurde ein PPI-Scan mit 1 min Dauer wie weiter unten beschrieben zur Windvektorbestimmung durchgeführt.

Abb. 3.2 zeigt für einen Tag beispielhaft das gemessene Signalarückstreuverhältnis. Die Höhe ist auf das WGS84 bezogen (Standorthöhe des Windtracer WTX:  $h_{\text{WGS84}} = 159 \text{ m}$ ). Folgende Eigenschaften der Messung sind zu erkennen: Die Messentfernung liegt etwa zwischen 400 m und 3350 m Entfernung zum Windtracer WTX. Die regelmäßigen weißen Vertikallinien kennzeichnen die Bereiche der PPI-Scans. Von 0 h bis zum Sonnenaufgang etwa um 8 h ist das Nutzsignal sehr gering, bedingt durch hohe, IR-absorbierende Luftfeuchtigkeit in Bodennähe. Am Rückstreuverhältnis ist die sich ändernde Höhe der planetaren Grenzschicht sehr gut zu erkennen, weil sich hier die für die Messung relevanten Aerosole in vertikaler Richtung ausbreiten. Die Stärke des Signals ist ein Maß für die Konzentration der messungsrelevanten Streuer.

Das für die Qualität der Messung relevante Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) ist nahezu proportional zum Rückstreuverhältnis. Träumner (2010) gibt für das verwendete Gerät als untere SNR-Grenze -8 dB an, unterhalb derer sich die Genauigkeit der Messung sehr stark verschlechtert. Für den zuvor dargestellten Beispielzeitraum zeigt sich das Verhalten des SNR in Abb. 3.3.

Die gemessene Radialgeschwindigkeit ist in Abb. 3.4 dargestellt und entspricht unter Beachtung des Vorzeichens der Vertikalwindgeschwindigkeit  $w_{\text{Wg}}$ . Zwischen 10 h und 16 h ist deutlich die konvektive Durchmischung an den Vertikalwindgeschwindigkeiten in der Größenordnung von  $10^0 \text{ m s}^{-1}$  zu erkennen. Die für die vorliegende Arbeit relevanten Messungen liegen vor und nach diesem Zeitraum starker Konvektion.



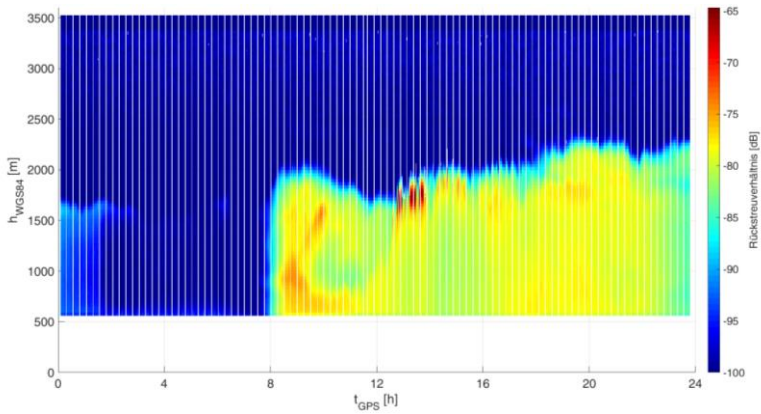


Abb. 3.2: Beispieldaten Rückstreuverhältnis Windtracer WTX für 24 h (26.09.2009)

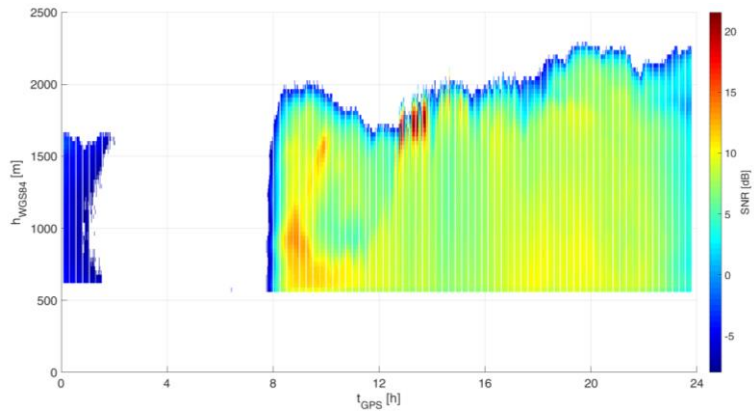


Abb. 3.3: Beispieldaten Signal-Rausch-Verhältnis Windtracer WTX (Zeitraum wie in Abb. 2.1)

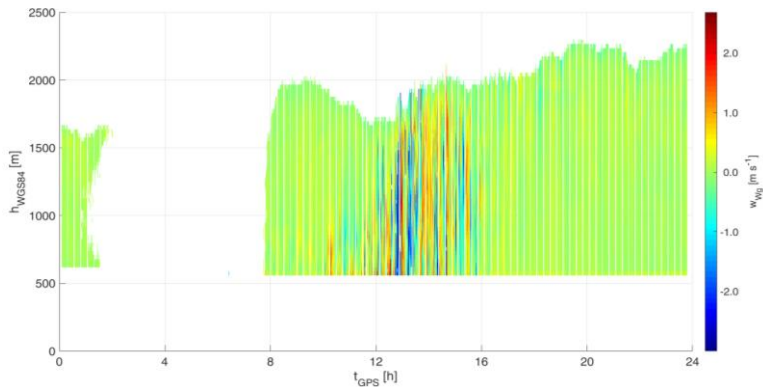
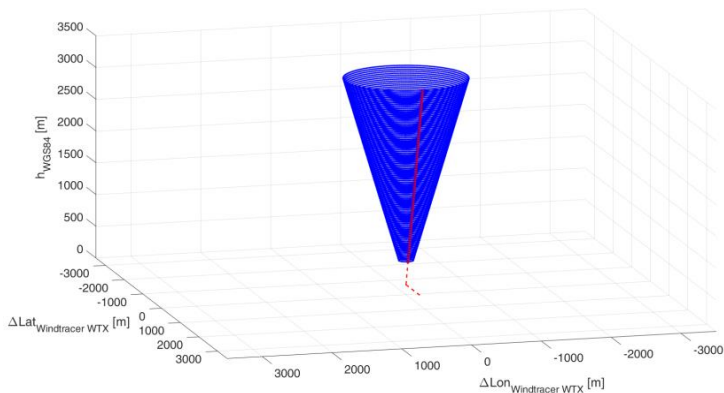


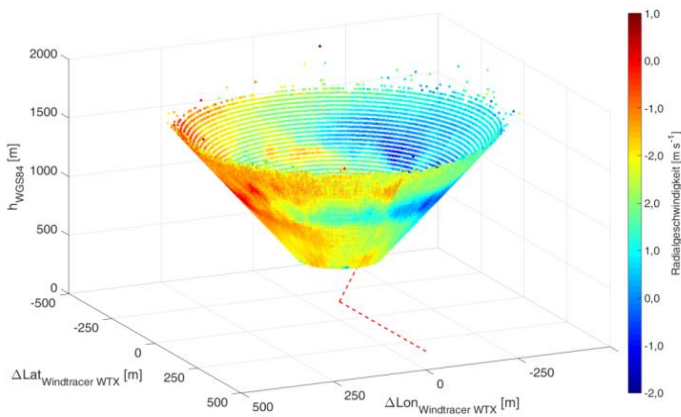
Abb. 3.4: Gemessener Vertikalwind Windtracer WTX (Zeitraum wie in Abb. 3.2/Abb. 3.3)

## 2. PPI-Scan (Plan-Position-Indicator)

Zur vollständigen Messung des Windvektors wird ein sogenannter *Plan-Position-Indicator-Scan* angewendet: Mit einer Neigung von  $15^\circ$  gegenüber der Vertikalen (Elevationswinkel  $75^\circ$ ) rotiert die Strahlrichtung mit einem Azimut-Winkelinkrement von  $0,6^\circ$ , bei einer Messdauer von  $0,1\text{ s}$  je Winkelinkrement (zeitliche Mittelung über 50 Pulse), in  $60\text{ s}$  um  $360^\circ$  um die Vertikalachse, mit wechselnder Drehrichtung nach jedem vollen Umlauf. Die Mittelungsabschnitte entlang der Strahlachse sind ebenfalls etwa  $60\text{ m}$  lang und  $50\%$  überlappend, sodass mit etwa  $30\text{ m}$  Abstand entlang der Strahlachse Geschwindigkeitswerte in Strahlrichtung vorliegen. Abb. 3.5 zeigt die resultierende Messpunkteverteilung eines PPI-Scans, jeweils beginnend an der durchgezogenen roten Linie. Der Windtracer WTX steht im Schnittpunkt der gestrichelten roten Linien.



**Abb. 3.5: Messpunkteverteilung PPI-Scan WindTracer WTX, Achsen gleichskaliert**



**Abb. 3.6: Messwerte WindTracer WTX für einen  $360^\circ$ -Umlauf  
(28.09.2009, 15:52:16 – 15:53:16)**

Für die PPI-Scans wird ein minimales SNR von -4 dB angesetzt, um nicht weiter hilfreiche Messpunkte oberhalb der planetaren Grenzschicht auszuschließen. Abb. 3.6 zeigt beispielhaft die gemessenen Radialgeschwindigkeiten eines PPI-Scans. Nach Lockheed Martin (2010) bedeutet eine positive Radialgeschwindigkeit eine Bewegung der Streuer von der Quelle weg. Das gewählte Beispiel zeigt den Nachteil der Messdauer von 60 s. Die Differenz der Radialgeschwindigkeitskomponenten zu Beginn und Ende des Scan (rot gestrichelte Linie) zeigt die Variabilität des Windfeldes bzw. die Grenzen der Taylorhypothese.

Die gemessene Radialgeschwindigkeit setzt sich an jedem Messort aus den drei orthogonalen Windkomponenten wie folgt zusammen (Werner, 2005):

$$V_r = u_{Wg} \cdot \cos \chi_{LiDAR} \cos \gamma_{LiDAR} + v_{Wg} \cdot \sin \chi_{LiDAR} \cos \gamma_{LiDAR} + w_{Wg} \cdot \sin \gamma_{LiDAR} \quad \{3.1\}$$

mit

- $V_r$  – Radialgeschwindigkeit
- $\chi_{LiDAR}$  – Azimutwinkel (sinngemäß an die DIN9300 (1990) angepasst)
- $\gamma_{LiDAR}$  – Elevationswinkel (sinngemäß an die DIN9300 (1990) angepasst)
- $u_{Wg}, v_{Wg}, w_{Wg}$  – Windkomponenten im geodätischen Koordinatensystem (Abb. 2.3)

Nimmt man für den Zeitraum eines PPI-Scans ein stationäres Windfeld im Beobachtungsraum bzw. die Zulässigkeit der Mittelung an – siehe hierzu Taylorhypothese in Kap. 2 – kann mittels least-square-Fit einer Cosinus-Ansatzfunktion der Windvektor für jeden Höhengsnitt bestimmt werden. Die Ansatzfunktion lautet nach Werner (2005):

$$V_r = a_0 + a_1 \cdot \cos(\chi - \chi_{max}) \quad \{3.2\}$$

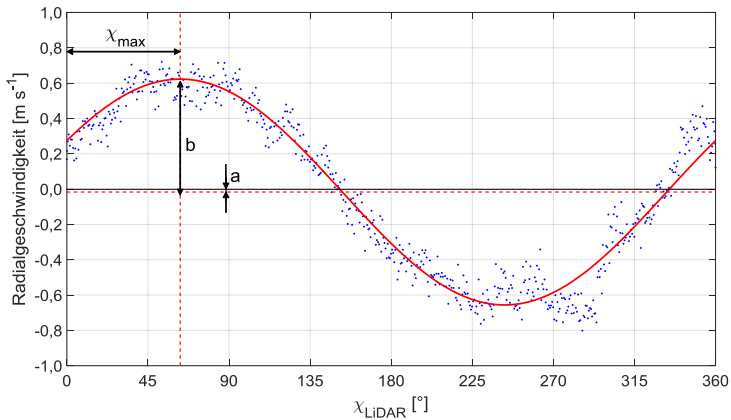
Daraus folgt:

$$\chi_w = \chi_{max} \quad \{3.3\}$$

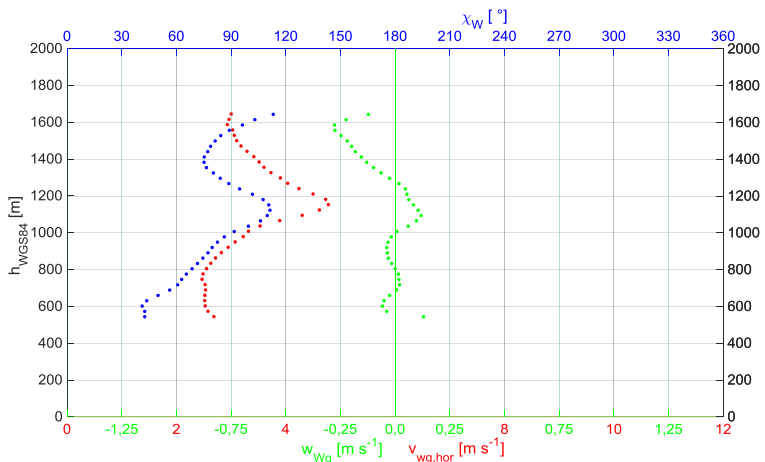
$$V_{Wg,hor} = (u_{Wg}^2 + v_{Wg}^2)^{1/2} = a_1 / \cos(\gamma_{LiDAR}) \quad \{3.4\}$$

$$w_{Wg} = -a_0 / \sin(\gamma_{LiDAR}) \quad \{3.5\}$$

Die Ermittlung der horizontalen Windgeschwindigkeit und dessen Richtung gibt dieser Methode den in der Literatur gebräuchlichen Namen VAD (Velocity and Azimuth Display). Abb. 3.7 illustriert die VAD-Windbestimmung für einen Höhengsnitt mit sehr gut auswertbarer sinusförmiger Messpunkteverteilung. Für den PPI-Scan nach Abb. 3.6 folgt nach VAD-Auswertung aller nutzbaren Höhengsnitte das in Abb. 3.8 gezeigte Windprofil.



**Abb. 3.7: Windvektorbewertung für den Höhengchnitt 747 m mit den Parametern nach Gl. 3.2, Zeitraum wie Abb. 3.6**



**Abb. 3.8: Beispielhafte Windkomponentenverteilung aus einem PPI-Scan mit 60 s Dauer, Zeitraum wie Abb. 3.6**

#### Messfehler und Unsicherheitsgrenzen der Windtracer WTX-Messung

Die Messfehler der Doppler-LiDAR-Messung können klassisch in systematische, zufällige, grobe und methodische Fehler unterschieden werden (Hering und Schönfelder, 2012):

- Ein *systematischer Messfehler* ist ein Nullpunktfehler der Radialgeschwindigkeitsmessung, unter Umständen abhängig von zeitvarianten Umgebungsbedingungen. Von Trümmer (2010) wurde der Nullpunktfehler der Radialgeschwindigkeitsmessung für das verwendete Gerät untersucht und im Rahmen der Systemgenauigkeit zu Null bestimmt.

- *Zufällige Messfehler* sind nach Frehlich (2001) zum einen technisch bedingt, zum Beispiel durch Detektorrauschen, Frequenzdrift der Laser und den Prozessierungsalgorithmus (numerische Konditionierung). Eine weitere Quelle sind Interferenzerscheinungen durch die zufällige Position der streuenden Aerosole im Messvolumen (Werner, 2005).
- *Grobe Messfehler* zeigen sich durch unplausible Werte, z.B. durch Schaltvorgänge, und sind bei Bedarf aus den Datensätzen zu entfernen (Hering und Schönfelder, 2012).
- Zu *methodischen Fehlern* führt eine nicht einheitliche Bewegung der rückstreuenden Aerosole im Messvolumen bei der Einzelpuls-Auswertung. Bei der Mittelung mehrerer Messungen und der PPI-Scan-Auswertung ist die grundsätzliche Inhomogenität des Windfeldes zu beachten.

Als theoretische (untere) Grenzen der Unsicherheit der Radialgeschwindigkeitsmessung gibt Trümner (2010) für den *Windtracer WTX* 3 bis 4  $\text{cm s}^{-1}$  für die Mittelung über 50 Pulse und 1 bis 2  $\text{cm s}^{-1}$  für die Mittelung über 500 Pulse für gute Signal-Rausch-Verhältnisse ( $> -8$  dB) an, relativiert diese Werte aber mittels einer konservativen Methode für turbulente atmosphärische Bedingungen und eine Mittelung über 500 Pulse zu 10 bis 15  $\text{cm s}^{-1}$  als obere Unsicherheitsgrenze.

## 4 Stand der Windmessung mittels Segelflugzeug

In diesem Kapitel werden die in Kap. 3.1 beschriebenen Messdaten zuerst auf die bei motorisierten fliegenden Messträgern übliche *direkte in-situ Vektordifferenz-Windmessung* angewandt – was ohne Einschränkungen auch für Segelflugzeuge möglich ist – und mit der bodengestützten Wind-LiDAR-Messung verglichen (Kap. 4.1). Nachfolgend werden drei in der Literatur verzeichnete Wege zur Nutzung der Flugleistung eines Segelflugezeugs zur Windmessung diskutiert und verglichen (Kap. 4.2), um in Kap. 4.3 die Ansatzpunkte für die Weiterentwicklung der Windmessung mittels Segelflugzeug abzuleiten.

### 4.1 Diskussion der direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung

#### 4.1.1 Gleichungen zur direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung

Mit der Einführung geeigneter Koordinatensysteme und der Transformationen zwischen den Koordinatensystemen in die Luftfahrtforschung, ging die mathematische Grundlage für die *Vektordifferenz-Windmessung* einher. Die Koordinatensystem und Transformationen sind in DIN9300 (1990) und LN9300 (1970) umfassend dargelegt.

Nachfolgend wird in diesem Unterkapitel die Grundgleichung der Vektordifferenz-Windmessung auf Basis der Ausarbeitungen von Lenschow (1972) und Vörsmann (1985) diskutiert. Die Formulierung der Windmessgleichung in Lenschow (1986) basiert auf Lenschow (1972) und wird recht häufig zitiert, z.B. von Bange (2007) und Garman (2009). Sie liegt jedoch nur in Komponentenschreibweise vor und wird in Anhang A.3 zusammen mit der Komponentenschreibweise der nachfolgenden Vektordifferenz-Windmessgleichungen dargestellt.

Die **Grundgleichung** der Vektordifferenz-Windmessung lautet:

$$\vec{V}_{Wg} = \vec{V}_{Kg} - \vec{V}_g \quad \{4.1\}$$

mit

$\vec{V}_{Wg}$  – Windgeschwindigkeitsvektor (Windvektor) im geodätischen Koordinatensystem

$\vec{V}_{Kg}$  – Bahngeschwindigkeitsvektor im geodätischen Koordinatensystem

$\vec{V}_g$  – Geschwindigkeitsvektor gegenüber der Luft (Flugwindvektor)  
im geodätischen Koordinatensystem

Die Verfügbarkeit von operationell einsatzfähigen Inertialnavigationssystemen ab den 1960ern ermöglichte die Anwendung dieser Gleichungen, weil damit der Bahngeschwindigkeitsvektor gemessen werden konnte. Axford (1968) stellt eine Turbulenzmessung basierend auf Gl. 4.1 vor, einschließlich Genauigkeitseinschätzungen abhängig der verfügbaren Technologie. Unter anderem Lenschow (1972), Oliver und Gower (1977), Vörsmann (1985), EUFAR (2008) und Garman (2009) entwickelten die Vorgehensweise mit fortschreitender technischer Entwicklung weiter.

Der Bahngeschwindigkeitsvektor  $\bar{V}_K$  ist vom Bahnachsenkoordinatensystem und der Flugwindvektor  $\bar{V}$  vom aerodynamischen Koordinatensystem mittels zu messender Winkel ins geodätische Koordinatensystem zu transformieren:

$$\bar{V}_{Kg} = \underline{M}_{gk} \bar{V}_K \quad \{4.2\}$$

mit

$\underline{M}_{gk}$  – Transformationsmatrix (Drehmatrix) vom Bahnachsen- und geodätische Koordinatensystem

$$\underline{M}_{gk} = f(\chi, \gamma) \quad \{4.3\}$$

mit  $\chi$  – Bahnazimut,  $\gamma$  – Bahnneigungswinkel

und

$$\bar{V}_g = \underline{M}_{gf} \bar{V}_f = \underline{M}_{gf} \underline{M}_{fa} \bar{V} \quad \{4.4\}$$

mit

$\bar{V}_f$  – Fluggeschwindigkeitsvektor (Flugwindvektor) im flugzeugfesten Koordinatensystem

$\bar{V}$  – Fluggeschwindigkeitsvektor im aerodynamischen Koordinatensystem

$$\bar{V} = [1 \ 0 \ 0]^T V_{TAS} \quad \{4.5\}$$

mit  $V_{TAS}$  – True Airspeed

$\underline{M}_{gf}$  – Transformationsmatrix vom flugzeugfesten ins geodätische Koordinatensystem

$$\underline{M}_{gf} = f(\Phi, \Theta, \Psi) \quad \{4.6\}$$

mit  $\Phi, \Theta, \Psi$  – Querneigung, Längsneigung, Azimut

$\underline{M}_{fa}$  – Transformationsmatrix vom aerodynamischen ins flugzeugfeste Koordinatensystem

$$\underline{M}_{fa} = f(\alpha, \beta) \quad \{4.7\}$$

mit  $\alpha, \beta$  – Anstellwinkel, Schiebewinkel

Gleichung 4.1 lautet mit den Gln. 4.2 und 4.4:

$$\bar{V}_{Wg} = \underline{M}_{gk} \bar{V}_K - \underline{M}_{gf} \underline{M}_{fa} \bar{V} \quad \{4.8\}$$

Die Koordinatensysteme und Transformationsmatrizen sind in Anhang A.6 näher beschrieben.

#### Einfluss von Drehbewegungen des Flugzeugs

Durch den räumlichen Abstand  $\bar{r}$  zwischen dem Flugwindvektorbezugspunkt und dem Bezugspunkt der Bahnvektorbestimmung, folgen aus Drehgeschwindigkeiten des Luftfahrzeugs induzierte Geschwindigkeitskomponenten am Flugwindvektorbezugspunkt. Diese können als *drehrateninduzierte* Anstell- und Schiebewinkel bezeichnet werden, die über die Transformation  $\underline{M}_{fa}$  scheinbare Windanteile hervorrufen und zu korrigieren sind. Gleichung 4.8 wird nach Lenschow (1972) erweitert:

$$\bar{V}_{Wg} = \underline{M}_{gk} \bar{V}_K - \underline{M}_{gf} \underline{M}_{fa} \bar{V} + \bar{\Omega}_g \times \bar{r}_g \quad \{4.9\}$$

mit dem Drehratenvektor  $\bar{\Omega}_g$  und dem Hebelarmvektor  $\bar{r}_g$  im geodätischen Koordinatensystem. Nach Lenschow (1972) gilt für  $\bar{\Omega}_g$ :

$$\bar{\Omega}_g = \begin{bmatrix} -\dot{\Theta} \sin \Psi + \dot{\Phi} \cos \Theta \cos \Psi \\ \dot{\Theta} \cos \Psi + \dot{\Phi} \cos \Theta \sin \Psi \\ \dot{\Psi} - \dot{\Phi} \sin \Theta \end{bmatrix} \quad \{4.10\}$$

mit

$\dot{\Phi}, \dot{\Theta}, \dot{\Psi}$  – zeitliche Ableitung der Querneigung, Längsneigung und des Azimutwinkels

Vörsmann (1985) argumentiert, dass  $\dot{\Phi}$ ,  $\dot{\Theta}$  und  $\dot{\Psi}$  nicht als direkte Messgrößen vorliegen und verwendet stattdessen die flugzeugfest gemessenen Drehraten  $\bar{\Omega}_f$  und den flugzeugfesten Hebelarmvektor  $\bar{r}_f$  zur Korrektur des Flugwindvektor  $\bar{V}_f$  im flugzeugfesten Koordinatensystem:

$$\bar{V}_f = \underline{M}_{fa} \bar{V} - \bar{\Omega}_f \times \bar{r}_f \quad \{4.11\}$$

Mit der Gl. 4.11 folgt aus Gl. 4.8:

$$\bar{V}_{Wg} = \underline{M}_{gk} \bar{V}_K - \underline{M}_{gf} \underline{M}_{fa} \bar{V} + \underline{M}_{gf} (\bar{\Omega}_f \times \bar{r}_f) \quad \{4.12\}$$

Während Lenschow (1972) in der Formulierung von  $\bar{\Omega}_g$  und  $\bar{r}_g$  im geodätischen Koordinatensystem die formal korrekte Formulierung wählt, vernachlässigt Vörsmann (1985) in Gl. 4.12 die Erddrehrate und Drehraten aufgrund der Bewegung des Luftfahrzeugs in der gekrümmten Horizontalfläche des geodätischen Koordinatensystems. Die Genauigkeit damaliger Inertialmesstechnologien rechtfertigte die Annahme in Gl. 4.11 ohne weiteres. Durch die Verwendung moderner Strapdown-Inertialmesseinheiten in Verbindung mit satellitennavigationsbasierter Stützung und Zustandsschätzern fällt der Frage nach der primären Messgröße keine Bedeutung mehr zu, sondern führt auf die Frage der algorithmischen Konditionierung der GNSS-IMU-Kopplung (Chatfield, 1997; Grewal et al., 2007).

Mit einfachen Annahmen lässt sich der Fehler im Vertikalwind  $\varepsilon_{Wg}$  für die Flüge nach Kap. 3.2 infolge der vereinfachenden Vernachlässigung dieser Drehraten wie in Vörsmann (1985) abschätzen: Mit  $TAS = 25,8 \text{ m s}^{-1}$ , einem Hebelarm  $r_x = 3,47 \text{ m}$  und einem Flug entlang des Äquators auf dem Referenzellipsoiden nach WGS84 folgt:

- Bei Vernachlässigung der Winkelgeschwindigkeiten durch horizontalen Transport:  
 $|\varepsilon_{Wg}| \approx 0,014 \text{ mm s}^{-1}$
- Bei Vernachlässigung der Erddrehrate:  $|\varepsilon_{Wg}| \approx 0,25 \text{ mm s}^{-1}$

Sowohl Lenschow (1972) als auch Vörsmann (1985) vereinfachen den Hebelarmvektor  $\bar{r}$  auf eine dominierende Komponente, was mit der damaligen Forderung nach Rechenzeitminimierung insbesondere für Echtzeitanwendungen begründet war, jedoch heute nicht mehr erforderlich ist. Die Lösungen der Gln. 4.9 und 4.12 können vollständig, z.B. Vörsmann (1985), oder partiell für die horizontalen Windanteile erfolgen, z.B. Oliver und Gower (1977).



### Komponentenschreibweise der Vektordifferenz-Windmessgleichung

In Anhang A.3 werden die Gln. 4.9 und 4.12 in Komponentenschreibweise überführt. Die vollständige Darstellung der Komponenten ist für die praktische Anwendung von Nutzen, um z.B. vorliegenden Quellcode auf Übereinstimmung zu prüfen. Auch zeigen sich hierbei kleine Unterschiede zwischen den Quellen.

### Indirekte Anstellwinkelmessung und ex-situ

Die Gln. 4.9 und 4.12 gelten ebenfalls, wenn der Anstellwinkel auf anderem Wege bestimmt wird. Besteht ein größerer räumlicher Abstand  $\bar{r}$  zwischen den Messorten der beiden Vektoren, dann ist die Krümmung des geodätischen Koordinatensystems hinsichtlich der Lagewinkeldefinition zu beachten. Dies ist voraussichtlich bei fluggestützten ex-situ-Messungen ab Distanzen größer  $10^3$  m der Fall.

### 4.1.2 Unsicherheit der fluggestützten Vektordifferenz-Windmessung in der Literatur

In Tab. 4.1 sind die in der gesichteten Literatur genannten Genauigkeitsangaben aufgelistet, woraus sich folgende Schlüsse ziehen lassen:

- Es handelt sich in allen Beispielen um eine direkte in-situ Vektordifferenz-Windmessung
- Es ist eine Verringerung der Messunsicherheitsangaben mit der allgemeinen technologischen Entwicklung zu erkennen.
- Viele Veröffentlichungen benennen die Notwendigkeit und Verfahren zur Kalibrierung von fluggestützten Windmesssystemen, jedoch werden selten Unsicherheitsangaben getroffen und diese nur in wenigen Fällen umfassend begründet, z.B. Vörsmann (1985), Garman (2009) sowie Forster und Chan (2012).
- Es ist kein einheitliches Vorgehen zur Einschätzung der Unsicherheit erkennbar.
- Die Unsicherheitsangaben ...
  - der Vektordifferenz-Windmessung sind abhängig von der typischen Größe von Flug- und Windgeschwindigkeitsvektor, was sich aus der Anschauung der Abb. 1.1 herleiten lässt.
  - sind für ein Messsystem überwiegend global angegeben, zumeist für einen typischen Arbeitspunkt.
  - beinhalten keine Angaben über die statistische Natur der Unsicherheit, z.B. als Standardabweichung oder maximale absolute Unsicherheit. Die Unsicherheit wird also nicht spektral betrachtet.
  - beinhalten keine Angaben über den Dynamikbereich der Messsysteme.
  - der Vertikalwindkomponente liegen in derselben Größenordnung wie die der Horizontalwindkomponenten.

- Die in Kap. 1.5 hypothetisierte Unsicherheit der Vertikalwindmessung mittels Segelflugzeug ist etwa in derselben Größenordnung bzw. bis zu einer Größenordnung besser als die Literaturangaben zu heutigen Systemen auf motorisierten Luftfahrzeugen.

Quellen (chronologisch)	Einsatzbedingungen	Unsicherheitsangaben in der jeweiligen Quelle
Axford (1968)	$V = 210 \text{ m s}^{-1}$ Höhe bis 12 km	Longitudinalböen: $2,2 \text{ m s}^{-1}$ Lateral-/Vertikalböen: $1,0 \text{ m s}^{-1}$
Lenschow (1972)	$V = 80 \text{ m s}^{-1}$	Alle drei Windkomponenten $< 1 \text{ m s}^{-1}$
Oliver und Gower (1977)	$V = 80 \text{ m s}^{-1}$ $H = 200..500 \text{ m}$	Horizontalwind: $0,5 \text{ m s}^{-1}$
Vörsmann (1985)	$V = 60 \text{ m s}^{-1}$ Untere Troposphäre	Mittlere Fehler von Windrichtung und -geschwindigkeit sind unabhängig vom Flugzustand. - Horizontalwind: $0,5..0,7 \text{ m s}^{-1}$ - Windrichtung: $10^\circ$ bei $V_w = 3 \text{ m s}^{-1}$ $5^\circ$ bei $V_w = 10 \text{ m s}^{-1}$ - Vertikalwind: $0,3 \text{ m s}^{-1}$
Lenschow (1986)	Nicht angegeben	Horizontalwind: $0,4 \text{ m s}^{-1}$ Vertikalwind: $0,1 \text{ m s}^{-1}$
Haering (1990)	$V = 270 \text{ bzw. } 590 \text{ m s}^{-1}$ $H \text{ bis } 18 \text{ km}$	Alle drei Windkomponenten: $1 \text{ bzw. } 3 \text{ m s}^{-1}$
Brümmer (1993)	$V = 60 \text{ m s}^{-1}$ Untere Troposphäre	Windrichtung: $2^\circ$ Horizontalwind: $0,5 \text{ m s}^{-1}$ Vertikalwind: $0,2 \text{ m s}^{-1}$
ARA (2004a, 2004b)	$V$ nicht angegeben $H \text{ bis } 15 \text{ km}$	Alle drei Windkomponenten: $0,1 \text{ m s}^{-1}$
Hankers (2006)	$V = 60 \text{ m s}^{-1}$ , Geradeausflug bei $V_w \approx 10 \text{ m s}^{-1}$ Untere Troposphäre	Windrichtung: $2^\circ$ Horizontalwind: $0,3 \text{ m s}^{-1}$ Vertikalwind: $0,15 \text{ m s}^{-1}$
Garman (2009)	$V \approx 80 \text{ m s}^{-1}$ Untere Troposphäre	Windrichtung: nicht angegeben Horizontale Windgeschwindigkeit: $\geq 0,3..0,4 \text{ m s}^{-1}$ Vertikalwindgeschwindigkeit: $\geq 0,06 \text{ m s}^{-1}$
Aventech (2015)	$V = 40 \text{ m s}^{-1}$	Alle drei Windkomponenten: $0,5 \text{ m s}^{-1}$ Forster (2012) beschreibt mit einigem Modellierungs- und Filterungsaufwand eine Unsicherheitsverringerung dieses Messsystems um etwa 20 %.

Tab. 4.1: Genauigkeitsangaben zur fluggestützten Windmessung in der Literatur

#### 4.1.3 Beispielergebnisse der direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung mit Segelflugzeug

Nachfolgend werden für den Flug am 27.09.2009 von 09:18-10:17 (Beispielflug) über dem Wind-LiDAR einige Diagramme zur Veranschaulichung der erläuterten Windmessungen dargestellt: In Abb. 4.1 und Abb. 4.2 sind beispielhaft Flugzustandsgrößen als Zeitreihen dargestellt, die das typische Flugprofil bei den Messflügen über dem Wind-LiDAR zeigen. Charakteristisch sind die Fluggeschwindigkeitsänderungen bei den Flugrichtungsänderungen.

Mit Gl. 4.9 und dem vollständigen Hebelarm  $\bar{r}_f$  nach Gln. A.3.35-37 werden die Windkomponenten nach Lenschow (1972) berechnet, in Abb. 4.3 als Zeitreihen und in Abb. 4.4 gegenüber der Höhe zusätzlich mit Lufttemperatur und -feuchte dargestellt. Bei genauer Betrachtung lässt sich eine Korrelation zwischen Kurvenflugabschnitten und Peaks in den Windkomponenten erkennen. Die Kalibrierung der Anströmvektormessung wurde nur für den Geradeausflug durchgeführt, sodass sich durch den Kurvenflug (siehe Kap. 3.2) nennenswerte Fehler ergeben. Die Kurvenflugabschnitte werden nachfolgend bei Bedarf entfernt. Die signifikante Verschiebung der Vertikalwindgeschwindigkeit im Schleppflug gegenüber dem Freifluganteil lässt sich mit dem Abwindfeld hinter dem Schleppflugzeug erklären (Abb. 4.3 und Abb. 4.4).

Die verschiedenen Vektordifferenz-Windmessungen nach Kap. 4.1.1 werden anhand dieses Fluges verglichen. Hierzu werden die drei Windkomponenten in sechs verschiedenen Varianten berechnet:

1. Nach Lenschow (1972), mit vollständigem Hebelarm und  $\cos \beta$  –Vereinfachung (Gln. 9.3.35-37)
2. Lenschow (1972), nur x-Komponente des Hebelarms und  $\cos \beta$  –Vereinfachung (Gln. 9.3.35-37)
3. Nach Vörsmann (1985), mit vollständigem Hebelarm (Gln. 9.3.38-40)
4. Vörsmann (1985), nur x-Komponente des Hebelarms (Gln. 9.3.38-40)
5. Lenschow (1986), nur x-Komponente des Hebelarms (Gln. 9.3.41-44)
6. Nach Grundgleichung ohne Drehratenkorrektur (Gln. 9.3.14-16)

Der Hebelarm für die DG-300/17 beträgt in den vorliegenden Messungen:

$$\bar{r}_{f, \text{INS} \rightarrow \text{Fünflochsonde}} = \begin{bmatrix} 3,47 \text{ m} \\ 0,04 \text{ m} \\ 0,10 \text{ m} \end{bmatrix}$$

Die Berechnung nach Lenschow (1972) mit vollständigem Hebelarm und  $\cos \beta$  –Vereinfachung (1.) wird als Referenz angenommen und die Differenz zu den anderen Varianten (2. – 6.) gebildet. Für den Zeitabschnitt des Messfluges über dem Wind-LiDAR nach Abb. 4.1 folgen die in Abb. 4.5 gezeigten Differenzen der Nordwindkomponenten. Die Windkomponentenkorrektur aufgrund der Drehraten liegt bei der vorliegenden Trajektorienodynamik im Kurvenflug in der Größenordnung von bis zu  $1 \text{ m s}^{-1}$ .

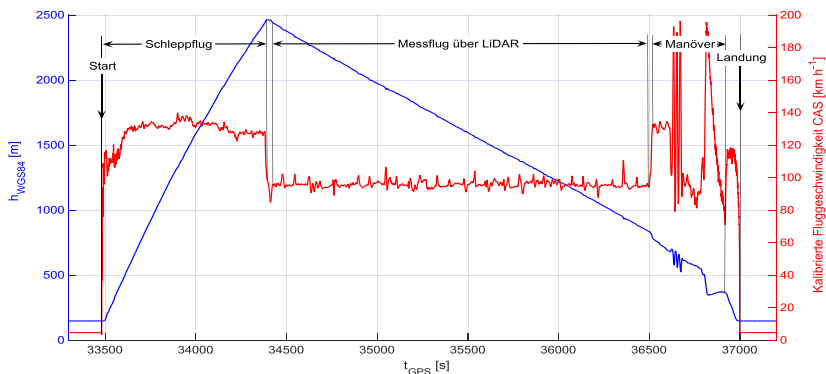


Abb. 4.1: Flughöhe und Fluggeschwindigkeit zur Illustration der Messflüge über dem Wind-LiDAR (27.09.2009, 09:18-10:17)

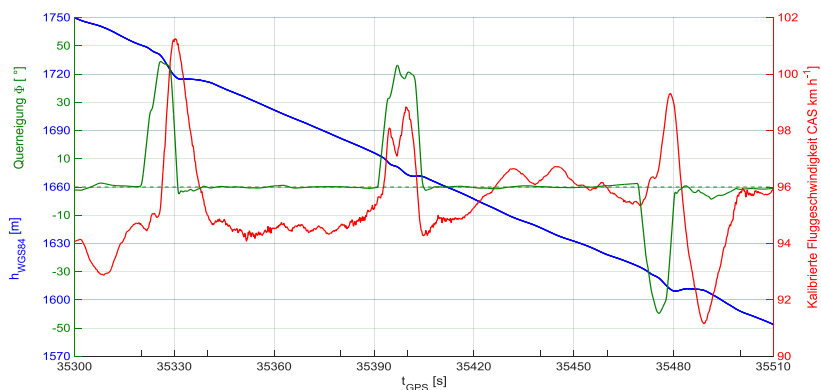


Abb. 4.2: Ausschnitt aus Abb. 4.1 mit drei Flugrichtungswechseln und der gemessenen Querneigung

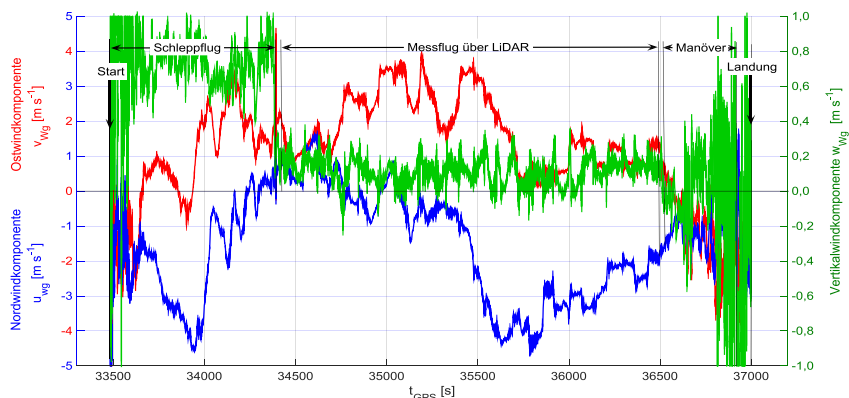
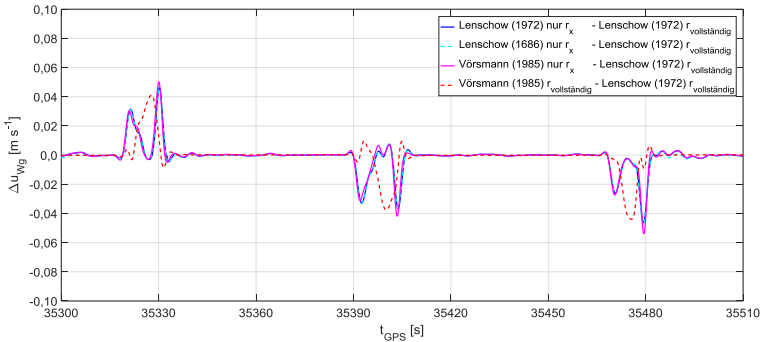


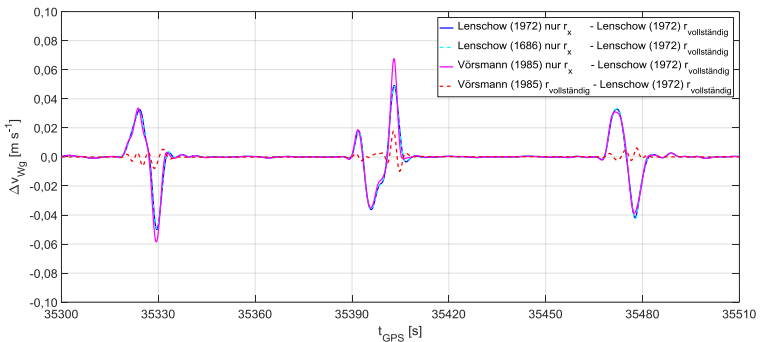
Abb. 4.3: Die drei bestimmten Windkomponenten für den in Abb. 4.1 gezeigten Flug



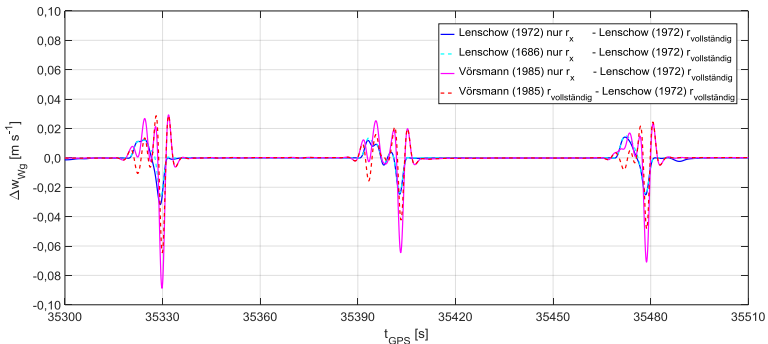
einer etwas anderen Charakteristik. Bei der Vertikalwindkomponente zeigen sich etwa doppelt so große Differenzen wie in den horizontalen Windkomponenten. Hierbei dominiert die Drehratenformulierung die Differenzen.



**Abb. 4.6: Differenzen der Nordwindkomponenten nach verschiedenen Vektordifferenzformulierungen, Ausschnitt aus Abb. 4.5**



**Abb. 4.7: Differenzen der Ostwindkomponenten nach verschiedenen Vektordifferenzformulierungen, Flug und Zeitabschnitt wie Abb. 4.6**



**Abb. 4.8: Differenzen der Vertikalwindkomponenten nach verschiedenen Vektordifferenzformulierungen, Flug und Zeitabschnitt wie Abb. 4.6**

Die Differenzen zwischen den verschiedenen Berechnungen sind nicht als Unsicherheit zu interpretieren und sind im Kurvenflug am größten. Der Fokus dieser Arbeit liegt hingegen auf dem Geradeausflug. Hier liegen die Differenzbeträge zwischen den Berechnungsvarianten in allen drei Richtungen unterhalb  $3 \cdot 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$ , womit es keiner weiterführenden Diskussion der direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung an dieser Stelle bedarf. Die Berechnung nach Lenschow (1972) mit vollständigem Hebelarm und  $\cos\beta$ -Vereinfachung (1.) wird nachfolgend als Repräsentant der *direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung* verwendet.

#### 4.1.4 Vergleich Vektordifferenz-Windmessung mit der LiDAR-Windmessung

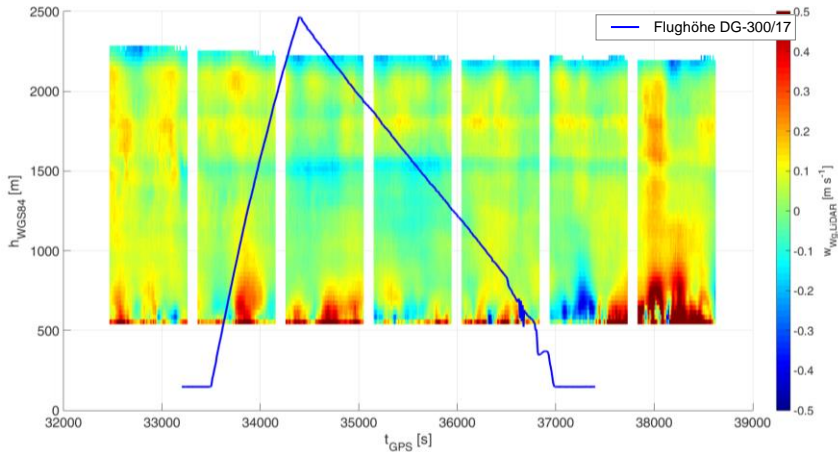
Abbildung 4.9 zeigt beispielhaft für den zuvor beschriebenen Messflug die mittels Wind-LiDAR gemessene zeitliche und vertikale Verteilung der Vertikalwindgeschwindigkeitskomponente und den Höhenverlauf des Flugweges des Segelflugzeugs DG-300/17. Die *vertical pointing* Wind-LiDAR-Messdaten werden nach Zeit und Höhe der Trajektorie des Segelflugzeugs linear interpoliert (Abb. 4.10). Aus den Flugmessdaten sind die Kurvenflugabschnitte entfernt, weil in diesen nach Abb. 4.3 fehlerhafte Ergebnisse entstehen. Die Flugmessdaten sind zudem mit 0,5 Hz phasenfrei tiefpassgefiltert, was der Nyquist-Frequenz der Wind-LiDAR-Daten entspricht. Die Lücken in den LiDAR-Daten entsprechen den 60 s PPI-Scans (Kap. 3.3). Die dargestellten Messdaten in Abb. 4.10 enden mit Verlassen des LiDAR-Bereichs durch das Segelflugzeug in etwa 800 m.

Dieselben Messgrößen wie in Abb. 4.10 sind für einen Flug am selben Tag zum Ende der thermischen Konvektion (27.09.2009, 15:01 – 16:01, vgl. Abb. 3.4) in Abb. 4.11 dargestellt. Die in-situ gemessenen Vertikalwindvarianzen sind erwartungsgemäß deutlich größer als bei dem in Abb. 4.10 dargestellten Flug. In der LiDAR-Messung ist diese Varianz nicht proportional hierzu zu erkennen, wobei die Größe der Geschwindigkeitsbeträge nahe der in Kap. 3.3 beschriebenen Genauigkeitsgrenzen des *Windtracer WTX* liegen.

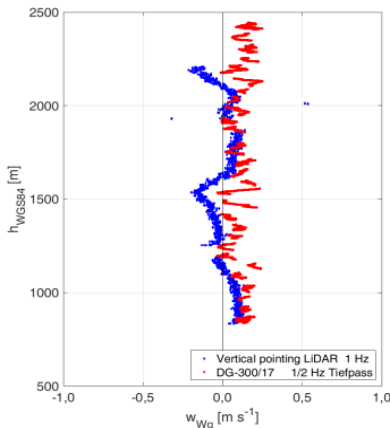
Im Vergleich mit *vertical pointing* LiDAR sind in Abb. 4.12 die Vertikalwindkomponenten zu einem Flug dargestellt, bei dem das Wind-LiDAR dauerhaft im PPI-Modus (Kap. 3.3) betrieben wurden und die meteorologische Situation ähnlich zu dem in Abb. 4.11 gezeigten Flug.

Der Windvektor nach Abb. 3.8 liegt mit einer Aktualisierungsrate von 60 s vor, weshalb die Flugmessdaten neben 0,5 Hz zusätzlich mit 1/120 Hz tiefpassgefiltert sind. Die extrahierten LiDAR-Daten sind als Mittelwerte der zeit- und höhenkorreliert angrenzenden Messwerte dargestellt, sowie linear zeit- und höheninterpoliert. In Abb. 4.13 sind die zugehörigen Horizontalwindkomponenten gezeigt.

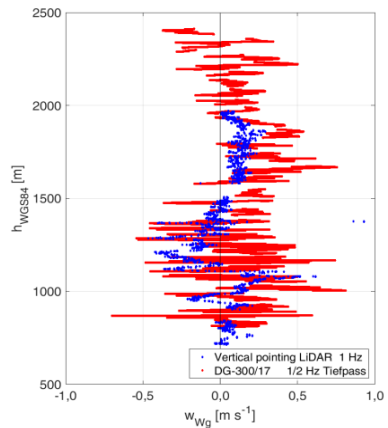
Die Herausforderungen des Vergleichs zwischen diesen in-situ und ex-situ Messdaten bestehen in der unterschiedlichen Messdynamik der Systeme, der verschiedenen räumlichen Mittelungen und der variablen räumlichen Distanz der Messorte in einem turbulenten Strömungsfeld. Die genauere Bewertung des Vergleichs mehrerer Messsysteme wird in Kap. 7.1 diskutiert.



**Abb. 4.9:** Mittels Wind-LiDAR gemessene Vertikalwindkomponente und Höhenverlauf des Segelflugezeugs, Flug wie in Abb. 4.1



**Abb. 4.10:** Vergleich Vertikalwindkomponenten aus segelfluggestützter direkter in-situ Vektordifferenz-Windmessung und vertical pointing Wind-LiDAR, Flug wie in Abb. 4.1

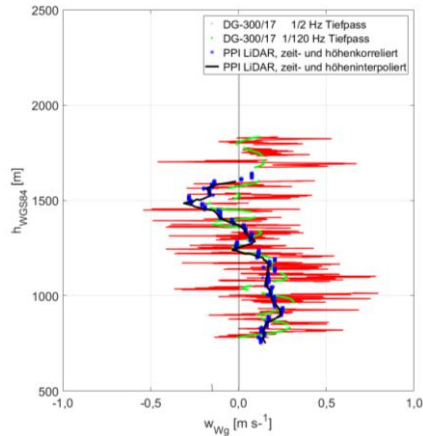


**Abb. 4.11:** Vergleich Vertikalwindkomponenten aus segelfluggestützter direkter in-situ Vektordifferenz-Windmessung und vertical pointing Wind-LiDAR (27.09.2009, 15:01-16:01)

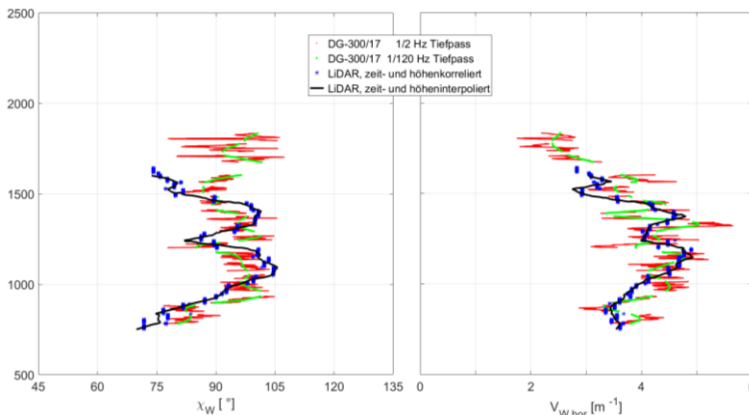
## 4.2 Stand der Nutzung der Flugleistung von Segelflugzeugen zur Windmessung

In diesem Unterkapitel werden operationelle Windmesssysteme an Bord von Segelflugzeugen, Totalenergieansätze zur Beschreibung der Segelflugzeugbewegung in der bewegten Atmosphäre und Ansätze mit expliziter Nutzung der Flugleistung eines Segelflugzeuges zur Windmessung diskutiert.





**Abb. 4.12:** Vergleich Vertikalwindkomponenten aus segelfluggestützter direkter in-situ Vektordifferenz-Windmessung und PPI Wind-LiDAR (28.09.2009,15:42-16:22)



**Abb. 4.13:** Vergleich Horizontalwindkomponenten aus segelfluggestützter direkter in-situ Vektordifferenz-Windmessung und PPI Wind-LiDAR, Flug wie in Abb. 4.12

#### Operationelle Windmesssysteme in Segelflugzeugen

In Segelflugzeugen werden speziell entwickelte Programme auf fest installierter Hardware oder mobilen Geräten (Smartphones, Tablets) zur Navigation einschließlich Windermittlung verwendet. Die benötigte Sensorausstattung variiert bei den verfügbaren Systemen sehr stark. Die verwendeten Sensoren sind durch Kostenabwägungen zumeist aus dem unteren Preissegment, was insbesondere die Unsicherheit der Lagewinkelmessung sehr groß werden lässt, soweit diese überhaupt erfolgt. Fehlende Messungen werden durch Zustandsschätzung ersetzt oder die vektoriellen Beziehungen vereinfacht. Die Resultate dieser Windermittlungen können aus operationeller Erfahrung als zumeist *grundsätzlich*

*plausibel* und *operationell nutzbar* bezeichnet werden, ohne jedoch die Unsicherheiten eingrenzen zu können. Vergleiche mit Referenzsystemen sind nicht bekannt. Mit Ausnahme von XCSoar (2013) ist die Datenverarbeitung in den Systemen nicht offengelegt. Ebenso wird die Vertikalwind-komponente unter nicht genauer beschriebener Verwendung der Flugleistung des Segelflugzeugs ausgegeben.

Für die vorliegende Arbeit sind vollständige Zustandsmessdaten aus höherwertigen Sensoren vorhanden, weshalb die vertiefende Analyse von operationellen Segelflugwind-messsystemen nicht verfolgt wird.

### Totalenergieansätze

Das Verständnis für die meteorologischen und flugmechanischen Grundlagen der Extraktion mechanischer Energie aus der Atmosphäre ist seit den Anfängen des bemannten Fluges und speziell des Segelflugs erfahr- und überprüfbar geworden. Entsprechend ist eine stattliche Anzahl von Publikationen zu finden. Während frühe Publikationen um das meteorologisch-phänomenologische Verständnis ringen (z.B. Georgii, 1922), behandeln nachfolgende Quellen deren optimale Nutzung, z.B. durch analytische Betrachtungen (Nickel, 1949; MacCready, 1949; Reichmann, 1976; Petrauschke, 1977), analytische Grundlagen erweitert um Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen (Cochrane, 1999) oder Energiebetrachtungen (Lissaman, 2007; Ragot, 2012; Hazelrigg, 2016). Bei den Energiebetrachtungen wird die optimale Trajektorie zur *maximierten Totalenergieextraktion* gesucht, mit der Totalenergie als Summe aus potenzieller und kinetischer Energie.

Für die in dieser Arbeit betrachtete Windmessung sind diese beiden Ansätze nicht zielführend: Für die Bestimmung energieoptimaler Trajektorien werden modellierte Windfelder angenommen. Zusammen mit flugmechanischen Modellen wird auf die Bewegung des Luftfahrzeugs geschlossen und das gesuchte Optimum ermittelt.

In der vorliegenden Arbeit soll jedoch von gemessenen Flugzustandsgrößen und als bekannt angenommenen flugmechanischen Parametern auf den Windvektor geschlossen werden, was nach Etkin (1972) als *inverses Problem* bezeichnet werden kann. Bei *inversen Problemen* versucht man mittels der Ausgangsgrößen (Flugzustandsgrößen) entweder auf Eingangsgrößen (z.B. Kräfte) oder auf Randbedingungen (z.B. Wind) zu schließen. Inversen Problemen ist eigen, dass die Umkehrung der Fragestellung unter Umständen nicht vollständig eindeutig ist. Neben der Einschränkung der physikalischen bzw. mathematischen Eindeutigkeit können auch numerische oder messtechnische Randbedingungen einschränkend wirken. Es folgt daraus neben dem *inversen Problem* der Windmessung mittels segelflugzeugimmanenter Eigenschaften (Inverses Problem 1. Art) die Bestimmung dieser segelflugzeugimmanenten Eigenschaften als weitere *inverse* Fragestellung (Inverses Problem 2. Art). Für die segelflugzeuggestützte Windmessung ist das *inverse Problem* dann eindeutig zu lösen, wenn alle segelflugzeugimmanenten Eigenschaften eindeutig sind und die Beschreibung der Bewegung vollständig ist. Totalenergieansätze sind diesbezüglich kritisch zu betrachten:

- Der Begriff Totalenergie ist nicht eindeutig belegt. Der Anteil der kinetischen Energie wird sowohl auf die Geschwindigkeit des Massenpunktes als auch auf die Geschwindigkeit gegenüber Luft bezogen (z.B. Langelaan, 2011). Eine konsistente Klärung dieser Totalenergiebezüge ist in der Literatur nicht zu finden.
- Per Definition ist die mechanische Energie in der klassischen Mechanik eine skalare Größe. Aus dieser skalaren Größe lässt sich der gesuchte Wind als vektorielle Größe nicht eindeutig bestimmen. Vielmehr ist die Richtungsinformation der vektoriellen Eingangsgrößen durch Geschwindigkeits- oder Impulsungleichungen beizubehalten, wie z.B. von Sachs (1989) für die Optimierung des dynamischen Segelflugs genutzt. Aus der zeitlichen Ableitung der Impulsungleichung (Impulsänderungsgleichungen) werden die Bewegungsgleichungen hergeleitet.

#### Ansätze zur Windmessung unter Nutzung der Flugleistung des Segelflugezeugs

In der Literatur sind drei kennzeichnende Ansätze für die Nutzung der Flugleistung eines Segelflugezeugs zur Windmessung zu finden: Hertenstein und Martin (2008) bestimmen aus Messdaten an Bord eines Segelflugezeugs die Vertikalgeschwindigkeit in Leewellenrotoren, während Millane et al. (2010) den Windvektor in Leewellen mit grundsätzlich vergleichbaren störungsarmen atmosphärischen Bedingungen wie in Kap. 1.4 beschrieben ermitteln. Wende (2003) bestimmt den Windvektor für die Flugleistungsvermessung von Segelflugezeugen im Vergleichsflug. Alle drei Quellen nutzen den mittels GPS bestimmten Bahnvektor und den Staudruck, sowie Wende (2003) zusätzlich den statischen Druck und die Lufttemperatur, was gegenüber dem in Kap. 3.1 verzeichneten Messdatenumfang einem Minimaldatensatz entspricht. Nachfolgend werden diese drei Quellen erläutert und auf die Messdaten angewandt:

**Hertenstein und Martin (2008)** bilden lediglich die Differenz zwischen der gemessenen Vertikalgeschwindigkeit  $w_{Kg}$  und der Sinkgeschwindigkeit gegenüber der Luft  $w(V)$ , bestimmt mit der bekannten Flugleistung und der gemessenen Fluggeschwindigkeit:

$$w_{Wg} = w_{Kg} - w(V) \quad \{4.13\}$$

mit

$w_{Kg}$  – Vertikalkomponente der Bahngeschwindigkeit im erdfesten Koordinatensystem

$V$  – Fluggeschwindigkeit

$w(V)$  – Fluggeschwindigkeitsabhängige Vertikalgeschwindigkeit gegenüber der Luft

Annahmen zur Flugleistung des Segelflugezeugs und die Bestimmung des Horizontalwindes sind nicht beschrieben. Dieser Ansatz stellt eine einfache Geschwindigkeitsgleichung dar.

**Millane et al. (2010)** berücksichtigen den bei Segelflugezeugen sehr verlustarmen Austauschprozess zwischen kinetischer und potenzieller Energie mittels eines einfachen Terms und formuliert für die Vertikalwindgeschwindigkeit:

$$w_{Wg} = w_{Kg} - w(V) - \frac{v \cdot \dot{v}}{g} \quad \{4.14\}$$

mit

$\dot{v}$  – Zeitliche Ableitung der Fluggeschwindigkeit (Flugwindbeschleunigung)

$g$  – Gravitation

Albat (1992) beschreibt den dritten Term der rechten Seite im Zusammenhang mit Verfahren zur Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen als *spezifische Energieänderung*. Hierbei tritt das oben beschriebene Problem der skalaren Eigenschaft der Energie zu Tage, dass mit diesem Term jede Änderung der Fluggeschwindigkeit  $\dot{v}$  vollständig auf einen Vertikalgeschwindigkeitsanteil überführt. Dies ist nur bei konstantem Horizontalwind zulässig.

Die Horizontalwindbestimmung erfolgt bei Millane et al. (2010) unabhängig der Vertikalwindbestimmung und wird hier nicht weiter diskutiert. Die Flugleistung wird mit der bestimmten Luftdichte korrigiert, weitere Annahmen zur Flugleistung des Segelflugzeugs sind nicht beschrieben.

**Wende (2003)** standen in Prinzip dieselben Zustandsgrößen wie Millane et al. (2010) zur Verfügung, allerdings mit höherer Genauigkeit und höherer Datenrate. Zur Beschreibung der Flugzeugbewegung zum Zweck der Windmessung verwendete er Bewegungsgleichungen, die nachfolgend in Kap. 6.1 hergeleitet werden. Die horizontale Windbestimmung folgt dabei der *direkten in-situ Vektordifferenz-Windvektormessung* unter Annahme eines schiebefreien Fluges, während die Bestimmung der Vertikalwindgeschwindigkeit unter Berücksichtigung der Flugleistung des Segelflugzeug erfolgt.

Aus Gl. 6.1 setzt Wende (2003) die Bewegungsgleichung mit zwei translatorischen Freiheitsgraden im Bahnachsenkoordinatensystem an und schreibt diese dann im aerodynamischen Koordinatensystem:

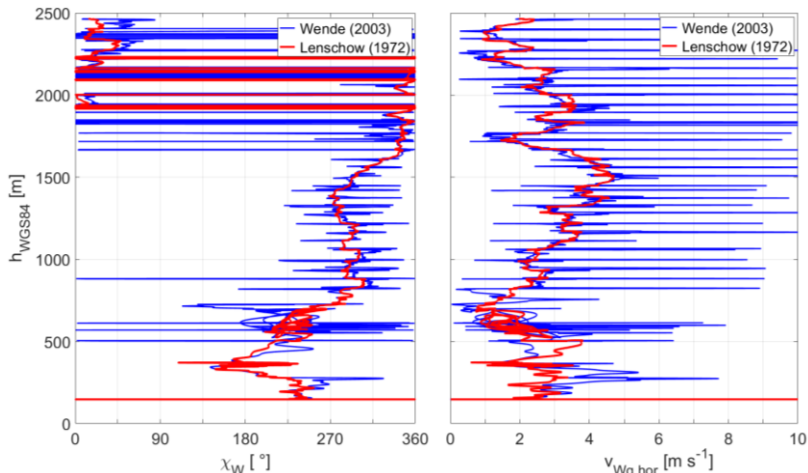
$$m \cdot \dot{V}_K \cdot \cos \alpha_W - m \cdot V_K \cdot \dot{\gamma} \cdot \sin \alpha_W = -W - m \cdot g \cdot \sin \gamma_a \quad \{4.15a\}$$

$$-m \cdot \dot{V}_K \cdot \sin \alpha_W - m \cdot V_K \cdot \dot{\gamma} \cdot \cos \alpha_W = -A + m \cdot g \cdot \cos \gamma_a \quad \{4.15b\}$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems bedingt die Bestimmung des Auftriebs. Ist dieser bekannt, dann folgt mit bekannter Flugleistung aus Gleichung 4.15 ein einfach überbestimmtes Gleichungssystem. In der praktischen Umsetzung bereitet die genaue Bestimmung des Auftriebs durch die nichtkonstante Fluggeschwindigkeit und das nichtkonstante Windfeld einige Schwierigkeiten. Wende (2003) überführt die Fragestellung in ein zweifach iteratives Minimierungsproblem. Die Flugleistung wird mit der bestimmten Luftdichte und dem Lastvielfachen korrigiert, darüber hinaus wird die Flugleistung des Segelflugzeugs als eindeutig bekannt und konstant angenommen. Weitere Anmerkungen folgen aus den Herleitungen in Kap. 6 und werden im Kap. 6.4 diskutiert.

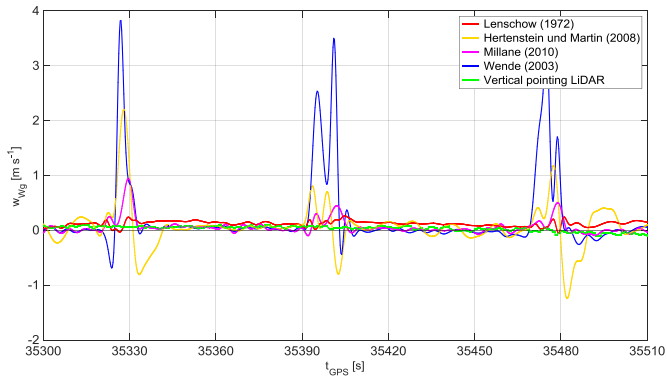
Die vorliegende Arbeit basiert auf den Erfahrungen der langjährigen Anwendung des von Wende (2003) für die Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen im Vergleichsflugverfahren erarbeiteten und umgesetzten Ansatzes.

Für den Vergleich der Horizontalwindanteile mit der *direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung* nach Lenschow (1972) wird nachfolgend lediglich Wende (2003) herangezogen, da deren Bestimmung in Millane et al. (2010) unabhängig der Vertikalwindkomponente und mit vereinfachten Formulierungen erfolgt, die keine Erkenntnisse versprechen. In Abb. 4.14 sind die Kurvenflugschnitte nicht entfernt, um zu illustrieren, dass sich im Kurvenflug die Fehler aufgrund geschätzter Flugzustandsgrößen in Wende (2003) gegenüber den im Kurvenflug erkennbaren Fehlern der *direkten Vektordifferenz-Windmessung* (Abb. 4.3) deutlich vergrößern und zu nicht brauchbaren Ergebnissen führen. Im Geradeausflug ist die Übereinstimmung der horizontalen Windkomponentenmessung zwischen Lenschow (1972) und Wende (2003) grundsätzlich gegeben.

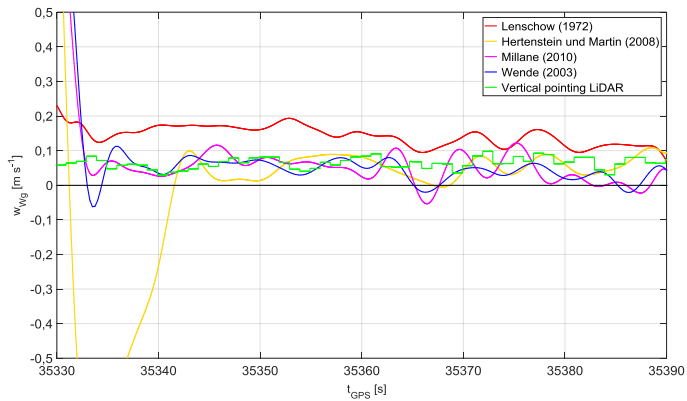


**Abb. 4.14: Vergleich Horizontalwind nach Lenschow (1972) und Wende (2003) für den in Abb. 4.1 dargestellten Flug**

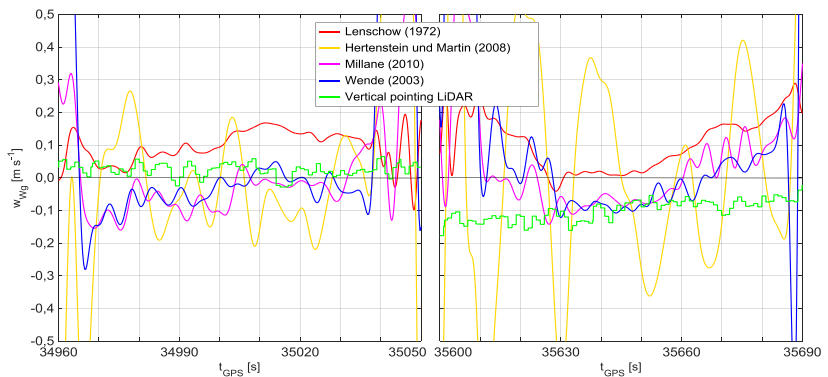
Der Vergleich der ermittelten Vertikalwindgeschwindigkeit erfolgt für alle drei vorgestellten Ansätze in den Abb. 4.15-17. Die Vertikalwindbestimmung nach den drei vorgestellten Quellen zeigt im Kurvenflug offensichtlich unplausible Werte, was primär mit der Bewegungsbeschreibung und bei Wende (2003) zusätzlich mit der Zustandsgrößenschätzung zu erklären ist (Abb. 4.15). Je nach Wahl des betrachteten Messabschnittes zeigen sich im Detail sowohl gute (Abb. 4.16) als auch schlechte (Abb. 4.17) qualitative und quantitative Übereinstimmungen der verschiedenen Vertikalwindmessungen.



**Abb. 4.15:** Vergleich verschiedener Vertikalwindmessungen, Ausschnitt wie in Abb. 4.2



**Abb. 4.16:** Vergleich verschiedener Vertikalwindmessungen mit tendenziell guter qualitativer und quantitativer Übereinstimmung, Ausschnitt aus Abb. 4.15



**Abb. 4.17a+b:** Vergleich verschiedener Vertikalwindmessungen mit größeren qualitativen und quantitativen Unterschieden, Ausschnitte aus dem in Abb. 4.1 dargestellten Flug

Die gezeigten Vertikalwindbestimmungen unter Nutzung der Flugleistung des Segelflugezeugs weisen markante periodische Schwingungen in der zeitlichen Größenordnung von 10..20 s auf. Die zu beobachtenden periodischen Schwingungen im Vertikalwind stimmen mit den Ergebnissen in Frank (2007) überein, der charakteristische Schwingungen von gemessenen Flugzustandsgrößen der ungestörten Phygoide mit 17 s und einer weiteren, vermutlich piloteninduzierten Schwingung mit 11 s Dauer zuordnete. Finden sich diese Flugzustandsschwingungen in den ermittelten Windkomponenten wieder, dann folgt draus, dass die Beschreibung der Bewegungsdynamik sowohl in Wende (2003) als auch in Millane et al. (2010) unvollständig ist. Die fehlende Dynamikeinbindung in Hertenstein und Martin (2008) führt zumeist zu den größten Abweichungen im Vergleich zu den anderen Ansätzen (Abb. 4.17).

### 4.3 Ansatzpunkte für die Verbesserung der Windmessung mittels Segelflugzeug

Aus den dargestellten Ansätzen zur Nutzung der Flugleistung von Segelflugzeugen für die Windmessung lassen sich zwei eingehender zu bearbeitende Punkte ableiten:

1. Die Flugleistung des jeweils verwendeten Segelflugezeugs wird in allen Publikationen sehr knapp behandelt. Allenfalls eine Korrektur der Luftdichte, der Flugmasse und des Lastvielfachen wird durchgeführt. Es sind nachfolgend die Einflussgrößen auf die Flugleistung zu diskutieren und eine geeignete Modellierung im Hinblick auf das Ziel der Arbeit abzuleiten (Kap. 5).
2. Die aus grundsätzlichen Erwägungen heraus zutreffend entwickelte Formulierung der Segelflugezeugbewegung in Wende (2003) zeigt weist mit Realdaten dennoch charakteristische Schwingungen im ermittelten Vertikalwind auf, die auf flugmechanische Eigenschwingungsformen zurückzuführen sind. In Kap. 5 wird anhand der Analyse der Einflussgrößen auf die Flugleistung geprüft, ob diese Charakteristik durch eine bislang unvollständige Modellierung der Flugleistung hervorgerufen wird und in Kap. 6 die möglichen Auswirkungen von Vereinfachungen in der Formulierung der Bewegungsdynamik.

## 5 Modellierung der Flugleistung des Segelflugzeugs

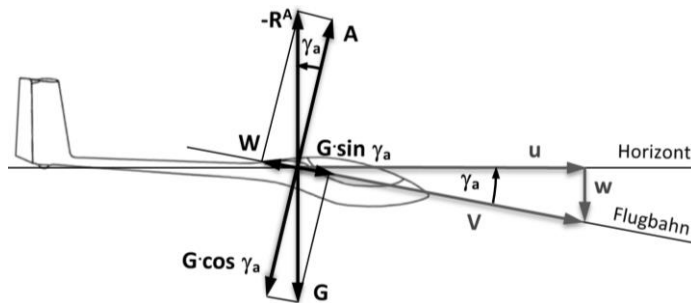
In diesem Kapitel wird die Modellierung der Flugleistung von Segelflugzeugen am Beispiel des Referenzsegelflugzeugs DG-300/17 diskutiert. Hierfür wird die Flugleistung für einen Referenzzustand als bekannt angenommen und die Einflussgrößen und deren Auswirkung bewertet und falls erforderlich modelliert.

### 5.1 Stand der Flugleistungsbeschreibung für den stationären Geradeausflug

Im stationären Geradeausflug sind die äußeren Kräfte Auftrieb  $A$ , Widerstand  $W$  und Gewichtskraft  $G$  im Gleichgewicht (Thomas, 1984). Die Massenträgheitskräfte sind aufgrund des stationär angenommenen Zustandes gleich Null. Der Auftrieb wirkt dabei definitionsgemäß senkrecht zur Anströmung ( $-z_a$ -Richtung), während der Widerstand in Strömungsrichtung wirkt ( $-x_a$ -Richtung; DIN9300, 1990). Gemäß Abb. 5.1 gilt:

$$A = G \cdot \cos \gamma_a \quad \{5.1\}$$

$$W = -G \cdot \sin \gamma_a \quad \{5.2\}$$



**Abb. 5.1: Kräftegleichgewicht und Geschwindigkeiten im stationären Geradeausflug (nach Thomas, 1984)**

Der Flugwindneigungswinkel  $\gamma_a$  stellt sich so ein, dass das Kräftegleichgewicht erfüllt ist. Die resultierende Luftkraft wird mit  $\bar{R}^A$  bezeichnet und ist die vektorielle Summe von Auftrieb und Widerstand. Die Vorzeichenkonvention richtet sich dabei jedoch nach DIN9300 (1990).

$$-\bar{R}^A = \bar{A} + \bar{W} \quad \{5.3\}$$

Der Wind wird hierbei nicht berücksichtigt, da die Flugleistung gegenüber der umgebenden Luft definiert ist. Die Luftdichte und die Gravitation werden als konstant und die Erde als eben angenommen. Für die Flugleistung wird von einem eindeutigen Zusammenhang zwischen Auftrieb und Widerstand ausgegangen. Hystereseeffekte sind bei Segelflugzeugen bislang im Freiflug nicht zweifelsfrei nachgewiesen.

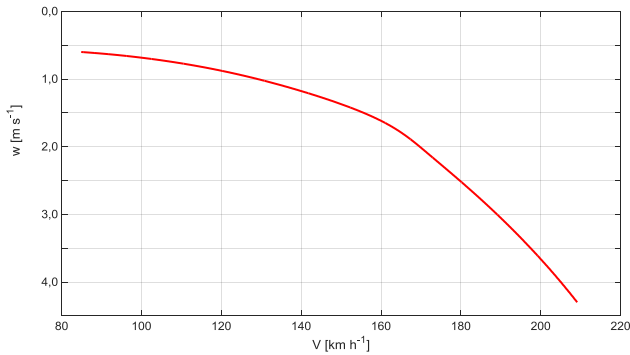


Das Verhältnis der angreifenden Kräfte lässt sich sowohl als Winkel als auch durch das Verhältnis der Geschwindigkeiten gegenüber der Luft beschreiben (Thomas, 1984; Wende, 2003):

$$E = \frac{A}{W} = \sqrt{\left(\frac{G}{W}\right)^2 + 1} = \cot \gamma_a = \frac{u}{w} = \frac{V \cdot \cos \gamma_a}{w} \quad \{5.4\}$$

Hierin ist E die nicht genormte Gleitzahl, siehe Pätzold und Kubasik (2012).

Für die DG-300/17 stellt sich bei Luftdichte  $\rho_0$  in Meeresspiegelhöhe nach der *Internationalen Standardatmosphäre* (ISA; ICAO, 1993), der Referenzflugmasse  $m$  und im stationären schiebefreien Geradeausflug die Referenzflugleistung wie in Abb. 5.2 dar. Mittels Gl. 5.4 können entsprechend weitere Darstellungsmöglichkeiten abgeleitet werden.



**Abb. 5.2: Beispielhaftes Sinkgeschwindigkeitsdiagramm für die DG-300/17 bei der Referenzflugmasse von  $m = 420$  kg**

### Normierung der Flugleistung

Für verschiedene aerodynamische und flugmechanische Betrachtungen hat sich eine Normierung der angreifenden Luftkräfte mittels kalibriertem Staudruck  $q_c$  und einer Bezugsfläche  $S$  als zweckmäßig erwiesen, also

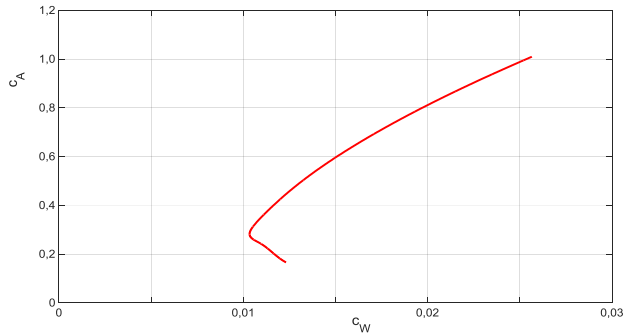
$$c_A = \frac{A}{q_c \cdot S} = \frac{2 \cdot A}{\rho \cdot V^2 \cdot S} \quad \{5.5\}$$

$$c_W = \frac{W}{q_c \cdot S} = \frac{2 \cdot W}{\rho \cdot V^2 \cdot S} \quad \{5.6\}$$

womit Abb. 5.2 in das Polardiagramm Abb. 5.3 übergeht. Weitere Kräfte können analog normiert werden. Für die Normierung von Momenten bedarf es zusätzlich einer Bezugsgröße (DIN9300, 1990). Statt der Normierung der angreifenden Kräfte werden an anderen Stellen normierte Geschwindigkeiten verwendet, z.B. Wende (2003).

Gleichung 5.4 lautet mit den in den Gln. 5.5 und 5.6 dargestellten Beiwerten:

$$E = \frac{c_A}{c_W} \quad \{5.7\}$$

Abb. 5.3:  $c_A$ - $c_W$ -Polare für die DG-300/17

Der Widerstand bzw. der Widerstandsbeiwert setzt sich aus Anteilen von induziertem Widerstand, Druckwiderstand und Reibungswiderstand zusammen:

$$c_W = c_{Wi} + c_{WD} + c_{WR} \quad \{5.8\}$$

Für die Berechnung des Gesamtwiderstandes eines Flugzeugs oder der Änderung des Gesamtwiderstandes können die Widerstandsanteile der Baugruppen des Flugzeugs einzeln betrachtet und aufsummiert werden (Schlichtung und Truckenbrodt, 1959/60; Stich und Treiber, 1981; Thomas, 1984). Die tatsächliche Flugleistung kann mit der im Kontext der vorliegenden Arbeit geforderten Unsicherheit ausschließlich im Flugversuch bestimmt werden.

Für den Kreisflug kann die resultierende Vertikalgeschwindigkeit des Segelflugs gegenüber der Luft mit einem sehr einfachen flugmechanischen Ansatz aus der Geradeausflugleistung ermittelt werden, vgl. Thomas (1984/1999). Der Einfluss der ungleichmäßigen, nichtebenen Anströmung des Segelflugs wird hierbei vernachlässigt. Diese Betrachtung wird in den sogenannten Kreisflugpolaren zusammengefasst (Abb. 5.4).

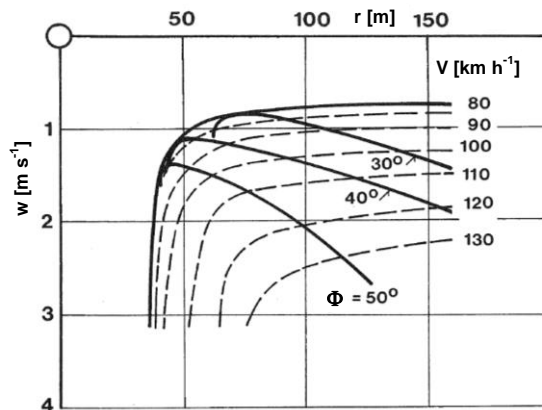


Abb. 5.4: Beispielhafte Kreisflugpolaren eines Segelflugs (nach Thomas, 1984)

### **Einflussgrößen auf die Flugleistung**

Die tatsächliche Flugleistung (sowohl normiert, also auch in physikalischen Größen ausgedrückt) hängt von diversen Parametern ab, sodass die Darstellung in den Abb. 5.2 und 5.3 lediglich einen idealisierten Zustand für das Beispielflugzeug abbildet. Neben der Möglichkeit der geometrischen Veränderung des Flugzeugs mittels Wölbklappen – bei Einzelstücken wurden auch Spannweiten- oder Flügeltiefenveränderung realisiert (Thomas, 1984) – gilt für jede geometrische Flugzeugkonfiguration der Einfluss folgender Zustände:

#### **I. Flugmasse $m$**

Ist die in Abb. 5.2 gezeigte Flugleistung für eine Flugmasse  $m_1$  bekannt, dann kann sie unter Vernachlässigung von Reynoldszahl-Effekten (nachfolgend kurz Re-Zahl) auf eine Flugmasse  $m_2$  umgerechnet (skaliert) werden. Für jedes Wertepaar der Kurve ( $V$ ,  $w$ ) gilt:

$$V_2 = V_1 \cdot \sqrt{m_2/m_1} \quad \text{und} \quad w_2 = w_1 \cdot \sqrt{m_2/m_1} \quad \{5.9\}$$

Die Grenzen dieser Umrechnung wurden für das Segelflugzeug DG-300/17 in Pätzold (2012a) gezeigt und werden in Kap. 5.2.2 aufbereitet. Die Flugmasse beeinflusst nicht das Verhältnis der flugleistungsbeschreibenden Größen nach Gl. 5.7, jedoch die Skalierung der nichtnormierten Geschwindigkeiten.

#### **II. Luftdichte $\rho$**

Ähnliches gilt für die Betrachtung bei zwei verschiedenen Luftdichten  $\rho_1$  und  $\rho_2$ :

$$V_2 = V_1 \cdot \sqrt{\rho_1/\rho_2} \quad \text{und} \quad w_2 = w_1 \cdot \sqrt{\rho_1/\rho_2} \quad \{5.10\}$$

Diese Umrechnung kann als Bestimmung der geometrischen Geschwindigkeiten verstanden werden. Die Betrachtung vernachlässigt ebenfalls die Abhängigkeit des Widerstandes von der Re-Zahl (Thomas, 1984) und beeinflusst nicht das Verhältnis der flugleistungsbeschreibenden Größen nach Gl. 5.7, jedoch die Skalierung der nichtnormierten Geschwindigkeiten.

#### **III. Schwerpunktlage $x_{sp}$**

Der resultierende Auftrieb am Höhenleitwerk und die daraus resultierende Änderung des induzierten Widerstandes hängen von der Lage des Schwerpunktes in Flugkonfiguration ab. In Pätzold (2001, 2002a-c) wurde der Einfluss tiefergehend experimentell untersucht und beschrieben.

#### **IV. Schiebewinkel $\beta$**

Im Grundsatz ist beim Flug mit Schiebewinkel eine Vergrößerung des Widerstandes zu erwarten, was z.B. in Messungen in Pätzold (2010) gezeigt werden konnte.

#### V. Stellung der Cockpitlüftung

In Pätzold (2009) wird der Einfluss der geöffneten Lüftung auf die Flugleistung von Segelflugzeugen gezeigt. Eine Bestimmung dieses Einflusses ist bislang nur im Flugversuch möglich und bei verschiedenen Mustern uneinheitlich.

#### VI. Elastische Verformung

Elastische Verformungen (z.B. Flügelverwindung) beeinflussen den Widerstand. Sind diese Verformungen abhängig z.B. vom Beladungszustand oder nichtstationären Flugzuständen, dann ist deren Berücksichtigung zu erwägen.

#### VII. Querneigung

Eine Querneigung resultiert in ruhender Luft in einem Kreisflug mit einem horizontalen Zentrifugalkraftanteil. Zum einen wird das Segelflugzeug nicht mehr von einem rein translatorischen Strömungsfeld angeströmt, zum anderen erweitert sich das Kräftegleichgewicht um den Anteil der Zentrifugalkraft. Unter Vernachlässigung der rotatorischen Anströmungsanteile kann die Erhöhung des erforderlichen Auftriebs in das nachfolgend beschriebene Lastvielfache einfließen.

#### VIII. Änderung der Fluggeschwindigkeit/Lastvielfaches

Bei Änderung der Fluggeschwindigkeit beschreibt der Schwerpunkt des Flugzeugs einen Kreisbogen in der Symmetrieebene des Segelflugezeugs, womit sich der durch Auftrieb und Widerstand ausgleichende Gewichtskraftanteil durch eine Zentrifugalkraft in der Symmetrieebene verändert. Das Verhältnis der aus Zentrifugal- und Gravitationsbeschleunigung hervorgehenden Massenkräfte zur Massenkraft alleinig durch die Gravitation (Gewichtskraft) hervorgerufen, bezeichnet man als Lastvielfaches. Der Einfluss des Lastvielfachen auf die Flugleistung erfolgt sowohl über den induzierten Widerstand, Re-Zahleinflüsse im Reibungswiderstand und Widerstandsänderungen durch elastische Verformungen.

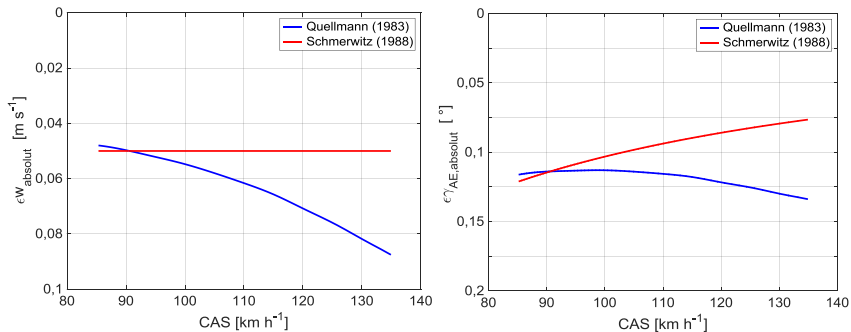
#### IX. Reynolds-Zahleffekte (Re-Zahl-Effekte)

Belässt man den Anstellwinkel bei sich ändernder Anströmgeschwindigkeit (im normalen Betriebsbereich von Segelflugzeugen) konstant, dann folgt bei realen Profilen zwar ein annähernd konstanter Auftriebsbeiwert, jedoch ändert sich der Widerstandsbeiwert mit der Anströmgeschwindigkeit deutlich. Bereits bei 20 % Fluggewichtsänderung sind für diese Arbeit relevante Flugleistungsänderungen gut messbar (Pätzold, 2012a).

### **Absolute Unsicherheit der Flugleistung**

Stich (1979) gibt eine Unsicherheit der absoluten Flugleistungsbestimmung im Höhenstufenverfahren von 18% an, ohne Bezug zu einer Flugleistungsgröße. Quellmann (1983) zitiert eine Unsicherheit von 8% infolge von Verbesserungen der Auswertungs-

methoden und Messtechnik durch Stich und Schmerwitz. In Schmerwitz (1988) wird eine Unsicherheit der Sinkgeschwindigkeit von  $0,05 \text{ m s}^{-1}$  im unteren Fluggeschwindigkeitsbereich angegeben. Neuere aussagekräftige Quellen zur absoluten Flugleistungsbestimmung eines Segelflugszeugs sind nicht verfügbar. Das Verbesserungspotenzial durch Nutzung aktueller Messtechnik ist bislang nicht quantifiziert. Für den unteren Fluggeschwindigkeitsbereich ist die absolute Unsicherheit der Flugleistung nach den genannten Quellen in Abb. 5.5 als Sinkgeschwindigkeit und als aerodynamischer Gleitwinkel dargestellt, der im Vorgriff auf Kap. 6.1.6 mit  $\gamma_{AE}$  bezeichnet ist.



**Abb. 5.5a+b: Absolute Unsicherheit der Flugleistung der DG-300/17 nach Quellenlage ( $m = 420 \text{ kg}$ )**

### Fazit Flugleistung in stationären Geradeausflug

Der Begriff *Flugleistung* bezeichnet im Kontext von Segelflugszeugen in der Literatur die Bewegung des Segelflugszeugs gegenüber einer *gradientenfreien* Luftmasse. Ausgehend von der Annahme einer Flugleistung im stationären Geradeausflug gilt es eine Vielzahl von Zuständen zu berücksichtigen, die die Flugleistung beeinflussen. Diese Einflüsse können teilweise als zeitinvariant (z.B. Flugmasse für einen Flug) angesehen werden, sind jedoch überwiegend von zeitvariantem Charakter. Stand der Technik ist die Korrektur von Flugmasse und Luftdichte. Die Querneigung wird für die Berechnung sogenannter Kreisflugpolaren herangezogen (Thomas, 1984), jedoch ist das hierbei angesetzte flugmechanische Modell sehr vereinfacht.

Die Flugleistung von Segelflugszeugen kann mit der in Kap. 1.4 benannten Genauigkeit im Flugversuch ermittelt werden, jedoch ist dies aktuell nur für nahezu stationäre Flugzustände unter den beschriebenen störungsarmen atmosphärischen Randbedingungen möglich. Damit beschränkt sich die nutzbare spezifische flugmechanische Eigenschaft eines Segelflugszeugs zur Windmessung auf Flugzustände *nahe* dem idealen stationären Geradeausflug, nachfolgend *quasistationärer Geradeausflug* genannt.

## 5.2 Erweitertes Modell für die Flugleistung im quasistationären Geradeausflug

Die in Kap. 5.1 erläuterten Einflussgrößen auf die Flugleistung I.-IX. werden mit der Annahme von Windgradienten und Turbulenz (Kap. 2) und dem segelflugzeugtypischen verlustarmen Austausch zwischen potenzieller und kinetischer Energie um die Punkte X. und XI. erweitert:

- I. Flugmasse
- II. Luftdichte
- III. Schwerpunktlage
- IV. Schiebewinkel
- V. Stellung der Cockpitlüftung
- VI. Elastische Verformung
- VII. Querneigung
- VIII. Änderung der Fluggeschwindigkeit/Lastvielfaches
- IX. Reynoldszahl-Effekte
- X. Windgradienten und Turbulenz
- XI. Austausch kinetischer und potenzieller Energie

### **Ein-Punkt-Modell vs. Mehr-Punkt-Modell**

Die Flugleistungsbeschreibung nach Abb. 5.1 geht davon aus, dass alle Kräfte im Schwerpunkt angreifen (Ein-Punkt-Modell). Alle beschreibenden Eigenschaften lassen sich auf diesen Punkt reduzieren. Dem gegenüber stehen Mehr-Punkt-Modelle, mit denen z.B. die aerodynamischen Kräfte einzelner luftkrafterzeugender Baugruppen einzeln aufgrund der lokalen Anström-verhältnisse ermittelt und dann mittels der Ortsvektoren zusammengeführt werden (z.B. Brockhaus, 1987; Proskawetz, 1989 und Wagner, 1994). Dies bedingt hinreichend genaue Kenntnisse über die aerodynamischen Teilgruppen und deren Interaktion.

Während die Gesamtflugleistung von Segelflugzeugen im Flugversuch sehr genau bestimmt werden kann, sind die detaillierten Luftkraftverhältnisse an den Teilgruppen des Flugzeugs jedoch nur begrenzt genau abschätzbar (Gl. 5.8). Es gibt zwar Berechnungen und Windkanalmessungen zum Tragflügelprofil der hier verwendeten DG-300/17, sodass zu den Tragflügeleigenschaften einige Aussagen basierend auf analytischen Zusammenhängen möglich sind. Zu den aerodynamischen Eigenschaften von Rumpf, Höhenleitwerk und deren Interaktion mit den jeweils anderen Baugruppen liegen jedoch keine vertrauenswürdigen Angaben vor. Auch wird der Anströmvektor nur an einem Ort am Flugzeug gemessen und kann nur mit Modellannahmen auf andere Orte am Flugzeug übertragen werden.

Es wird deshalb nachfolgend davon ausgegangen, dass die Flugleistung für den angenommenen quasistationären Geradeausflug mit einem Ein-Punkt-Modell als Referenzzustand bekannt ist. Durch die genannten Einflussgrößen hervorgerufene Änderungen der Flugleistung gegenüber dem Referenzzustand sind durch geeignete Modellierungen hinsichtlich des Einflusses auf die Flugleistung zu bewerten, wobei hierfür keine Einschränkung auf ein Ein-Punkt-Modell erforderlich ist.

### **Nutzung flugmechanischer Derivative**

Zur Beschreibung flugmechanischer Zusammenhäng, insbesondere in Verbindung mit Flugreglern, gibt es eine ganze Systematik an Derivativklassen (z.B. Etkin, 1972; Roskam, 1979; Brockhaus et al., 2011). Tabelle 5.1 gibt den Überblick über die Grundstruktur und deren Notation zwischen den Kräften und Momenten in der linken Spalte und den Zustandsgrößen in der Kopfzeile.

	$M$	$\alpha$	$\dot{\alpha}$	$q_A$	$\eta$	$\kappa$	$\beta$	$\dot{\beta}$	$p_A$	$r_A$	$\xi$	$\zeta$
$X$	$C_{W\dot{M}}$	$C_{W\alpha}$	$(C_{W\dot{\alpha}})$	$(C_{Wq})$	$(C_{W\eta})$	$C_{W\kappa}$	$(C_{W\beta})$					
$Z$	$C_{A\dot{M}}$	$C_{A\alpha}$	$(C_{A\dot{\alpha}})$	$(C_{Aq})$	$C_{A\eta}$	$C_{A\kappa}$						
$M$	$C_{m\dot{M}}$	$C_{m\alpha}$	$C_{m\dot{\alpha}}$	$C_{mq}$	$C_{m\eta}$	$C_{m\kappa}$						
$Y$		$(C_{Q\alpha})$					$C_{Q\beta}$	$(C_{Q\dot{\beta}})$	$(C_{Qp})$	$(C_{Qr})$	$(C_{Q\xi})$	$C_{Q\zeta}$
$L$							$C_{l\beta}$	$(C_{l\dot{\beta}})$	$C_{lp}$	$C_{lr}$	$C_{l\xi}$	$C_{l\zeta}$
$N$							$C_{n\beta}$	$(C_{n\dot{\beta}})$	$C_{np}$	$C_{nr}$	$C_{n\xi}$	$C_{n\zeta}$

**Tab. 5.1: Übersicht aerodynamische Derivative (Brockhaus et al., 2011)**

Die Derivative sind abhängig der Flugzeugkonfiguration mit rechnerischen, experimentellen oder vergleichenden Methoden zu ermitteln. Sie gelten üblicherweise für das Flugzeug als Ein-Punkt-Modell. Während für Betrachtungen an Arbeitspunkten Derivative in zu beachtenden Grenzen als konstant angenommen werden können, sind sie im Allgemeinen vielfältig von mehreren Zustandsgrößen und deren Werten abhängig. Tabelle 5.1 zeigt den Fall der nahezu vollständigen Entkopplung von Längs- und Seitenbewegung. Lediglich die mittels Klammern als sekundär gekennzeichneten Derivative  $C_{Q\alpha}$  und  $C_{W\beta}$  zeigen eine entsprechende Kopplung an. Für Betrachtungen außerhalb dieses Derivativrahmens sind weitere Derivative abzuleiten.

Die Unsicherheit der relevanten Derivative ist für eine Beschreibung der Flugzustände in der Simulation bzw. für die Bewertung von gemessenen Flugzuständen immer im Rahmen der zulässigen Gesamtunsicherheit zu betrachten. Nachfolgend werden die relevanten Derivative auf Basis der verfügbaren Flugmessungen oder sonstiger Quellen soweit möglich beschrieben.

Eine Kopplung von Längs- und Seitenbewegung wird lediglich durch das Derivat  $C_{W\beta}$  gesehen, weil Segelflugzeuge nahezu symmetrisch gefertigt werden und der quasistationäre Geradeausflug mit sehr kleinem Schiebewinkel in dieser Arbeit von Belang ist. Die flugleistungsbezogenen Derivative befinden sich in den oberen zwei Zeilen der

Tabelle 5.1. Der Umgang mit den  $\alpha$ - und  $q$ -Derivativen wird im Zusammenhang mit instationären Luftkräften in Kap. 5.2.1 diskutiert.

Die nachfolgende Erarbeitung der Derivative folgt nicht der Derivativstruktur, sondern orientiert sich an der Handhabung der Einflussgrößen I.-XI..

### **Strukturierung Kapitel 5.2**

Als Randbedingung der segelfluggestützten Windmessung wird ein hinreichend störungsarmer Zustand der Atmosphäre gefordert, ohne dass dies bisher genauer ausgeführt wurde. In Kap. 5.2.1 wird diese grundlegende Randbedingung X. diskutiert und quantifiziert. Die weiteren Einflussgrößen auf die Flugleistung werden nachfolgend gemäß ihrer Handhabung in drei Gruppen gegliedert:

- Durch geeignete Versuchsdurchführung werden Einflüsse soweit minimiert, dass sie als hinreichend klein angenommen werden können (Kap. 5.2.2).
- Die Einflussgrößen skalieren die Flugleistung und werden hinreichend genau bestimmt (Kap. 5.2.3).
- Die Einflussgrößen ändern das Verhältnis von Gesamtauftriebsbeiwert  $c_A$  zum Gesamtwiderstandsbeiwert  $c_W$ . Sie werden modelliert und anhand geeigneter Zustandsgrößen beobachtet (Kap. 5.2.4).

In der Praxis werden diese Herangehensweisen teilweise kombiniert, z.B. wird die Flugmasse zuerst hinreichend genau gemessen und nachfolgend konstant gehalten.

#### **5.2.1 Einfluss von atmosphärischen Bewegungen auf die Flugleistung**

Zu unterscheiden ist der Einfluss der Atmosphärenbewegungen auf die Flugleistung durch räumliche Windgradienten und durch instationäre Umströmung des Segelflugszeugs. Räumliche Windgradienten führen zu unterschiedlichen Anströmvektoren über das Flugzeug und stellen damit die angenommene Ein-Punkt-Modellierung in Frage. Die instationären Luftkräfte folgen aus dem Umstand, dass sich Änderungen im Anströmzustand durch die räumliche Ausdehnung der umströmten Körper grundsätzlich nur in endlicher Zeit auf den neuen Gleichgewichtszustand einstellen. Sie führen zu amplituden- und phasenverschobenen Luftkräften und hierbei ebenfalls zu unterschiedlichen Anströmbedingungen an räumlich verschiedenen Orten am Flugzeug.

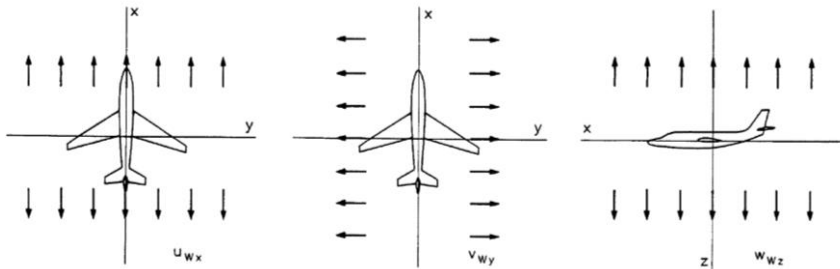
In diesem Unterkapitel wird der Einfluss linearer und sinusförmiger Windgradienten analytisch betrachtet. Die zulässigen Kennwerte der Turbulenz werden basierend auf Flugversuchsdaten eingegrenzt und hiermit die Notwendigkeit der Betrachtung instationärer Luftkräfte diskutiert.



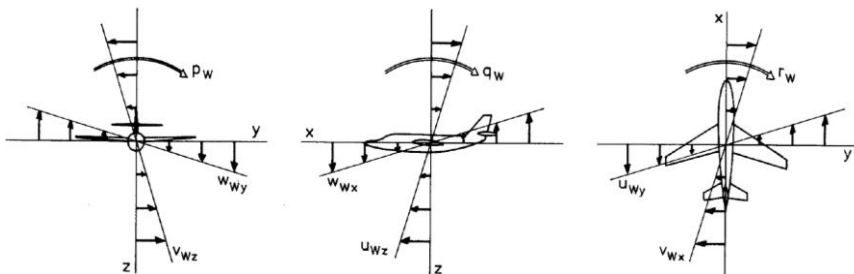
### 5.2.1.1 Einfluss von linearen Windgradienten auf die Flugleistung und deren direkte Beobachtbarkeit

Die einfachste Form räumlichen Gradienten des Windes ist die Annahme linearer Gradienten. Mit linearen Gradienten im flugbahnfesten Koordinatensystem illustriert Brockhaus (1987) die Wirkung auf ein Flugzeug, siehe Abb. 5.6. Neben der Wirkung der Gradienten auf die Flugleistung wird geprüft, ob sie mittels gemessener Flugzeugzustände bestimmt werden können.

Die mittlere Teilzeichnung von Abb. 5.6b zeigt das Erscheinen der linearen Windgradienten  $w_{Wx}$  und  $u_{Wz}$  in Hinblick auf die Längsbewegung des Flugzeugs. Die Wirkung dieser Windgradienten wird nachfolgend mit der Annahme bewertet, dass der Längsmomentenhaushalt bei konstanter Fluggeschwindigkeit einen konstanten Höhenleitwerksauftriebsbeiwert erfordert, was bei geändertem Höhenleitwerksanströmungsgeschwindigkeit bzw. Höhenleitwerksanstellwinkel einen Höhenruderausschlag erfordert. Hierzu werden zwei Abschätzungen unter der Annahme eines stationären Flugzustandes vorgenommen (siehe Anhang A.2.3).



**Abb. 5.6a: Veranschaulichung der Hauptdiagonalelemente des lokalen Windgradiententensors (Brockhaus, 1987)**



**Abb. 5.6b: Veranschaulichung der Nebendiagonalelemente des lokalen Windgradiententensors (Brockhaus, 1987)**

### 1. Windgradient $u_{Wz}$

Der Vertikalgradient der longitudinalen Windgeschwindigkeit  $u_{Wz}$  bewirkt bei klassischen T-Leitwerken eine veränderte Anströmgeschwindigkeit am Höhenleitwerk und somit zur Erzeugung desselben Auftriebes einen geänderten Höhenruderausschlag. Mit einem angenommenen Gradienten von  $u_{Wza} = 0,05 \text{ s}^{-1}$ , dessen Größenordnung von Sachs (1989) als Minimum für den dynamischen Segelflug angesetzt wird und nach eigenen Messungen auch unter den geforderten störungsarmen Atmosphärenbedingungen zu beobachten ist, lässt sich ein erforderlicher kompensierender Höhenruderausschlag für den Referenzflugzustand in der Größenordnung von  $\delta\eta_{u_{Wza}} \approx 0,02^\circ$  abschätzen.

### 2. Windgradient $w_{Wx}$

Der Gradient des Vertikalwindes in Flugrichtung  $w_{Wx}$  hat aus der Anschauung großen Einfluss auf die Trajektorie des Segelflugzeugs, ist jedoch unter den hier betrachteten Atmosphärenbewegungen deutlich kleiner anzunehmen als  $u_{Wz}$ . Für  $w_{Wx} = 0,01 \text{ s}^{-1}$  folgt ein die Anströmwinkeländerung am Höhenleitwerk kompensierender Höhenruderausschlag von  $\delta\eta_{w_{Wxa}} \approx 0,17^\circ$ . Stich (1979) gibt für diesen Windgradienten für die atmosphärischen Bedingungen der Flugleistungsvermessung einen Wert von lediglich  $w_{Wx} = 0,00026 \text{ s}^{-1}$  an.

Unter realen Bedingungen benötigen die Piloten des Referenzsegelflugzeugs zur Einhaltung des stationären Geradeausflugs Höhenruderwinkeländerung in der Größenordnung von  $0,5^\circ$  (vgl. Abb. 5.20), was auf die in Kap. 5.2.2 näher beschriebene Schwingungsfähigkeit des Flugzeugs um die Querachse zurückzuführen ist. Zur direkten Messung des Windgradienten  $w_{Wx}$  wären die Höhensteuerausschläge zur Schwingungsaussteuerung vom Höhensteuerausschlag aufgrund des Windgradienten zu trennen, was eine umfassende Systemkenntnis und sehr präzise Messtechnik erfordern würde.

Die Wirkung der in Abb. 5.6a dargestellten Windgradienten  $u_{Wx}$  und  $w_{Wz}$  sind um ein bis zwei Größenordnungen kleiner einzuordnen als die zuvor betrachtete Gradientenwirkungen, was mit dem Vorgehen entsprechend Anhang A.2.3 abgeschätzt werden kann. Der Gradient  $v_{Wy}$  hat wegen der Symmetrie des Flugzeugs zur  $x_F$ - $z_F$ -Ebene selbst theoretisch keinen berechnenswerten Einfluss auf die Flugzeugbewegung.

Die rechte und linke Teilzeichnung von Abb. 5.6b zeigen Windeinflüsse auf die Seitenbewegung des Flugzeugs (vgl. Kap. 6.1.3). Die Beeinflussung der Auftriebsverteilung des Tragflügels durch Anstellwinkeländerungen aufgrund von Roll- und Gierbewegungen entlang der Spannweite ist sehr klein, entsprechend auch die hieraus resultierende Änderung des induzierten Widerstandes. Die benötigten Steuerausschläge und die daraus folgenden Widerstandsänderungen sind bei anzunehmenden Windgradienten ähnlich klein wie für die Längsbewegung diskutiert.

### Fazit Einfluss von linearen Windgradienten

Die anzusetzenden linearen Windgradienten führen zu Ruderausschlägen der Primärsteuerung in einer Größenordnung, in der keine relevanten Widerstandsänderungen zu erwarten sind. Die Nebendiagonalelemente des räumlichen Windgradiententensors im

flugbahnfesten Koordinatensystem sind über die benötigten Ausschläge der Primärsteuerung zur Einhaltung des Flugzustandes möglicherweise beobachtbar. Allerdings wären zum einen die Anforderungen an die präzise Messung der Winkel und verknüpften Zustandsgrößen sehr hoch, zum anderen erfordert die Bewertung der Ausschläge einen sehr hohen Identifizierungsvorlauf. Aufgrund der gegenüber der Profildrehschichtdicken an Tragflügel und Leitwerk kleinen Ruderausschläge ist dabei nicht von einem eindeutigen flugmechanischen Verhalten auszugehen. Die Hauptdiagonalelemente  $u_{wx}$  und  $w_{wz}$  sind dem gegenüber noch schwieriger zu messen, der Gradient  $v_{wy}$  ist unter Beachtung der in dieser Arbeit angenommenen störungsarmen Atmosphäre nicht beobachtbar.

Statt der Messung von Ruderwinkel wäre alternativ oder ergänzend die Messung der Strukturreaktionen auf die Windgradienten zu prüfen.

#### 5.2.1.2 Einfluss von sinusförmigen Windgradienten auf die Flugleistung

Die Modellvorstellung von Strömungsfeldern mit sinusförmiger Vertikalwindverteilung folgt aus dem Vorkommen von Scherungs- und Schwerewellen in der freien Atmosphäre. Die Annahme von momentan-linearen Gradienten führt auf dieselben flugleistungsbeeinflussenden Aspekte wie bei linearen Windgradienten. Mit der Annahme eines sinusförmigen Vertikalwindes:

$$w_{Wg}(t) = w_{Wg,max} \sin\left(2\pi \frac{V_{TAS}}{\lambda_{wWg}}\right) \cos(\chi - \chi_w) \quad \{5.11\}$$

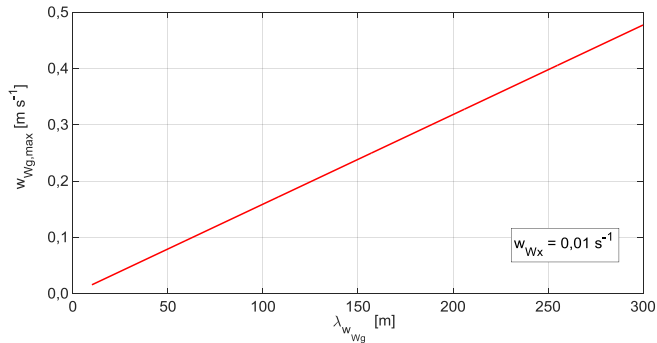
folgt der maximale Gradient  $w_{wx}$  durch Ableiten und Normieren auf die Fluggeschwindigkeit für den Flug parallel zur Windrichtung:

$$w_{Wgx,max} = \frac{\left|\frac{dw_{Wg}}{dt}\right|_{max}}{V_{TAS}} = \frac{2\pi}{\lambda_{wWg}} w_{Wg,max} \quad \{5.12\}$$

Mit dem zuvor angenommenen Wert für den maximal zulässigen Windgradienten  $w_{wx} = 0,01s^{-1}$  folgt das in Abb. 5.7 dargestellte Verhältnis von Vertikalwindamplitude zu Wellenlänge. Schwerewellen haben typische Wellenlängen von  $10^3..10^4$  m, während Scherungswellen auch bei Wellenlängen von  $10^2$  m zu beobachten sind. Die als maximal zulässig angenommene Amplitude des Vertikalwindes liegt somit in der von der *direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung* messbaren Größenordnung, sodass die Einhaltung der getroffenen Windgradientenannahme beobachtet werden kann.

#### 5.2.1.3 Quantifizierung der zulässigen Turbulenz

Die Betrachtung von turbulentem Verhalten der Luftmasse steht zur Annahme einer sehr störungsarmen Atmosphäre nicht im Widerspruch, sondern führt auf die Bewertung der Intensität der Turbulenz. In Kap. 2.3 wurden Kenngrößen der Turbulenz beschrieben, die nachfolgend mit der in Tab. 1.1 gelisteten subjektiven, zweckorientierten Turbulenzklassierung zusammengeführt werden sollen. Hierzu wurden aus den Vergleichsflügen bei den IDAFLIEG-Sommertreffen 2010 bis 2012 die nutzbaren Flugphasen

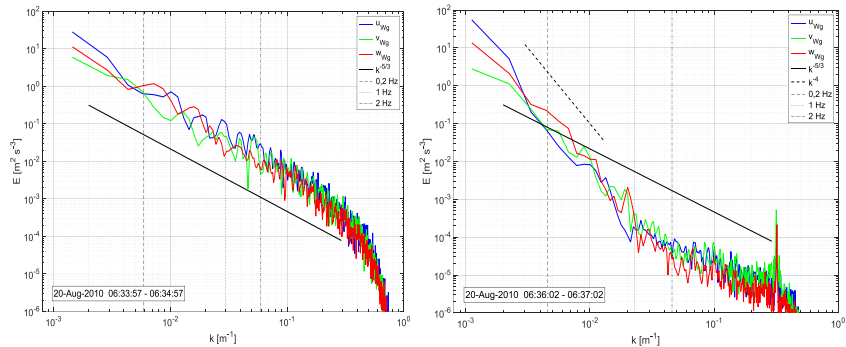


**Abb. 5.7: Maximal zulässige Vertikalwindamplitude über der Wellenlänge bei vorgegebenem maximalen Gradienten mit angenommenem sinusförmigen Verlauf und Flugrichtung parallel zur Windrichtung**

des Referenzsegelflugszeugs DG-300/17 während der Flugleistungsvermessung verwendet, in nicht überlappende Abschnitte von 60 s Dauer unterteilt und die beschriebenen Kenngrößen getrennt nach den protokollierten subjektiven Turbulenzklassen berechnet. Aus 73 Flügen wurden 1122 nutzbare Abschnitte extrahiert, also fast 19 h Nettomesszeit. Die subjektiven Turbulenzeinschätzungen nach Tab. 1.1 wurden durch sieben verschiedene Piloten gegeben.

Die Sichtung der Spektren der einzelnen Abschnitte erbrachte zwei typische Erscheinungscharakteristika. In Abb. 5.8a ist das nach Kolmogorov zu erwartende  $k^{-5/3}$ -Verhalten zu erkennen, während ein zweiter sehr charakteristischer Spektrentyp unterhalb von 1 Hz einen Anstieg von  $k^{-4}$  aufweist. Es ist zu beachten, dass die EDR-Berechnungen nach Kap. 2.3 bei Abweichungen vom angenommenen spektralen Aussehen zu abweichenden Werten führen können.

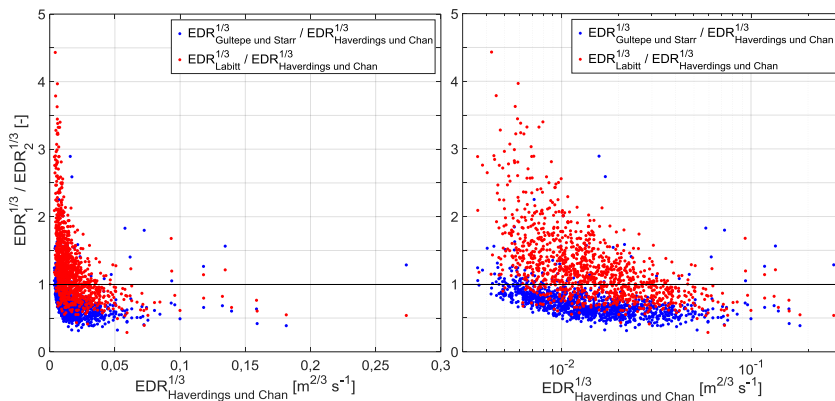
In die Abb. 5.8a+b sind die beiden Bandpassgrenzfrequenzen von 0,2 Hz und 2 Hz für die EDR-Berechnung nach Haverdings und Chan (2010) eingetragen. Für die Berechnungen nach Gultepe und Starr (1995) und Labitt (1981) wurden die geglätteten Daten mit 1 Hz unterabgetastet. Anhand der beiden Abbildungen ist zu erkennen, dass der Wahl der Parameter für die Turbulenzgrößenbestimmung einige Bedeutung zukommt. Des Weiteren wurde für jeden Abschnitt eine mittlere Geschwindigkeit angenommen. Einflüsse der verschiedenen Fluggeschwindigkeiten und Fluggeschwindigkeitsänderungen sind nicht berücksichtigt (vgl. Martin und Bange, 2014). Darüber hinaus bleibt zu beachten, dass die relativ kurzen Abschnitte der praktisch beobachteten Inhomogenität der Turbulenz im Anwendungsfall Rechnung tragen, jedoch bei einer weiterführenden meteorologischen Einordnung die Mittelungsskalen zu beachten sind (Lenschow und Stankov, (1986); Lenschow et al., 1994).



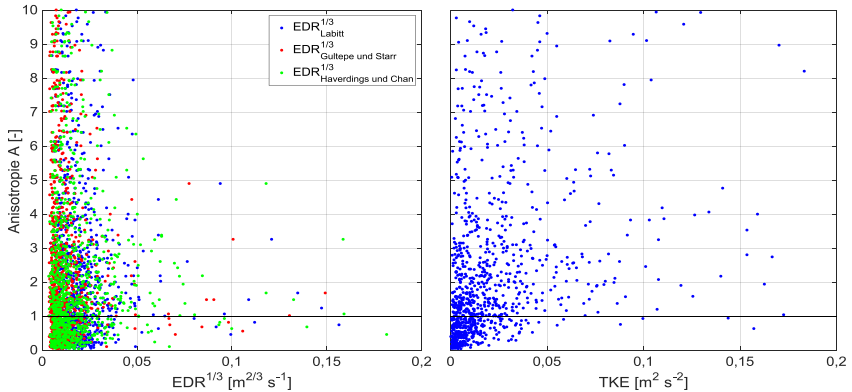
**Abb. 5.8a+b: Beispielspektren für zwei aufeinanderfolgende Messabschnitte**

Der Vergleich der drei in Kap. 2.3 eingeführten EDR-Berechnungsmethoden in Abb. 5.9 zeigt bei sehr kleiner Turbulenzintensität eine größere Streuung der Ergebnisse mit einer systematischen Verschiebung. Die Unterschiede können zum einen durch Anisotropie der Turbulenz hervorgerufen sein, da die EDR-Berechnungen jeweils anders gerichtete Eingangsgrößen verwenden. In der Literatur wurde kein Hinweis auf eine intensitätsabhängige Anisotropie gefunden. Eine weitere Möglichkeit besteht in amplitudenabhängigen Fehlern der Messungen, worauf die scheinbare Untergrenze der EDR deutlich oberhalb Null hinweist.

Die Darstellung der Anisotropie nach Gl. 2.9 in Abb. 5.10 zeigt zwischen den verschiedenen EDR-Berechnungen keine signifikanten Unterschiede. In der Darstellung über der TKE zeigt sich bei sehr kleinen Werten eine Häufung der Anisotropiewerte unter 1.



**Abb. 5.9a+b: Verhältnis der Kubikwurzeln der verschiedenen EDRs in dekadischer und halblogarithmischer Darstellung**



**Abb. 5.10a+b: Ermitteltes Anisotropieverhältnis über EDR und TKE**

Die TKE-Werte zeigen im Histogramm für alle Messabschnitte eine charakteristische schiefe Verteilung, die sich im Histogramm des dekadischen Logarithmus der TKE als näherungsweise normalverteilt zeigt (Abb. 5.11). Die Histogramme der EDRs zeigen dasselbe prinzipielle Aussehen. Der Mittelwert der logarithmischen Normalverteilung der TKE und EDRs wird dem Median dieser Werte beispielhaft in Abb. 5.12 nach den subjektiven Turbulenzklassen getrennt gegenübergestellt. Zu beachten ist, dass die Turbulenzklassierung subjektiv eingeschätzt und von einer anderen Person manuell protokolliert wurde. Da die Klassierung „keine Turbulenz“ nicht aktiv aufgezeichnet wurde, sind einige Fehlzugehörigkeiten in diese Klasse zu erwarten.

In Abb. 5.13 ist zu erkennen, dass zwischen der TKE, den EDRs und den subjektiven Turbulenzklassen mit der großen Anzahl an Messabschnitten ein gut erkennbarer Zusammenhang hergestellt werden kann. Die Abweichungen in den Einzelmesspunkten beim Verhältnis von EDR zu TKE als auch die starke Intensitätsstreuung innerhalb einer subjektiven Turbulenzklasse lassen erkennen, dass eine exakte Abgrenzung der zulässigen Turbulenz anhand eines der verwendeten Intensitätsparameter nicht vollständig ist. Hierzu wird eine tiefergehende Untersuchung für eine zutreffendere Turbulenzklassierung basierend auf Messgrößen angeregt. Logarithmischer Mittelwert und Median zeigen mit Ausnahme der Klasse „Starke Turbulenz“ keine relevanten Differenzen. Die Differenzen der EDR-Medianwerte in Abb. 5.13 spiegeln die Anisotropie in Abb. 5.9 wieder.

Für die Einschätzung der Instationarität der Strömung ist die erste zeitliche Ableitung des Anstellwinkels ( $\dot{\alpha}$ , Anstellwinkelrate) ein relevanter Parameter, wie später gezeigt wird. Statt einer modellbasierten Annahme dieser Größe wird in dieser Arbeit eine statistische Auswertung der zuvor erläuterten Messabschnitte vorgenommen. Zusätzlich zur Anstellwinkelrate wird die Drehrate  $q$  um die flugzeugfeste Querachse betrachtet, da in *windgradientenfreier* Luft beide Werte identisch sind. Für die ausgewerteten 60 s Abschnitte zeigen sich für diese Größen normalverteilte Werte, sodass jeder Messabschnitt mit der Standardabweichung beider Größen charakterisiert werden kann ( $\sigma\dot{\alpha}$ ,  $\sigma q$ ).

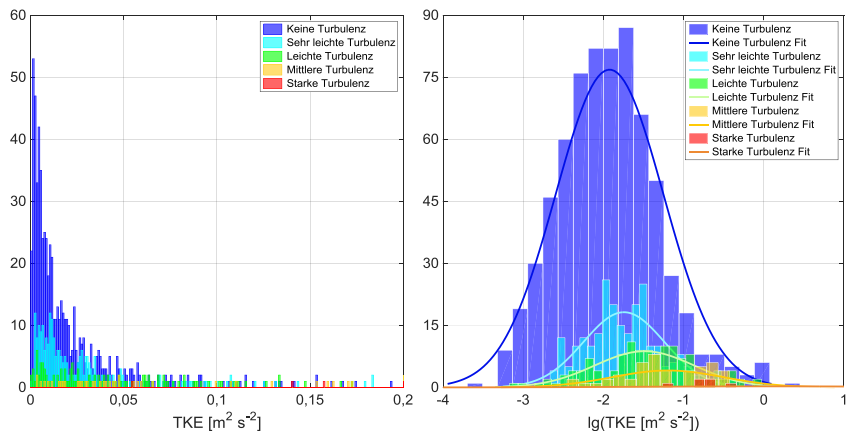


Abb. 5.11a+b: Histogramme der TKE getrennt nach subjektiven Turbulenzklassen

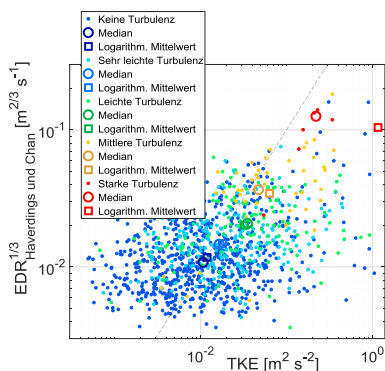


Abb. 5.12: EDR nach Haverdings und Chan (2010) über der TKE für alle Messabschnitte, Median und logarithmische Mittelwerte je subjektiver Turbulenzklasse

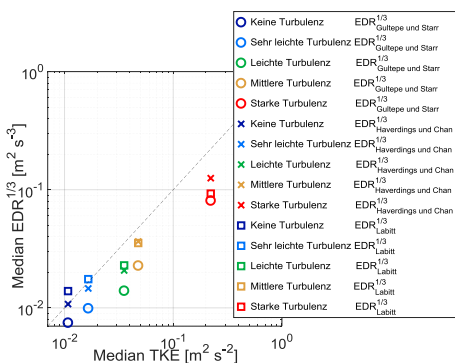
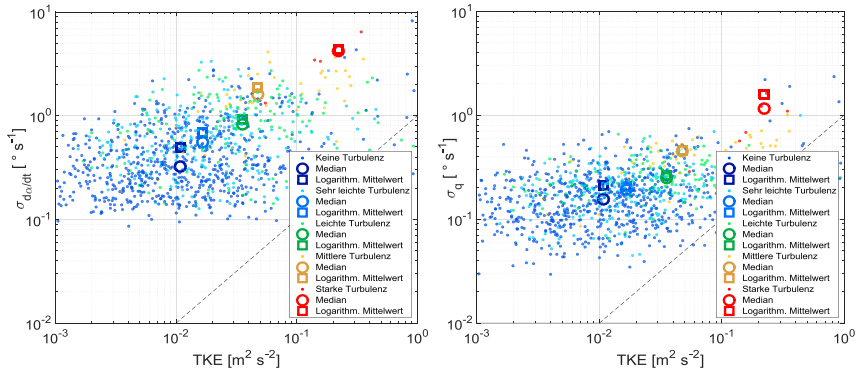
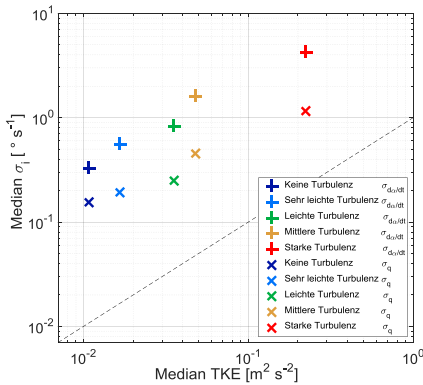


Abb. 5.13: Medianwerte für verschiedene EDR-Berechnungen über der TKE je subjektiver Turbulenzklasse

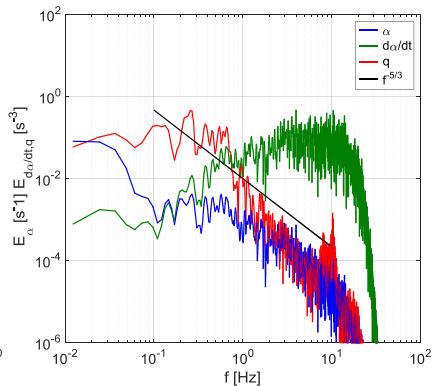
Über alle Messabschnitte einer Turbulenzklasse wird abschließend der Median für beide Größen bestimmt (Abb. 5.14). In Abb. 5.15 ist zu erkennen, dass die mittlere Standardabweichung der Anstellwinkelrate ansteigend mit der Turbulenzintensität um den Faktor 2 bis 4 größer ist als die mittlere Standardabweichung der Drehraten um die Querachse. Im spektralen Vergleich der betrachteten Größen erkennt man die unterschiedlichen Dynamikbeiträge (Abb. 5.16). Für eine Betrachtung in Kap. 5.2.2 wird zusätzlich die Drehbeschleunigung um die Querachse  $\dot{q}$  auf diese Weise ausgewertet ( $\sigma_{\dot{q}}$ , Abb. 5.17).



**Abb. 5.14a+b:** Messwerte je Abschnitt und Medianwerte der Standardabweichung der Anstellwinkelrate und der flugzeugfesten Drehrate um die Querachse über der TKE je subjektiver Turbulenzklasse



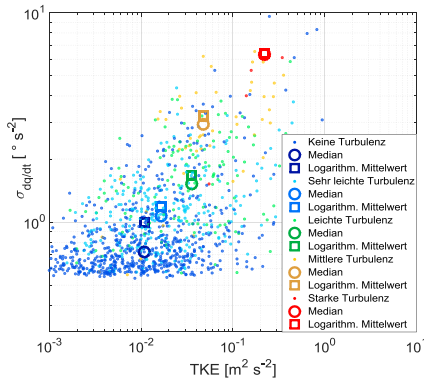
**Abb. 5.15:** Medianwerte der Standardabweichung der Anstellwinkelrate und der flugzeugfesten Drehrate um die Querachse über der TKE je subjektiver Turbulenzklasse



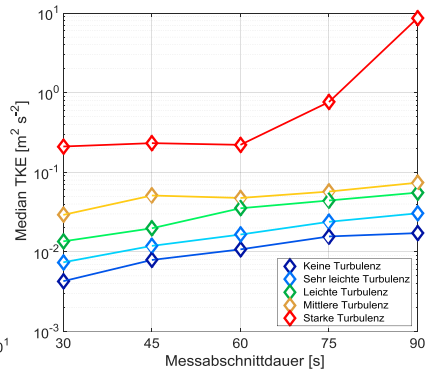
**Abb. 5.16:** Spektren von Anstellwinkel, Anstellwinkelrate und Drehrate um die Querachse, Abschnitt wie in Abb. 5.8a

Aus der fehlenden Normierung der TKE auf die Mittelungsdauer folgt ein quantitativer Anstieg mit zunehmender Beobachtungsdauer. Abb. 5.18 zeigt diesen Zusammenhang für den ausgewerteten Datensatz. Zu beachten ist, dass sich die Anzahl der Messabschnitte und das Verhältnis der Messabschnitte je Turbulenzklasse mit der Messabschnittdauer ändern, womit sich der Knick in der Kurve für die Klasse „starke Turbulenz“ und die Verschiebung des Verhältnisses zwischen den anderen Klassen erklärt. Die Variation der Messabschnittdauer zeigt für die anderen Werte keine relevanten Änderungen über den Einfluss der Messabschnittzusammensetzung hinaus.





**Abb. 5.17: Medianwerte der Standardabweichung der Drehbeschleunigung um die Querachse über der TKE für die subjektiven Turbulenzklassen**



**Abb. 5.18: Medianwerte der TKE für verschiedene Dauer der Messabschnitte, die Anzahl der einbezogenen Messabschnitte sinkt mit zunehmender Dauer**

Mit der Annahme isotroper Turbulenz wird nach Gl. 2.11 die Standardabweichung einer Windkomponente  $\sigma_{W_i, \text{isotr}}$  bestimmt (Tab. 5.2). Nimmt man aufgrund der teils starken Anisotropie an, dass die TKE durch lediglich eine Windkomponente verursacht wird, dann kann  $\sigma_{W_i, \text{max}}$  als Maximalwert der Standardabweichung einer Windkomponente nach Gl. 2.11 berechnet werden.

Zusammenfassend werden in Tab. 5.2 die aus den Messdaten ermittelten Werte den subjektiven Turbulenzklassen zugeordnet. *Erfahrungsgemäß* ist leichte Turbulenz bei der Flugleistungsvermessung von Segelflugszeugen im Vergleichsflugverfahren akzeptabel. Dabei handelt es sich jedoch um ein relatives Messverfahren bei dem sich zufällige Fehler durch Mittelung verringern. Zudem zeigt die Beobachtbarkeit von Turbulenzeinflüssen auf die Starrkörperbewegungen an, dass die Ein-Punkt-Modellannahme nicht mehr zulässig ist. Es werden deshalb die Werte der Turbulenzklasse „sehr leichte Turbulenz“ als Obergrenze der zulässigen Turbulenzintensität in Hinblick auf die Messaufgabe dieser Arbeit angenommen. Bei den ausgewerteten Flugversuchen zur Flugleistungsvermessung genügte etwa 80% der Messflugzeit dieser Annahme.

Die berechnete maximale Standardabweichung einer Windkomponente kann ungeachtet der tatsächlichen spektralen Verteilung als monofrequent und in Vertikalrichtung wirkend angenommen und mit Abb. 5.7 verglichen werden. Bei einer Wellenlänge von etwa 100 m entspricht die zulässige Amplitude eines sinusförmigen Vertikalwindfeldes dem zulässigen  $\sigma_{W_i, \text{max}}$ -Wert für sehr leichte Turbulenz nach Tab. 5.2. Dieser Vergleich zeigt eine prinzipielle Konsistenz der ermittelten zulässigen Störungssamplituden.

Subjektive Turbulenzklasse	Beschreibung	Anzahl Mess- abschnitte gesamt: 1122	Median (TKE) [m <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> ]  $\sigma_{Wi,Isotr} /$ $\sigma_{Wi,max}$ [m s <sup>-1</sup> ]	Median (EDR <sup>1/3</sup> ) [m <sup>2</sup> s <sup>-3</sup> ] nach Gultepe und Starr (1995) <u>Haverdings und</u> <u>Chan (2010)</u> Labitt (1981)	Median ... ( $\sigma\dot{\alpha}$ ) [° s <sup>-1</sup> ] <u>(<math>\sigma q</math>)</u> [° s <sup>-1</sup> ] ( $\sigma\dot{q}$ ) [° s <sup>-2</sup> ]
Keine Turbulenz	Keine wahrnehmbaren Störungen	688 61%	0,011 0,09 / 0,15	0,007 <u>0,011</u> 0,014	0,32 <u>0,15</u> 0,7
Sehr leichte Turbulenz	Wahrnehmbare Störungen ohne erkennbaren Einfluss auf den Flugzustand	247 22%	0,017 0,11 / 0,18	0,010 <u>0,015</u> 0,018	0,56 <u>0,19</u> 1,1
Leichte Turbulenz	Störungen mit wahrnehmbaren Einfluss auf die Starrkörper- bewegung des Flugzeugs	130 12%	0,035 0,15 / 0,26	0,014 <u>0,021</u> 0,023	0,83 <u>0,25</u> 1,5
Mittlere Turbulenz	Störungen, die zusätzliche erkennbare elastische Verformungen hervorrufen, erkennbar bei Beobachtung des Segelflugszeugs von außen	49 4%	0,048 0,18 / 0,31	0,023 <u>0,037</u> 0,035	1,60 <u>0,45</u> 2,9
Starke Turbulenz	Beginnende thermische Konvektion	8 1%	0,221 0,38 / 0,66	0,081 <u>0,125</u> 0,093	4,21 <u>1,15</u> 6,3

**Tab. 5.2: Zusammenführung der subjektiven Einstufung atmosphärischer Störungen und der zugehörigen messdatenbasierten Turbulenzkenngrößen bei der Flugleistungsvermessung von Segelflugszeugen**

Anmerkung Tab. 5.2: Nach ICAO (2010) wird zwischen leichter und mittlerer Turbulenz bei  $EDR^{1/3} = 0,4$  und zwischen mittlerer und starker Turbulenz bei  $EDR^{1/3} = 0,7$  unterschieden.

### **Betrachtung der instationären Aerodynamik**

Instationäre Strömungsvorgänge sind bei der beschriebenen Dynamik der Atmosphäre auf den ersten Blick nicht zu erwarten. In der Literatur wird die instationäre Aerodynamik oft als vernachlässigbar eingestuft, wenn deren Anteil kleiner als 5% der stationären Luftkräfte beträgt (Roskam, 1979). Dies wird dabei auf Auftrieb und Momente bezogen, während der Einfluss auf den Widerstand meistens nicht betrachtet wird. Für die vorliegende Aufgabe sind kleine Änderungen der angreifenden Kräfte und das Verhältnis von Auftrieb zu

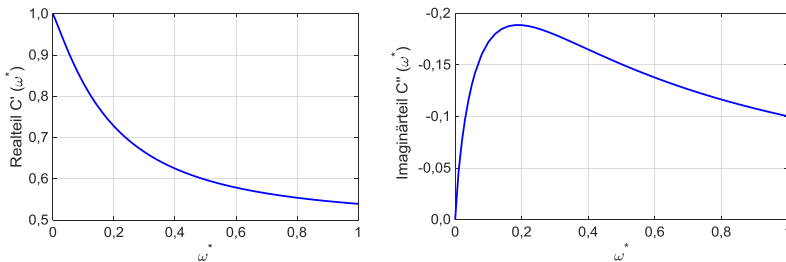
Widerstand hingegen von besonderer Bedeutung, weshalb diese Thematik in angemessener Kürze betrachtet wird.

Instationäre Luftkräfte folgen aus dem Umstand, dass sich das Strömungsfeld um einen Körper bei Änderungen der Anströmung auf einen neuen stationären Zustand nicht unmittelbar sondern zeitverzögert einstellt. Für die Beschreibung des zeitlichen Verlaufs der instationären Luftkräfte wurden Modelle entwickelt und experimentell überprüft, die zum Beispiel in Flatterrechnungen von Flächenflugzeugen und der Rotoraerodynamik von Drehflüglern (Küssner und Göllnitz, 1964; van der Wall, 1990) Anwendung finden. Abhängig der Änderungsgrößen der Anströmbedingungen resultiert gegenüber dem stationären Fall eine in Amplitude und Phase verschobene resultierende Luftkraft.

Als kennzeichnender Ähnlichkeitsparameter für instationäre Strömungen wird die reduzierte Frequenz  $\omega^*$  verwendet:

$$\omega^* = \frac{\omega l}{V} \quad \{5.13\}$$

mit der Kreisfrequenz  $\omega$ , der Bezugslänge  $l$  und der Anströmgeschwindigkeit  $V$ . Abhängig dieser Ähnlichkeitszahl geben Funktionen von *Theodorsen* und *Küssner und Schwarz* die gesuchten Zusammenhänge für die ebene Platte als hinreichende Profilnäherung bei ebener Strömung in Form komplexer Funktionen analytisch wieder (Försching, 1974). Abb. 5.19 zeigt die Theodorsen-Funktion  $C(\omega^*)$ , bestehend aus einem Realteil  $C'(\omega^*)$  und einem Imaginärteil  $C''(\omega^*)$ . Der Realteil repräsentiert die Abnahme des Auftriebs gegenüber dem stationären Wert bei demselben Anstellwinkel, während der Imaginärteil die Phasenverschiebung dominiert.



**Abb. 5.19: Real- und Imaginärteil der Theodorsen-Funktion**

Mit Hilfe dieser Funktionen können Bewegungsgleichungen für finite Flügel mit Schlag- und Drehbewegung und weiterführend mit Klappenbewegung aufgestellt werden. Die Auftriebsflächen eines Flugzeugs werden für die Berechnung in Streifen in der Größenordnung der lokalen Flügeltiefe unterteilt und mit den lokalen Verschiebungsgrößen die jeweils resultierenden instationären Luftkräfte ermittelt (Streifentheorie). In Summe kann somit die Reaktion des Flugzeugs auf Änderungen der Anströmung beschrieben werden.

Grundsätzlich werden Auftrieb, Widerstand und Moment des betrachteten Segmentes und in Summe der Kräfte- und Momentenhaushalt des gesamten Flugzeugs durch instationäre Luftkräfte beeinflusst. Die Reaktion des Flugzeugs auf sich verändernde Anströmbedingungen setzt sich aus dem instationären Luftkraftverlauf an einzelnen Baugruppen und der daraus folgenden zeitlich und quantitativ beeinflussten Wechselwirkung der Baugruppen zusammen. Für den Geradeausflug eines Drachenflugzeugs ist die verzögerte Ankunft des geänderten Tragflügelnachlaufs maßgeblich (Roskam, 1979). Statt der vergleichsweise anschaulichen Streifentheorie mit ebener instationärer Strömung sind entsprechend aufwendig numerische Simulationen der instationären dreidimensionalen Strömung möglich.

Für die in dieser Arbeit behandelte Messaufgabe wäre es erforderlich den zeitlichen Verlauf der Anströmzustandsverteilung über das gesamte Flugzeug zu kennen und damit die resultierende Gesamtflugzeugreaktion zu bestimmen. Bereits die Kenntnis des Anströmvektorfeldes bereitet jedoch Schwierigkeiten. Mit der Ein-Punkt-Messung des Anströmvektors und unter Zuhilfenahme der Taylorhypothese sind zwar Aussagen zum spektralen Erscheinen der umgebenden Luftmasse möglich, allerdings sind damit lediglich statistische Aussagen zur Flugzeuganströmungsverteilung und damit zur resultierenden Luftkraft im Schwerpunkt ableitbar, nicht jedoch Aussagen zur tatsächlichen momentanen Schwerpunktbewegung (Schänzer, 1985). Die möglichen Auswirkungen instationärer Anströmung sollen dennoch mit einfachen Mitteln und den zuvor ermittelten Werten der atmosphärischen Bewegung eingegrenzt werden.

#### Instationärer Auftrieb

Hierzu können die zwei Fälle der Annahme harmonischer Bewegungen der Luft nach Gl. 5.11 und eines turbulenten Spektrums getroffen werden.

Für sinusförmige Anströmung kann der resultierende Auftriebsbeiwert abhängig vom Anstellwinkel und der Anstellwinkelrate wie folgt berechnet werden (Dalldorf, 1992):

$$c_A = c_{A0} + C_{A\alpha} \cdot \alpha + C_{A\eta} \cdot \eta + C_{Aq} \frac{q \cdot l_\mu}{V} + C_{A\dot{\alpha}} \frac{\dot{\alpha} \cdot l_\mu}{V} \quad \{5.14\}$$

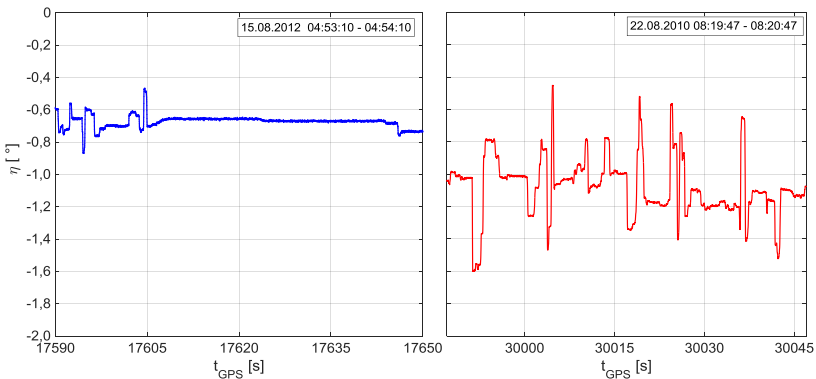
Die Derivative  $C_{Aq}$  und  $C_{A\dot{\alpha}}$  sind Derivative der instationären Bewegung, Abb. 5.16 zeigt beispielhaft das spektrale Verhalten der zugehörigen Zustandsgrößen  $\alpha$  und  $q$ . Die Derivative sind zeitabhängig, können aber vereinfachend als konstant angenommen werden (Brockhaus et al. 2011). Roskam (1979) gibt für die Annahme eines konstanten  $C_{A\dot{\alpha}}$ -Derivativ folgende Bedingung an:

$$k = \frac{l_\mu \cdot \dot{\alpha}}{2V} < 0,04 \quad \{5.15\}$$

Diese Bedingung ist mit dem  $5\sigma$ -Wert für  $\dot{\alpha}$  nach Tab. 5.2 für sehr leichte Turbulenz erfüllt, demnach ist die Annahme dieses Derivativs als konstant zulässig.

Das Derivat  $C_{A\eta}$  beschreibt die Änderung des Gesamtauftriebs infolge eines Höhenruderausschlags und ist ein stationäres Derivat. Im Kontext dieser Arbeit ist jedoch nicht der absolute Einfluss des Höhensteuerauschs gesucht, sondern dessen die Auftriebsbeiwert-Änderungen bei Höhensteuerausschlägen, die den Gleichgewichtszustand beeinflussen. Die Steueraktivität hängt von Flugzeugeigenschaften (Reibung, Spiel und elastischer Verformung der Steuerung), dem Störungszustand der Atmosphäre, der Fluggeschwindigkeit und den individuellen Fertigkeiten der/des Pilotin/en. Beispielhafte Verläufe des Höhenruderausschlags für den unteren Fluggeschwindigkeitsbereich sind in Abb. 5.20 dargestellt.

Zu erkennen ist, dass die Höhenrudерwinkeländerungen näherungsweise diskret erfolgen, also nicht einem spektralen Verhalten wie  $q$  und  $\dot{\alpha}$  folgt. Eine statistische Auswertung und Korrelation der Höhenrudерänderungen mit anderen Zustandsgrößen erweist sich wegen der nahezu diskreten aber schwer allgemeingültig zu beschreibenden Charakteristik als schwierig und im Kontext der Arbeit als nicht weiter verfolgenswert. Die manuelle Sichtung der Messabschnitte in Verbindung mit der zugeordneten Turbulenzklasse zeigt die Näherung einer Sprungeingabe von  $0,3^\circ$  als Momentanersatzwert an.



**Abb. 5.20a+b: Gemessene Höhenruderausschläge für den quasistationären Geradeausflug mit typischer niedriger und hoher Steueraktivität des Piloten. Die Höhenruderdoulette bei 30004 s in der rechten Abbildung ist typisch für Turbulenzgrade oberhalb des in dieser Arbeit als zulässig angenommenen Niveaus.**

Dalldorf (1992) verwendet für Untersuchungen zur schnellen Anstellwinkelschwingung ( $f \approx 1$  Hz) einen Ansatz mit konstantem Auftriebsanstieg  $C_{A\alpha}$  und gibt für eine ähnliche Konfiguration wie der hier verwendeten DG-300/17 folgende mittels Mehrfachtraglinienverfahren berechnete Derivat-Werte an:  $C_{A\eta} = +0,08$ ,  $C_{A\alpha} = +0,46$  und  $C_{Aq} = +2,90$ . Roskam (1979) gibt typische Werte für diese Derivative an, allerdings für segelflugzeuguntypische Konfigurationen. Darüber hinaus sind in der gesichteten Literatur allenfalls punktuell Werte genannt und schwer mit einer Segelflugzeugkonfiguration zu vergleichen.

Setzt man für eine extremale Abschätzung des Einflusses der instationären Strömung ein phasengleiches Auftreten der Höhenruderänderung von  $\delta\eta = 0,3^\circ$  und die  $3\sigma$ -Werte der charakterisierenden Anstellwinkelrate und Drehrate um die Querachse für sehr leichte Turbulenz nach Tab. 5.2 als Momentanwert an, dann folgt nach Gl. 5.14 bei einem Auslegungsauftriebsbeiwert von 0,8 ein Zusatzauftrieb von  $|\delta C_A| \approx 0,2 \%$ .

Vergleichend zu dieser Extremalabschätzung wird ein stochastischer Ansatz verwendet: Für eine Abschätzung des Einflusses von stochastischen Windfeldern auf die Böenlasten von Flugzeugen nimmt Schänzer (1985) als Näherung des relevanten Bereichs des in Abb. 2.2 gezeigten Spektrums die Formulierung nach Dryden für das Spektrum senkrecht zum Flugweg an:

$$S(\Omega) = \sigma_W^2 L_W \frac{1 + 3L_W^2 \Omega^2}{(1 + L_W^2 \Omega^2)^2} \quad \{5.16\}$$

mit

$L_W$  – Charakteristische Wellenlänge

$\Omega$  – Räumliche Frequenz, mit

$$\Omega = 2\pi/\lambda = \omega/V \quad \{5.17\}$$

$\lambda$  – Wellenlänge

Für  $L_W$  ist bei neutral ( $dT/dH = -0,0065 \text{ K m}^{-1}$ ) geschichteter Atmosphäre  $L_W = 150 \text{ m}$ , bei stabiler Schichtung ( $dT/dH > -0,0065 \text{ K m}^{-1}$ )  $L_W = 300 \text{ m}$  anzusetzen (Schänzer, 1985). Mit der in Tab. 5.2 für sehr leichte Turbulenz angegebenen Standardabweichung bei isotroper Turbulenz folgen für beide charakteristische Wellenlängen die in Abb. 5.21 gezeigten Spektren über der Wellenlänge  $\lambda$  nach Gl. 5.17. Darin sind mehrere für die Längsbewegung der DG-300/17 typische Wellenlängen gekennzeichnet.

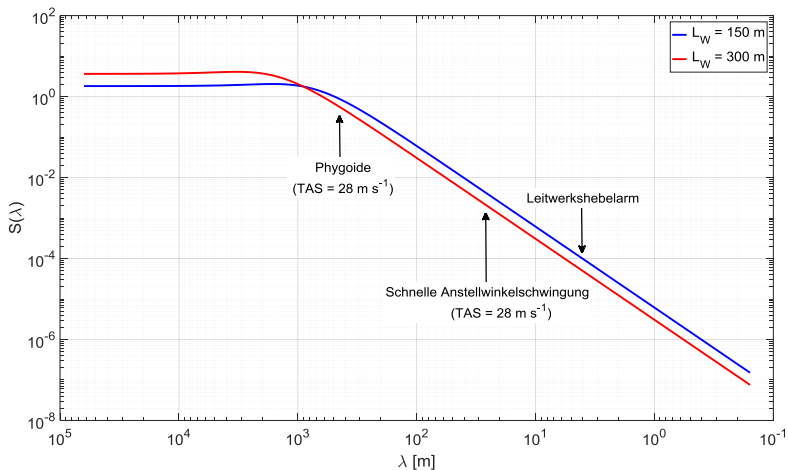


Abb. 5.21: Vereinfachtes Spektrum der Turbulenz für sehr leichte Turbulenz

Für die Bestimmung der Auswirkung von stochastischen Böen verknüpft Schänzer (1985) das Drydenspektrum mit einer vereinfachten Formulierung der Küssner-Funktion für den instationären Auftrieb und gibt für das Spektrum des turbulenzbedingten Auftriebsbeiwertes an:

$$S_{c_A}(\omega) = 2 \frac{\sigma_W^2 c_{A\alpha}^2}{V^2} T_W \frac{1}{(1+T_W^2 \omega^2)} \frac{1}{(1+T^2 \omega^2)} \quad \{5.18\}$$

mit

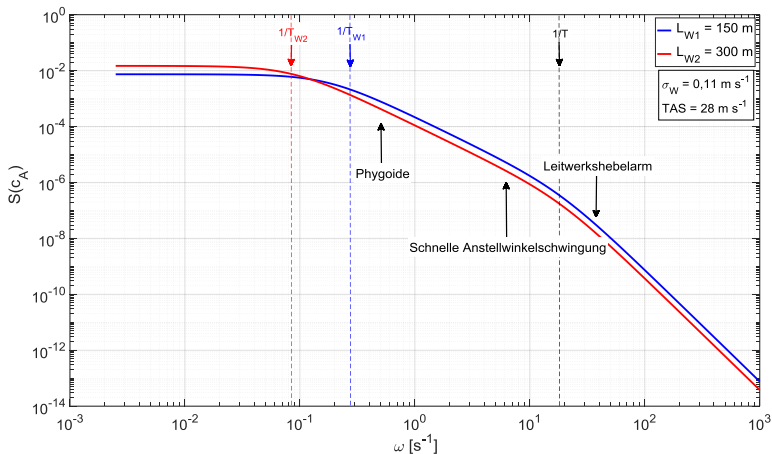
$$T_W = L_W/V \quad \{5.19\}$$

$$T = T^* l_\mu / (2V) \quad \{5.20\}$$

$T^* = 3,79$  – effektiven Verzögerungskonstante (Schänzer, 1985)

Oberhalb der Kreisfrequenz  $1/T$  erkennt man in Abb. 5.22 die Abschwächung des Böeneinflusses durch die Wirkung der instationären Luftkräfte. Es kann gefolgert werden, dass bei Frequenzen unterhalb der Frequenz der schnellen Anstellwinkelschwingung ( $f \approx 1$  Hz) keine turbulenzbedingten instationären Effekte wirksam sind. Das vorgestellte Modell stellt eine Ein-Punkt-Modellierung dar, weshalb dessen Gültigkeit bei Frequenzen oberhalb der größten räumlichen Ausdehnung des Flugzeugs abnimmt, weil das reale Flugzeug auch rotatorisch reagieren kann.

Die Ermittlung eines Momentanwertes des Zusatzauftriebs bedarf auch hier der Kenntnis des tatsächlichen Anströmzustandes, in der hier vereinfachten Form der wirksamen Frequenz. Für die Frequenz der schnellen Anstellwinkelschwingung ( $f \approx 1$  Hz) folgt bei einem Auslegungsauftriebsbeiwert von 0,8 mit der Berechnung nach Dalldorf (1992) in Gl. 5.14 ein Zusatzauftrieb von  $|\delta c_A| \approx 0,15 \%$ , während aus der Berechnung nach Schänzer (1985) in Abb. 5.22 in etwa  $|\delta c_A| \approx 10^{-3} \%$  folgt.



**Abb. 5.22: Leistungsdichtespektrum des turbulenzbedingten Zusatzauftriebsbeiwertes**

Grundsätzlich ist zu erkennen, dass die Auswirkung turbulent durchmischter Luft mit zunehmender Frequenz stark abnimmt ( $-40 \text{ dB/dek}$ ), sodass der turbulente Zusatzauftrieb bei der Frequenz der Phygoide um etwa 2 Größenordnungen über dem turbulenten Zusatzauftrieb bei der schnellen Anstellwinkelschwingung liegt. Unter Beachtung von Abb. 5.8 relativiert sich diese modellhafte Vorstellung allerdings stark, weil die spektrale Verteilung der Turbulenz in den verwendeten Messungen von den Annahmen nach Kolmogorov (1941) um Größenordnungen abweicht (Abb. 2.2). Diese Abweichungen können die starke Streuung der subjektiven Turbulenzeinschätzung begründen (Abb. 5.12) und zeigen den Bedarf für ein zutreffenderes, das spektrale Erscheinen berücksichtigendes Turbulenzbewertungskriterium.

Trotz einiger Bemühungen lässt sich die Relevanz der instationären Terme in Gl. 5.14 nicht abschließend klären. Obgleich die Abschätzungen nur sehr kleine Einflüsse auf den Auftrieb erwarten lassen, wird in Kap. 7.2.3 geprüft, ob Korrelationen zwischen den Zustandsgrößen  $\eta$ ,  $\alpha$ ,  $q$  und dem ermittelten Auftrieb feststellbar sind.

#### Instationärer Widerstand

Dalldorf (1992) nimmt an, dass durch die instationären Luftkräfte zwischen angenommen und tatsächlichen Gesamtauftriebsbeiwert eine Differenz auftritt, sodass die Zuordnung des Widerstandsbeiwertes (Abb. 5.3) fehlerhaft erfolgt. Am Verhältnis der Beiwerte ändert sich hierbei jedoch nichts. Dalldorf (1992) simulierte mit dieser Annahme den Einfluss in Böen. In der vorliegenden Arbeit wird jedoch auf Basis von Messwerten der momentane Auftriebsbeiwert ermittelt (inverses Problem). Bei instationären Auftriebsanteilen ist dann zwar der bestimmte Auftrieb korrekt, die Zuordnung von Anstellwinkel und Widerstand hingegen fehlerhaft. Im Rahmen dieser Arbeit ist diese Unsicherheit nicht ermittelbar, wird jedoch für ein konservatives Vorgehen identisch zu der von Dalldorf (1992) bestimmte Unsicherheit angenommen. Nach Dalldorf (1992) folgt aus einem Fehler der  $c_A$ -Wertbestimmung beim Auslegungs- $c_A$  von 0,8 von  $|\delta c_A| \approx 0,2 \%$  für die DG-300/17 eine Abweichung im Widerstandsbeiwert von  $|\delta c_W| \approx 0,2 \%$ .

Den Einfluss von Turbulenz auf den Widerstand von Segelflugzeugen betrachtet Phillips (1975) auf Basis des teilweise nach Katzmayer (1922) benannten Effektes. Oszillierende Anströmung resultiert durch phasenabhängige Richtung und Größe des Luftkraftvektors in einer Netto-Widerstandsreduktion. Mit dem Drydenspektrum nach Gl. 5.16, einer Standardabweichung von  $\sigma_W = 1 \text{ m s}^{-1}$  und einer charakteristischen Wellenlänge von  $L_W = 300 \text{ m}$  folgt eine Widerstandsreduktion von etwa 2 %. Dies steht nicht im Widerspruch zu Gorisch (2011), der für eine rechteckförmige Vertikalböenabfolge von  $\pm 1 \text{ m s}^{-1}$  Widerstandsreduktionen in zweistelligen Prozentbereich angibt, denn die hierbei angenommene Rechteckböe überschätzt diesen Effekt deutlich. Der betrachtete Effekt ist proportional zur Größe der Anstellwinkeländerung und basiert nicht auf instationären Strömungen, sondern auf dem zeitlich gemittelten Verhältnis variabler Luftkräfte gegenüber einem angenommenen Mittelwert. Die Reaktion des Flugzeugs auf die



geänderte Anströmung und instationäre Strömungseffekte schwächen diesen Effekt wiederum ab. Es wird deshalb angenommen, dass ohne hinreichende Reaktion des Flugzeugs dieser Effekt zu vernachlässigen ist.

Der Einfluss der höherfrequenten turbulenten Strömungsanteile auf die laminare Grenzschicht und somit des Widerstandes aller Segelflugzeugoberflächen ist bei der vorliegenden Größenordnung der Turbulenz als vernachlässigbar anzusehen (Bertolotti, 2001).

#### Instationäre Momente

Nach Etkin (1996) sind die Einflüsse der instationären Momente in ihrer Wirkung auf die Flugzeugbewegung eine Größenordnung kleiner als die des instationären Auftriebs und werden somit nicht weiter betrachtet.

#### **Fazit Einfluss atmosphärischer Bewegungen auf die Flugleistung**

Bei Einhaltung der erörterten Grenzen der räumlichen Windgradienten und der Turbulenzparameter geht von der gestörten Atmosphäre kein relevanter Einfluss auf die Flugleistung des Segelflugzeugs aus. Die Ein-Punkt-Modellierung der Flugleistung ist zulässig. Mögliche Einflüsse auf die Flugleistung durch ein gekrümmtes Windfeld sind im Rahmen dieser Arbeit nicht abschätzbar, werden jedoch bei der angenommenen störungsarmen Atmosphäre als vernachlässigbar klein angesehen.

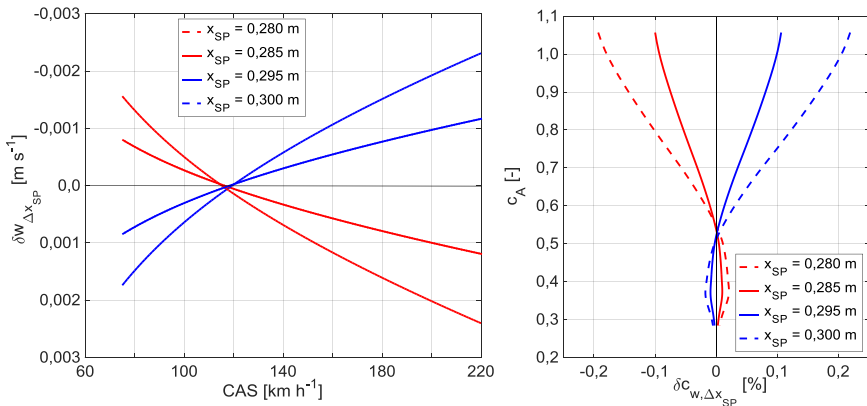
#### 5.2.2 Durch geeignete Versuchsdurchführung und Wahl der Randbedingungen zu vernachlässigende Einflussgrößen auf die Flugleistung

##### Vermeidung instationärer Luftkräfte durch Manöver

Neben atmosphärischer Bewegung können durch den Piloten aktiv hervorgerufene Änderungen des Anströmzustandes zu instationären Luftkräften führen. Durch geeignete Steuerstrategien sind diese hinreichend minimierbar (Frank, 2007).

##### Einfluss der Schwerpunktlage auf die Flugleistung (III.)

Die Schwerpunktlage wird für die hier betrachteten Flugversuche für jeden Piloten mittels Schwerpunktwägung und Trimm Massen auf denselben Wert eingestellt und nachfolgend als konstant angenommen. Nach Hermann (2007) kann die Schwerpunktlage bei sorgfältiger Durchführung der Schwerpunktwägung mit einer Unsicherheit von etwa  $\pm 3$  mm ermittelt werden, was in Pätzold (2012b) bestätigt wurde. In Verbindung mit der Variation der Pilotenmasse von 1 kg (Kap. 5.2.3) folgt eine maximale absolute Unsicherheit der Schwerpunktlage von  $\epsilon_{x_{SP}} = 5$  mm, womit eine maximale Unsicherheit in der Flugleistung für die DG-300/17 gemäß Abb. 5.23 folgt. Diese kann nicht korrigiert werden, da die tatsächliche Schwerpunktabweichung nicht gemessen oder aus den vorliegenden Messdaten ermittelt werden kann. Aus der damit verbundenen Änderung des Höhenleitwerksauftriebs folgt eine Änderung des induzierten Gesamtwiderstandes (Pätzold, 2002). In Anhang A.2.1 ist die Berechnung hierzu dargelegt. Ein Derivativ wurde hierzu in der Literatur nicht gefunden.



**Abb. 5.23a+b: Differenz der Sinkgeschwindigkeit und relative Änderung des Widerstandsbeiwertes bei kleinen Schwerpunktlagenabweichungen gegenüber der Referenzschwerpunktlage von  $x_{SP} = 0,290$  m bei einer konstanten Flugmasse von  $m = 420$  kg**

#### Stellung der Cockpitlüftung (V.)

Nach Pätzold (2009) beeinflusst das Öffnen der Cockpitbelüftung die Flugleistung in messbarem Maße, jedoch individuell abhängig vom jeweilig untersuchten Segelflugzeug. Bei den in dieser Arbeit verwendeten Messungen wurde die Lüftung der DG-300/17 im Referenzzustand belassen, sodass deren Einfluss in der Referenzflugleistung enthalten ist und hiervon keine Unsicherheit ausgeht.

#### Elastische Verformung (VI.)

Einflüsse der elastischen Verformung des Flugzeugs sind in der Referenzflugleistung ebenfalls bereits enthalten. Da in dieser Arbeit nur von sehr kleinen Abweichungen vom Flugzustand für die Referenzflugleistung ausgegangen wird, werden keine relevanten Einflüsse hieraus erwartet.

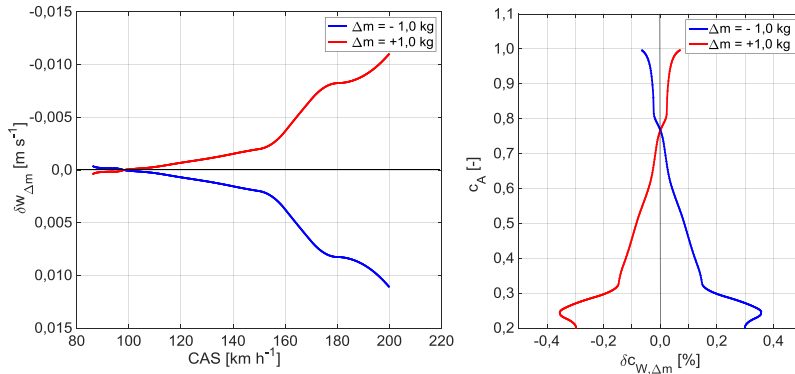
### 5.2.3 Messung von flugleistungsskalierenden Einflussgrößen

#### Flugmasse (I.)

Für die später verwendeten Flugversuche wurde die Flugmasse (Summe aus Flugzeugmasse und Pilotenmasse) je Pilot mittels Wägung ermittelt und als konstant angenommen. Untersuchungen in Pätzold (2012b, 2013) zeigen, dass die Flugmasse (bei konstanter lokaler Schwere, Kap. 6.2.2) mittels heutiger Waagentechnologie mit einer Wiederholbarkeit von  $< 1$  N bei typischen Segelflugzeugmassen bestimmt werden kann. In der Praxis gibt es zwischen durchgeführter Wägung und den Flugversuchen mehrere Stunden bis Tage Abstand, sodass die Flugmasse durch Änderungen der Pilotenmasse (Nahrungsaufnahme und Ausscheidungen) *erfahrungsgemäß* mit einer Unsicherheit von  $\epsilon_m = 1$  kg anzunehmen ist. Es folgt damit eine Unsicherheit in der Flugmasse von etwa 0,25 % der Flugmasse der DG-300/17. Verfahren zur Flugmassenmessung oder -bestimmung für jeden

einzelnen Flug sind für Segelflugszeuge mit der erforderlichen Genauigkeit nicht realisiert. Eine Änderung der Flugmasse von 1 kg äußert sich bei einer Bezugsmasse von 420 kg wie in Abb. 5.24 dargestellt.

Das Verhältnis der normierten Größen ändert sich nicht. Re-Zahl-Effekte werden hierbei vernachlässigt bzw. später separat betrachtet. Die Gravitation ist bei dieser Betrachtung als konstant angenommen. Eine Änderung der wirkenden Gravitation um 0,25 % resultiert im selben Ergebnis. Die anzunehmende Gravitation wird in Kap. 6.2.2 diskutiert.



**Abb. 5.24a+b: Differenz der Sinkgeschwindigkeit und relative Änderung des Widerstandsbeiwertes bei kleinen Flugmassenabweichungen  $\Delta m$  gegenüber der Referenzflugmasse von  $m = 420$  kg**

#### Luftdichte (II.)

Die Bestimmung der Luftdichte wird als Teil der Luftdaten in Anhang A.1 dargelegt und als Zustandsgröße zur Flugleistungskorrektur verwendet. Eine Unsicherheit von 0,25 % in der Luftdichte führt auf das vorzeichenverkehrte Resultat wie in Abb. 5.24, was auf die fast identische Struktur der zu anzuwendenden Gln. 5.9 und 5.10 zur Berücksichtigung der tatsächlichen Flugmassen und Luftdichte zurückzuführen ist ( $\delta w_{\Delta m=0,25\%} \equiv \delta w_{\Delta \rho=-0,25\%}$ ).

Der aus der Abweichung der Luftdichte vom Referenzzustand resultierende Einfluss auf den Widerstand wird in Kap. 5.2.4 betrachtet.

#### Querneigung (VII.) / Lastvielfaches(VIII.)

Querneigung und Lastvielfache stellen eine Änderung des Massenkraftvektors  $\bar{R}^m$  dar (Kap. 6), der gleich der resultierenden Luftkraft  $\bar{R}^A$  ist. Die resultierenden Kräfte aus Querneigung und Lastvielfachen aus der Längsbewegung werden in dieser Arbeit nicht als separate Größen gehandhabt, sondern als Teil des resultierenden Massenkraftvektors  $\bar{R}^m$  betrachtet. Der Massenkraftvektor wird durch Bestimmung der Transportbeschleunigung gegenüber der Erde, der lokalen Gravitation sowie der Flugmasse ermittelt und ist somit ein gemessener Zustand. Die Unsicherheit der Flugmasse geht in die Unsicherheit der Bestimmung des Massenkraftvektors ein. In diesem Sinne beeinflussen Querneigung und Abweichungen des Lastvielfachen die Flugleistung nicht.

Durch die Abweichungen des Lastvielfachen vom Zustand des idealen stationären Geradeausflugs ergeben sich Widerstandsänderungen durch Abweichung der aktuellen Reynoldszahl vom Referenzzustand beim aktuellen Auftriebsbeiwert, die in Kap. 5.2.4 diskutiert werden. Bei einer Querneigung ungleich Null stellt sich im Allgemeinen ein Kreisflug ein, der dem Anströmfeld des Flugzeugs eine rotatorische Komponente hinzufügt und somit nicht den Bedingungen des schiefbefreiten Geradeausflugs entspricht. Dieser Einfluss wird jedoch auf Grund der Eingrenzungen auf den quasistationären Geradeausflug als nicht relevant erachtet (Kap. 1.4).

#### 5.2.4 Beobachtung und Modellierung von nichtskalierenden Einflussgrößen auf die Flugleistung

##### Austausch kinetischer und potenzieller Energie (XI.)

Dieser Energieaustausch wird durch gekoppelte translatorische und rotatorische Flugzustandsänderungen der Flugzeuglängsbewegung verursacht/beobachtbar. Während die translatorischen Anteile niederfrequenter quasistationärer Natur sind, somit keinen skalierenden Einfluss aufweisen und nachfolgend in den Bewegungsgleichungen behandelt werden (Kap. 6), wird in diesem Unterkapitel der Einfluss der Drehbeschleunigung um die Querachse betrachtet.

Drehbewegungen der Seitenbewegung um die Längs- und Hochachse sind typischerweise stark gedämpft, können vom Piloten gut angesteuert werden und sind allenfalls sekundär am kinetisch-potenziellen Energieaustausch beteiligt. Allein die Abhängigkeit des Widerstandes vom Schiebewinkel wird nachfolgend in diesem Unterkapitel einbezogen. Die Drehbewegung um die Querachse ist bei Drachenflugzeugen gedämpft, jedoch wirken kleinste Störungen auf das Tragflügel-Höhenleitwerks-System schwingungsanregend, z.B. durch die in Kap. 5.2.1 diskutierten Windgradienten oder Steuereingaben. Das Momentengleichgewicht um die Querachse ist durch drei Eigenschwungsformen gekennzeichnet, der schnellen Anstellwinkelschwingung (Periodendauer ca. 1 s), der Phygoide (Periodendauer ca. 17 s) und einer dichtegradientenabhängigen langwelligen Schwingung (Aperiodische Höhenstabilität, Periodendauer in der Größenordnung von 1000 s; Scheubel, 1943; Etkin, 1972).

Unter Beachtung von Abb. 2.2 und der Energieverteilung in turbulenter Strömung nach Kolmogorov (1941) wird angenommen, dass die Distanz zwischen Flügel- und Höhenleitwerksneutralpunkt für die Einkopplung von Störungen durch Windgradienten-änderung oder Turbulenz relevant ist (Kap. 5.2.1). Im Umkehrschluss wird als Modellvorstellung eine Änderung des Drehimpulses um die Querachse auf eine Auftriebskraft am Höhenleitwerk zurückgeführt, die zusätzlich zur Erhaltung des statischen Längsmomentengleichgewichts erforderlich ist. Es spielt dabei keine Rolle, ob die zusätzliche Auftriebskraft am Höhenleitwerk durch eine Steuereingabe oder atmosphärische Störung hervorgerufen

wird. Die Auftriebskraft am Höhenleitwerk zur Änderung des Drehimpulses verursacht sowohl eine Änderung der Auftriebs des Gesamtflugzeugs als auch des Widerstandes.

Bei den geringen Änderungen durch den drehbeschleunigungsinduzierten Anstellwinkel am Höhenleitwerk in der Größenordnung  $< 0,1^\circ$  wird angenommen, dass sich der Profilwiderstand des Höhenleitwerksprofils nicht ändert. Als flugleistungsrelevant wird deshalb der resultierende Widerstand gesehen, der wiederum alleinig als induzierter Widerstand angenommen wird. Die Änderung des induzierten Höhenleitwerkswiderstandes durch den zusätzlichen Auftrieb  $\delta c_{AH,q}$  infolge einer Drehbeschleunigung  $\dot{q}$  um die Querachse hängt dabei von der im Anhang A.1.4 ermittelten Höhenleitwerksgrundlast  $c_{AH}$  ab. Der zusätzliche Höhenleitwerksauftriebsbeiwert wird berechnet mit:

$$\delta c_{AH,q} = \frac{l_{yy} \cdot \dot{q}}{l_H} \cdot \frac{1}{q c_{SH}} \quad \{5.21\}$$

Der drehbeschleunigungsinduzierte Zusatzwiderstandsbeiwert für das Gesamtflugzeug lautet:

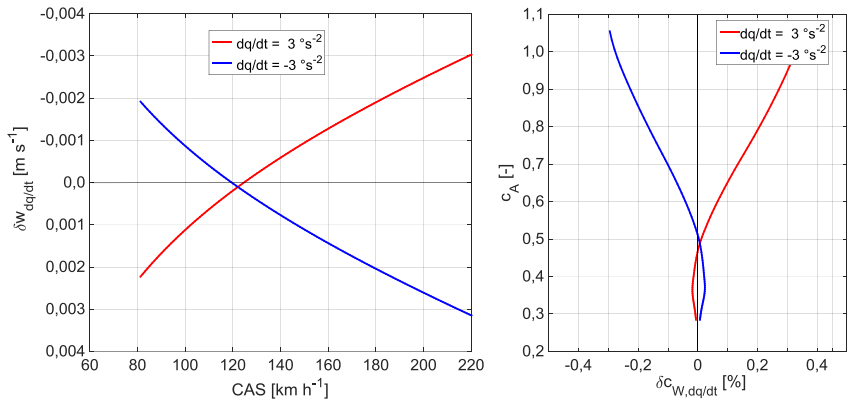
$$\delta c_{W,q} = \frac{k_H}{\pi \cdot \Lambda} \cdot \frac{S_H}{S_F} (2 \cdot c_{AH} \cdot \delta c_{AH,q} + \delta c_{AH,q}^2) \quad \{5.22\}$$

Die Herleitung hierzu ist Anhang A.2.2 dargelegt. Bei den in dieser Arbeit betrachteten Flugprofilen betragen typische Werte  $|q| < 0,2 \text{ }^\circ\text{s}^{-1}$  und  $|\dot{q}| < 1 \text{ }^\circ\text{s}^{-2}$ , Maximalwerte bis zu  $|q| < 0,6 \text{ }^\circ\text{s}^{-1}$  und  $|\dot{q}| < 3 \text{ }^\circ\text{s}^{-2}$  (siehe Tab. 5.2). Für die maximale bzw. minimale Drehbeschleunigung wird der Einfluss auf die Flugleistung in Abb. 5.25 dargestellt. Da sich die Drehbeschleunigung permanent ändert, ist  $\delta c_{W,q}$  ebenfalls zeitvariant. Die Luftkräfte werden als quasistationär angenommen. Abhängig von den Vorzeichen von  $c_{AH}$  und  $\delta c_{AH}$  kann  $\delta c_{W,q}$  negative Werte annehmen, was einer (momentanen) Widerstandsverringering entspricht.

Mögliche instationäre Einflüsse auf den Höhenleitwerksauftrieb sind durch die Betrachtung der Reaktion des Flugzeugs in diesem Ansatz bereits enthalten. Ein instationärer Einfluss auf den Profilwiderstand des Höhenleitwerksprofils ist gering und bereits weiter oben vernachlässigt worden. Die Änderung des Gesamtauftriebs durch den Höhenleitwerksauftrieb entspricht bei  $|\dot{q}| < 3 \text{ }^\circ\text{s}^{-2}$  etwa der Unsicherheit durch die Flugmassenabweichungen (Kap. 5.2.3) und wird nicht weiter betrachtet. Die Betrachtung der Drehbeschleunigung um die Querachse ist bei der Betrachtung instationärer Auftriebskräfte zu finden (Försching, 1974; Rodden und Giesing, 1970), nicht jedoch bei den flugmechanischen Derivativen oder im Zusammenhang mit dem Gesamtflugzeugwiderstand.

#### Einfluss des Schiebewinkels auf die Flugleistung (IV.)

In der Grundannahme diese Arbeit wird von einem schiebefreien Geradeausflug ausgegangen, der in der Praxis auch sehr gut eingehalten wird. Die Einbeziehung von Turbulenz bedeutet jedoch eine Anströmungsvariation in allen drei Richtungen, weshalb die Flugleistungsbeschreibung zur Vermeidung von Einschränkungen der Allgemeinheit erweitert



**Abb. 5.25a+b: Beispielhafter Einfluss der Drehbeschleunigung  $\dot{q} = dq/dt$  auf die momentane Sinkgeschwindigkeit und momentane relative Änderung des Widerstandsbeiwertes beim Referenzzustand ( $m = 420 \text{ kg}$ ,  $x_{SP} = 0,290 \text{ m}$ )**

werden soll. Hierzu werden Messungen im Freiflug herangezogen, die im Vergleichsflugverfahren nach Wende (2003) durchgeführt wurden: Die Piloten erflogen hierzu zusätzlich zur Flugleistungsvermessung im schiefbefreiten Geradeausflug weitere quasistationäre Geradeausflugabschnitte mit zwei verschiedenen Schiebewinkeln nach dem Haubenfaden. Die Änderung des Widerstandsbeiwertes des Gesamtflugzeugs wird als Funktion des Schiebewinkels formuliert.

$$\delta c_{W\beta} = c_W \cdot k_\beta \quad \{5.23\}$$

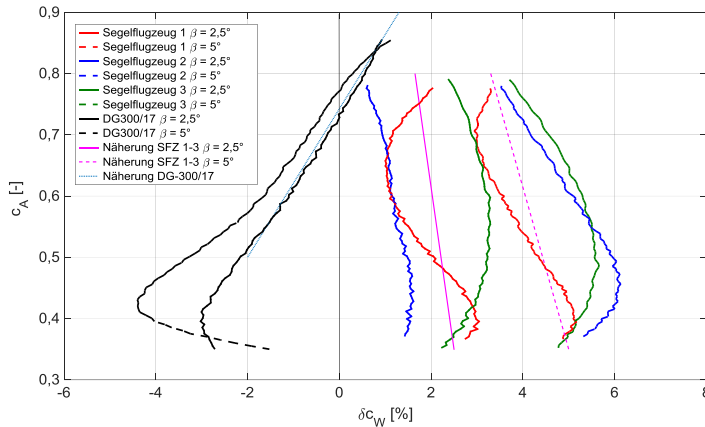
Der Faktor  $k_\beta$  ist flugzeugspezifisch und beträgt im schiefbefreiten Geradeausflug Null. Im Anhang A.2.4 wird für Freiflugmessungen gezeigt, dass dieser Faktor zudem vom  $c_A$ -Wert abhängt:

$$k_\beta = f(c_A, \beta) \quad \{5.24\}$$

Die Messergebnisse zeigen für drei konventionelle Segelflugzeuge eine erwartungsgemäße Erhöhung des Widerstandes mit zunehmendem Schiebewinkel. Für das in dieser Arbeit betrachtete Segelflugzeug DG-300/17 resultiert eine bislang strömungsmechanisch nicht geklärte Widerstandsverringerung beim Schiebeflug im mittleren Fluggeschwindigkeitsbereich (Abb. 5.26). Die Messungen werden aufgrund der eingeschränkten Datenbasis mit einfachen linearen Ansätzen für Auftriebsbeiwerte größer als 0,5 genähert. Für die DG-300/17 wird in dieser Arbeit folgende Näherung verwendet, siehe Anhang A.2.4:

$$k_{\beta, \text{DG-300/17}, m=420 \text{ kg}} = \frac{(4,1 \cdot c_A - 3,05)}{100} \cdot \beta \quad \{5.25\}$$

Das zugehörige Derivat  $C_{W\beta}$  kann für die Segelflugzeuge 1–3 annähernd mit  $C_{W\beta} \approx 0,005 \dots 0,01$  angegeben werden.



**Abb. 5.26: Relative Widerstandsbeiwertänderung infolge Schiebewinkel**

#### Einfluss der Reynoldszahl auf die Flugleistung (IX.)

Der strömungsmechanische Ähnlichkeitsparameter Reynoldszahl (Re-Zahl) definiert sich z.B. nach Thomas (1984):

$$\text{Re} = \frac{v \cdot l}{\nu} \quad \{5.26\}$$

mit

- $v$  – Anströmgeschwindigkeit
- $l$  – Charakteristische Länge
- $\nu$  – Kinematische Viskosität

Die kinematische Viskosität  $\nu$  ist eine Funktion von Luftdichte und Lufttemperatur am jeweiligen Ort (Anhang A.1.3). Im segelflugtypischen Reynoldszahl-Bereich von etwa  $0,4 \cdot 10^6 \dots 3 \cdot 10^6$  ändert sich das Verhalten des Auftriebsmaximums von typischen Segelflugzeugprofilen kaum (Abb. 5.27). Dem gegenüber ändert sich der Widerstand mit der Re-Zahl deutlich, siehe Abb. 5.28. In Abb. 5.29 zeigt sich dieses Verhalten beispielhaft für ein modernes Segelflugzeugprofil in einer anderen Darstellung.

Die Abhängigkeit des Widerstandes von der Re-Zahl besteht neben den Tragflügelprofilen ebenfalls für den Rumpf und die Leitwerksprofile. Während beim Flugzeugentwurf mit den gerechneten oder im Windkanal gemessenen Re-Zahl-Abhängigkeiten der Einfluss auf die Flugleistung abgeschätzt werden kann (Stich und Treiber, 1981), wird nachfolgend auf Freiflugmessungen zurückgegriffen. Als Bezugslänge für Gl. 5.26 wird die flugmechanische Ersatzflügelteiefe  $l_\mu$  nach Tab. A.2 verwendet, um eine Bezugs-Re-Zahl als Ersatzgröße für das gesamte Segelflugzeug zu berechnen. Der Re-Zahl Einfluss des Tragflügelprofils wird als dominierend angenommen.

Während im konventionellen Windkanal die Re-Zahl primär durch die Anströmgeschwindigkeit variiert werden kann, erfolgt dies im Freiflug durch eine Änderung der Flugmasse, des Lastvielfachen oder der Änderung von Luftdichte und -temperatur.

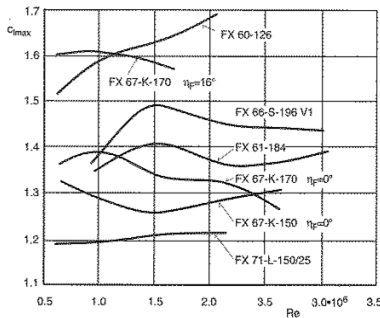


Abb. 5.27: Maximaler Auftriebsbeiwert abhängig der Re-Zahl für verschiedene Profile (Thomas, 1999)

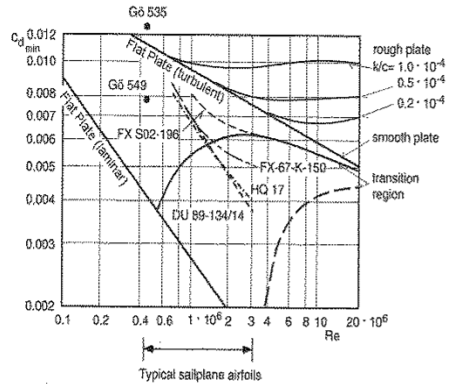


Abb. 5.28: Minimaler Widerstandsbeiwert einiger Segelfluggprofile im Vergleich zur ebenen Platte (Thomas, 1999)

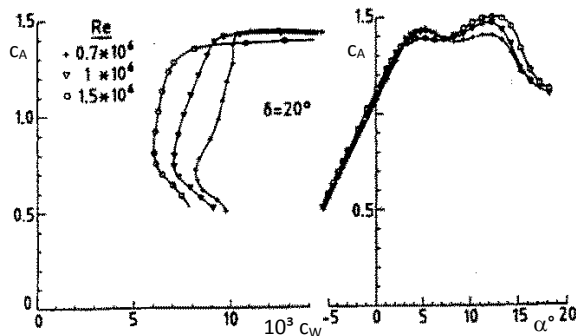
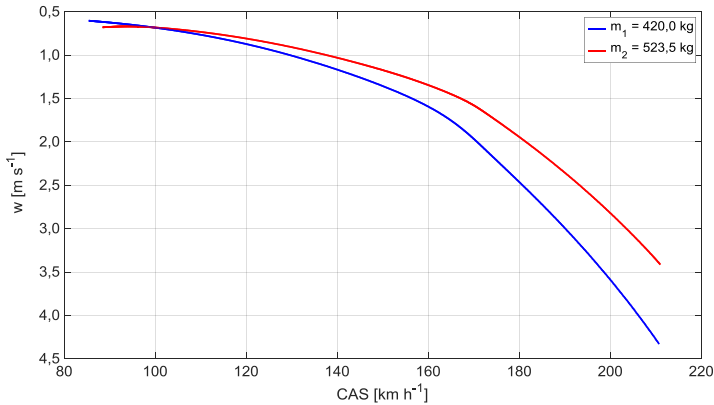


Abb. 5.29: Re-Zahl-Einfluss auf den Auftriebs- und Widerstandsbeiwert eines modernen Segelfluggzeugprofils am Beispiel des Profils DU89-134/14, nach Boermans (1997)

Die Änderung von Luftdichte und -temperatur ist dabei dem üblichen Flugprofil von Segelflugzeugen eigen. Änderungen des Lastvielfachen sind entweder mit Änderung der Fluggeschwindigkeit oder einem Kreisflug verbunden, jedoch sind diese Flugzustände derzeit nicht zur gezielten Untersuchung des Re-Zahl-Einflusses geeignet.

Die Flugmasse der DG-300/17 kann mittels Wasserballast in den Tragflügeln um bis zu 100 kg – zuzüglich 3,5 kg im Seitenleitwerk zur Kompensation der Schwerpunktverschiebung – erhöht werden. Während des IDAFLIEG-Sommertreffens 2011 fanden Vergleichsflüge der DG-300/17 mit den nominellen Flugmassen  $m_1 = 420,0$  kg und  $m_2 = 523,5$  kg gegenüber einem temporären Referenzsegelflugzeug statt, um den Einfluss der unterschiedlichen Flugmassen auf die Flugleistung zu bestimmen. Die Auswertung der Flugleistungsvermessung der DG-300/17 ergibt für beide Flugmassen die Sinkgeschwindigkeitsdiagramme in Abb. 5.30.





**Abb. 5.30: Gemessene Flugleistung der DG-300/17 bei zwei Flugmassen**

In die Auswertung der Vergleichsflugmessungen nach Wende (2003) ist keine Re-Zahl-Korrektur implementiert, weshalb die Reihenfolge der Messabschnitte so geplant wurde, dass keine Korrelation zwischen Flughöhe und der Fluggeschwindigkeit vorliegt. In der mittleren Flughöhe dieser Flugversuche von 1900 m lagen ein mittlerer Druck von 807 hPa und eine mittlere Temperatur von 15 °C vor, womit sich die Bezugs-Re-Zahl für beide Flugmassen abhängig des Auftriebsbeiwertes berechnen und Widerstandsbeiwerte zuordnen lassen (Abb. 5.31). Die auftriebsbeiwertabhängige Bezugs-Re-Zahl wird für die mittleren atmosphärischen Bedingungen zur Referenz-Re-Zahl für die gemessenen Flugleistungen.

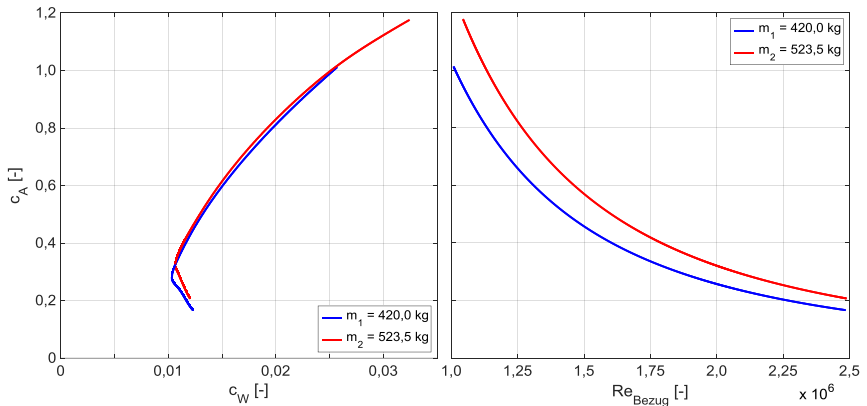
Mit der Annahme, dass die Re-Zahl-Änderung durch eine geänderte Flugmasse dieselbe Widerstandsänderung verursacht, wie eine Re-Zahl-Änderung durch variierende Luftdichte und Lufttemperatur, kann bei bekanntem Auftriebsbeiwert und bekannter Bezugs-Re-Zahl der zugehörige Widerstandsbeiwert berechnet werden.

$$c_W = f(c_A, Re_{\text{Referenz}}, Re_{\text{Bezug}}) \quad \{5.27\}$$

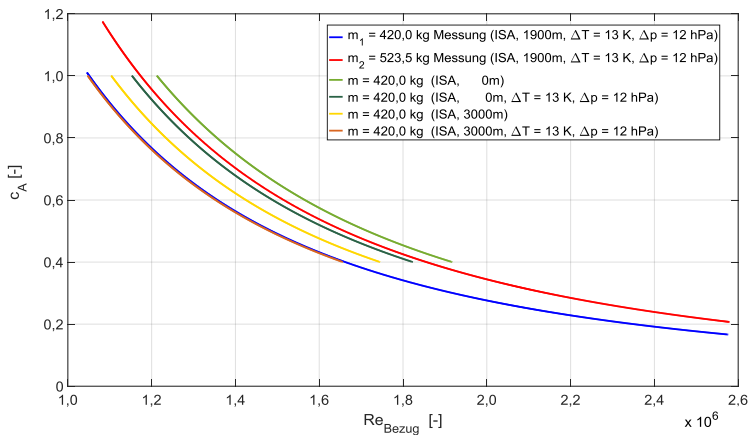
Zur Betrachtung der Größenordnung dieses Einflusses werden mit 0 m und 3000 m die Höhengrenzen des üblichen Einsatzbereichs des Referenzsegelflugszeugs betrachtet. Die atmosphärischen Bedingungen bei den in Abb. 5.30 dargestellten Messungen weichen in der Bezugshöhe von 1900 m jahreszeittypisch von der Internationalen Standardatmosphäre ISA (ICAO, 1993) ab ( $\Delta T \approx +13$  K;  $\Delta p \approx +12$  hPa). Für die beiden gewählten Flughöhen werden die Luftdichte und Lufttemperatur deshalb nach ISA und mit den benannten Abweichungen angenommen. In Abb. 5.32 ist zu erkennen, dass die Bezugs-Re-Zahl innerhalb des üblichen Flughöhenbereichs in gleichem Maße variiert, wie durch die zwei verschiedenen Flugmassen oder die jahreszeittypischen Abweichungen von der ISA.

Die Re-Zahl-bedingte Widerstandsänderung kann von der absoluten Flugleistung getrennt formuliert werden:

$$\delta c_{WRe} = f(c_A, Re_{\text{Referenz}}, Re_{\text{Bezug}}) \quad \{5.28\}$$



**Abb. 5.31: Gemessene  $c_A$ - $c_W$ -Diagramme und  $c_A$ - $Re$ -Diagramme DG-300/17 bei zwei Flugmassen**



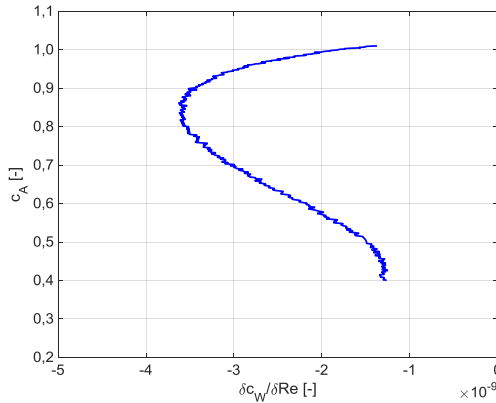
**Abb. 5.32:  $c_A$ - $Re$ -Diagramme DG-300/17 für verschiedene Druck- und Temperaturkombinationen**

Da lediglich zwei Messkurven vorliegen (Abb. 5.31)), wird eine lineare Interpolation bzw. Extrapolation bei konstantem Auftriebsbeiwert angewandt:

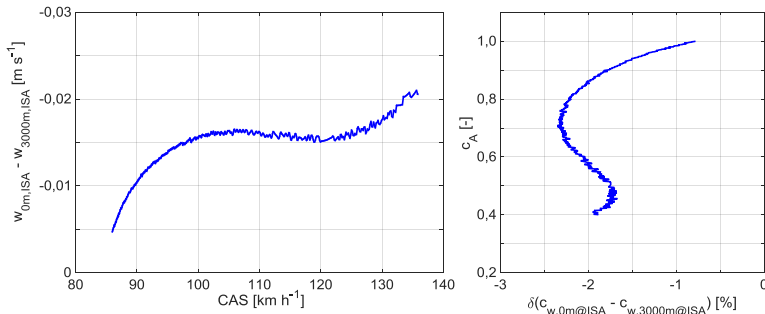
$$\delta c_{W,Re} = \left( \frac{\delta c_W}{\delta Re} \right)_{c_A} \cdot (Re_{Bezug} - Re_{Referenz}(c_A)) \quad \{5.29\}$$

Die Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen Widerstandsbeiwertänderung und Differenz zur Referenz-Re-Zahl bei einem Auftriebsbeiwert erlaubt die Angabe des vom Auftriebsbeiwert abhängigen Quotienten  $\delta c_W / \delta Re$  und somit die direkte Berechnung der Re-Zahl-bedingten Widerstandsbeiwerteänderung  $\delta c_{W,Re}$  aus Abb. 5.21, dargestellt in Abb. 5.33. Dieses Vorgehen bietet die Möglichkeit die Referenzflugleistung einschließlich der Referenz-Re-Zahl zu korrigieren, ohne die Re-Zahl-Abhängigkeit jeweils neu ermitteln zu

müssen. Um die Größenordnung des Einflusses der Re-Zahl auf die Flugleistung einschätzen zu können, wird die Differenz zwischen der Flugleistung in 0 m und 3000 m nach ISA gebildet, siehe Abb. 5.34.



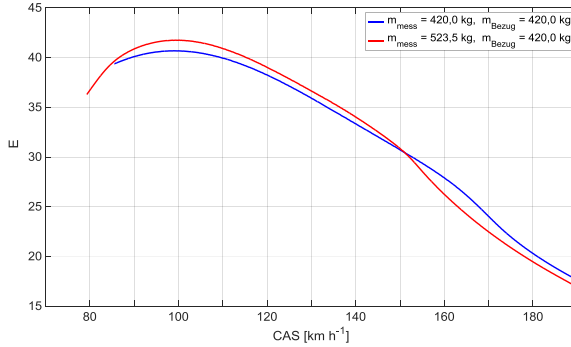
**Abb. 5.33: Quotient der Widerstandsbeiwertänderung zur Differenz von Bezugs- und Referenz-Re-Zahl abhängig des Auftriebsbeiwertes**



**Abb. 5.34a+b: Beispielhafter Einfluss einer höhendifferenzbegründeten Re-Zahl-Änderung auf die Sinkgeschwindigkeit und die relative Änderung des Widerstandsbeiwertes beim Referenzzustand ( $m = 420 \text{ kg}$ ,  $x_{SP} = 0,290 \text{ m}$ )**

#### Auffälligkeiten der Re-Zahl-Untersuchung

Die Messergebnisse aus Abb. 5.30 werden nach Gl. 5.9 auf eine einheitliche Flugmasse umgerechnet und in Abb. 5.35 als Gleitzahl nach Gl. 5.11 über der Fluggeschwindigkeit dargestellt. Ohne Re-Zahl-Effekt wären im Fall einer idealer Messungen die rote Kurve ( $m = 523,5 \text{ kg}$ ) und die blaue Kurve ( $m = 420,0 \text{ kg}$ ) deckungsgleich. Im Geschwindigkeitsbereich von  $95\text{--}140 \text{ km h}^{-1}$  entspricht die Flugleistungsdifferenz den Erwartungen an den Re-Zahl-Effekt des Flügelprofils. Im Bereich unter  $95 \text{ km h}^{-1}$  ist ein Re-Zahl-Einfluss auf das Verhalten nahe des maximalen Auftriebsbeiwertes zu vermuten. Mit den Re-Zahlen aus Abb. 5.31 ist gemäß Abb. 5.28 ein Verhalten ähnlich dem Profil FX67-K-170  $\eta_F=0^\circ$  anzunehmen.



**Abb. 5.35: Flugleistung der DG-300/17 gemessen bei zwei Flugmassen, auf eine Flugmasse bezogen**

Im Geschwindigkeitsbereich oberhalb  $140 \text{ km h}^{-1}$  ist eine deutliche Abweichung vom erwarteten Verhalten zu erkennen. Die strömungsphänomenologischen Ursachen konnten trotz einiger Untersuchungen nicht geklärt werden, ebenso wenig, ob ein Zusammenhang mit dem auffälligen Verhalten bei Schiebewinkel (Abb. 5.26) besteht. Es ist zu schlussfolgern, dass die in diesem Kapitel angewandten Korrekturen nicht allein auf theoretischer Basis erfolgen dürfen, sondern im Flugversuch bestätigt werden müssen. Die Gültigkeit der Re-Zahl-Widerstandsbeiwertkorrektur  $\delta c_{W,Re}$  für die DG-30/17 ist auf Basis der vorliegenden Messdaten auf den Geschwindigkeitsbereich von  $90..140 \text{ km h}^{-1}$  zu begrenzen. Ein Derivat  $C_{W,Re}$  ist in der gesichteten Literatur nicht bekannt.

### 5.2.5 Abschätzung der Unsicherheit der relativen Flugleistungsmodellierung

Unter der Annahme, dass alle Einflussgrößen hinreichend korrekt erfasst sind, kann die verbleibende Unsicherheit der relativen Flugleistungsmodellierung durch stochastische und systematische Unsicherheiten hinsichtlich der korrigierten Einflüsse abgeschätzt werden. Sind die auftretenden Fehler normalverteilt und unkorreliert, dann kann mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung die Unsicherheit als Standardabweichung berechnet werden (mittlere relative Unsicherheit):

$$\sigma_{c_W} = \sqrt{\sum_i \sigma_i^2} \quad \{5.30\}$$

Die vorliegenden Unsicherheiten sind hingegen teilweise korreliert, weil z.B. die gemessene Lufttemperatur in die Dichte- und in die Re-Zahl-Korrektur eingeht. Als konservative Schätzung wird die maximale relative Unsicherheit aus der Summer der Einzelunsicherheiten ermittelt:

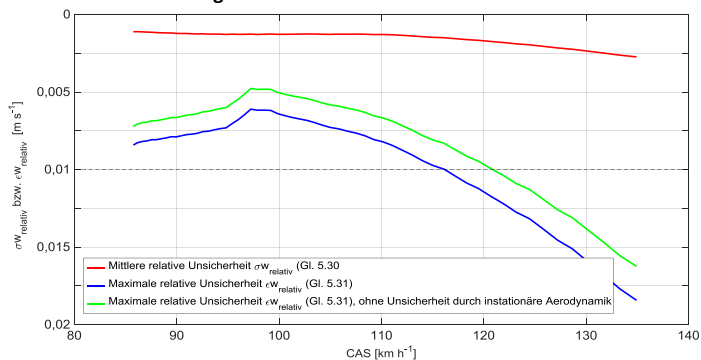
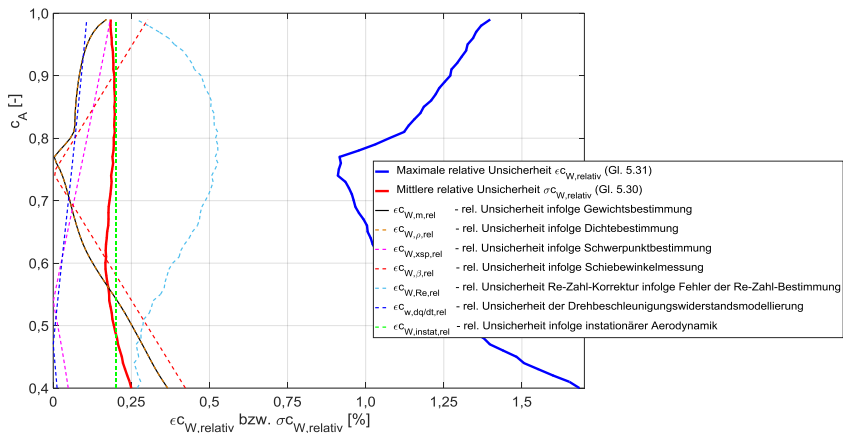
$$\epsilon_{c_W} = \sum_i \epsilon_i \quad \{5.31\}$$

In Tab. 5.3 sind die angenommenen mittleren Unsicherheiten als Standardabweichungen  $\sigma$  aufgelistet. Die absolute Unsicherheit  $\epsilon$  wird jeweils mit der Relation

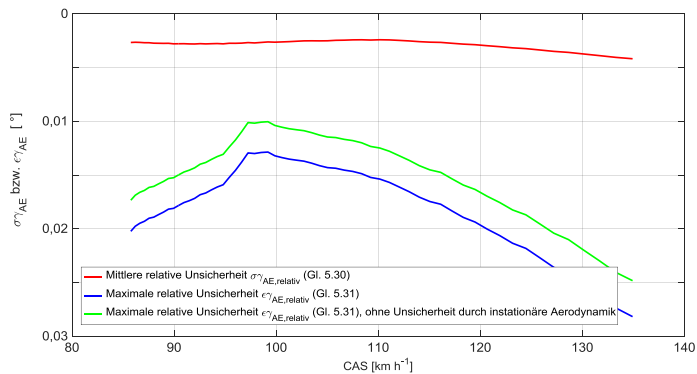
$$\epsilon = 3\sigma \quad \{5.32\}$$

angenommen. Bei der Betrachtung der nichtkorrigierten Gesamtunsicherheit zeigt der Re-Zahleinfluss einen dominierenden Anteil (Abb. 5.36). Mit zunehmender Fluggeschwindigkeit ist zudem eine deutlich anwachsende Unsicherheit feststellbar, in Abb. 5.37 in Bezug auf die Vertikalgeschwindigkeit und in Abb. 5.38 in Bezug auf den aerodynamischen Gleitwinkel dargestellt, der im Vorgriff auf Kap. 6.1.6 mit  $\gamma_{AE}$  bezeichnet ist.

Die große Differenz zwischen der mittleren und dem maximalen relativen Unsicherheit zeigt den zukünftigen Bedarf für eine genauere Charakterisierung und Quantifizierung der auftretenden Fehler, insbesondere in Hinblick auf deren spektrales Verhalten und den Korrelationen untereinander. Die relative Unsicherheit der Flugleistungsbeschreibung in Bezug auf die als bekannt angenommene Referenzflugleistung liegt für den niedrigen Geschwindigkeitsbereich unterhalb der Größenordnung der angestrebten Genauigkeit von  $0,1..0,01 \text{ m s}^{-1}$  (Kap. 1.5).



**Abb. 5.37: Unsicherheit der relativen Flugleistungsbeschreibung bei den beschriebenen Korrekturen und Randbedingungen als Vertikalgeschwindigkeit**



**Abb. 5.38: Unsicherheit der relativen Flugleistungsbeschreibung bei den beschriebenen Korrekturen und Randbedingungen als Vertikalgeschwindigkeit**

Einflussgröße	Unsicherheit	Bemerkung	Kapitel
I. Flugmasse	$\sigma m = 1,0 \text{ kg}$	Unsicherheit der Massenbestimmung	5.2.3
II. Luftdichte	$\sigma \rho = 0,25 \text{ \%}$	Unsicherheit der Dichtebestimmung	5.2.3
III. Schwerpunktlage	$\sigma x_{SP} = 3,3 \text{ mm}$	Nicht korrigiert	5.2.2
IV. Schiebewinkel	$\sigma \beta = 0,1^\circ$	Unsicherheit der Korrektur nach Gl. 5.24 durch Fehler der Schiebewinkelmessung	5.2.4
V. Stellung der Cockpitlüftung	Kein Einfluss	-	5.2.2
VI. Elastische Verformung	Kein Einfluss	-	5.2.2
VII. Querneigung	Kein Einfluss	Siehe Bewegungsgleichungen	6
VIII. Änderung Fluggeschwindigkeit / Lastvielfaches	$\sigma_{\dot{q}} = 0,1 \cdot \delta c_{W\dot{q}}$	Unsicherheit der Modellierung nach Gl. 5.24	5.2.4
IX. Reynolds-Zahleinfluss	$\sigma Re$	Siehe Anhang A.1.3	5.2.4
X. Windgradienten und Turbulenz	$\sigma_{\text{instat}} = 0,002 c_W / 3$	Annahme aus Abschätzung der instationären Luftkräfte	5.2.1
XI. Austausch kinetischer und potenzieller Energie	Kein Einfluss	Siehe Bewegungsgleichungen	6

**Tab. 5.3: Auflistung der nichtkorrigierten Fehler der relativen Flugleistungsbeschreibung**

### 5.2.6 Zusammenfassung des erweiterten Flugleistungsmodell

Die absolute Flugleistung wird für den Referenzzustand des Segelflugzeugs als eindeutig bekannt angenommen. Die derzeit eingrenzbare Unsicherheit von  $0,05 \text{ m s}^{-1}$  liegt im angestrebten Bereich der Genauigkeit der Vertikalwindmessung von  $0,1..0,01 \text{ m s}^{-1}$  (Kap. 1.5). Das entwickelte Flugleistungsmodell ist ein Ein-Punkt-Modell in den dargelegten Grenzen der atmosphärischen Bewegungen und beschreibt die Abweichungen der Flugleistung vom Referenzzustand. Die weiteren Einflussgrößen auf die Flugleistung können in Skalierungseinflüsse, Einflüsse auf das Verhältnis von Auftrieb zu Widerstand und im Referenzzustand enthaltene Einflüsse unterschieden werden. Aus den Unsicherheiten der relativen Flugleistungsmodellierung bzw. durch Messunsicherheiten ergeben sich im unteren Fluggeschwindigkeitsbereich nichtkorrigierbare bzw. zu vernachlässigende Unsicherheiten in den Sinkgeschwindigkeiten in der Größenordnung von  $10^{-3} \text{ m s}^{-1}$ , summiert zur maximalen relativen Unsicherheit der Flugleistung an der Untergrenze der angestrebten Genauigkeit der Vertikalwindmessung von  $0,1..0,01 \text{ m s}^{-1}$ .

Die Skalierungseinflüsse Flugmasse  $m$  und Luftdichte  $\rho$  sind mit einer Unsicherheit der Sinkgeschwindigkeit im unteren Geschwindigkeitsbereich in der Größenordnung von  $10^{-3} \text{ m s}^{-1}$  hinreichend genau bestimmt (Kap. 5.2.3). Verhältniseinflüsse folgen aus dem  $Re$ -Zahl-Einfluss, dem Schiebewinkel  $\beta$  und der Drehbeschleunigung um die Querachse  $\dot{q}$  (Kap. 5.2.4). Diese Einflüsse verändern den Gesamtwiderstandsbeiwert  $c_w$  des Segelflugzeugs in Verhältnis zum Gesamtauftriebsbeiwert  $c_A$ :

$$c_w = f(c_A, Re_{\text{Referenz}}, Re_{\text{Bezug}}, \beta, \dot{q}) \quad \{5.33\}$$

$$c_w = f(c_A)_{Re_{\text{Referenz}}} + \delta c_{wRe} + \delta c_{w\beta} + \delta c_{w\dot{q}} \quad \{5.34\}$$

Die Größe der Korrekturterme liegt in Summe im einstelligen Prozentbereich des Referenz- $c_w$ -Wertverlaufs. Die Korrektur mit der tatsächlichen Bezugs- $Re$ -Zahl dominiert hierbei gegenüber den in der Praxis mit  $\pm 1^\circ$  kleinen Schiebewinkel. Der resultierende Sinkgeschwindigkeitseinfluss der Flugleistungskorrekturen liegt im unteren Geschwindigkeitsbereich in der Größenordnung bis zu  $0,03 \text{ m s}^{-1}$ , also in der Größenordnung der angestrebten Genauigkeit der segelfluggestützten Vertikalwindmessung von  $0,1..0,01 \text{ m s}^{-1}$  nach Kap. 1.5 und der Unsicherheit der absoluten Flugleistung. Unter Berücksichtigung von Unsicherheiten bei der Korrektur von Einflüssen resultiert eine maximale relative Unsicherheit der Flugleistung im Arbeitsbereich bis etwa  $0,01 \text{ m s}^{-1}$ .

Die charakteristischen Schwingungen im Vertikalwind der in Kap. 4.2 angewandten segelflugleistungs-basierten Vertikalwindmessungen sind nicht auf Vereinfachungen der Flugleistungsmodellierung zurückzuführen.

#### Grenzen der relativen Flugleistungsmodellierung

Die Korrektur des Widerstandsbeiwertes ist in den Grenzen der Unsicherheiten der gemessenen und modellierten Einflüsse auf die Flugleistung gültig. In Anbetracht der begrenzten Verfügbarkeit von Messungen und der daraus folgenden linearisierten

Beschreibungen sind die vorgestellten Korrekturen prototypisch zu verstehen und für jedes verwendete Segelflugzeug zu ermitteln. Abhängigkeiten der Korrekturterme untereinander sind nicht berücksichtigt. Bedingt durch den begrenzten Messungsumfang ist zum Beispiel die zu vermutenden Abhängigkeit der schiefbewinkelbedingten Widerstandsänderung von der Re-Zahl nicht ermittelbar.

Neben den zu erwartenden Einflüssen der Re-Zahl und des Schiefbewinkels auf die Flugleistung von Segelflugzeugen zeigen sich bei der DG-300/17 bei beiden Einflussgrößen Re-Zahl und Schiefbewinkel bislang nicht erklärte Effekte, die im Grundsatz diese Segelflugzeugexemplar als unvorteilhaft für den Zweck der segelfluggestützten Windmessung herausstellen. Das hergeleitete Modell für die Re-Zahl-Widerstandsbeiwertkorrektur  $\delta c_{w,Re}$  und die Schiefbewinkel- Widerstandsbeiwertkorrektur  $\delta c_{w,\beta}$  ist für die DG-300/17 auf den  $c_A$ -Bereich von 1,0 bis 0,5 (ca. CAS = 85..120 km h<sup>-1</sup> bei m = 420 kg) begrenzt anzuwenden, was für die in Kap. 3.2 beschriebenen Flugversuche ausreichend ist. Nicht abschließend ist bislang der Einfluss der instationären Luftkräfte beschrieben.

Die in Kap. 5.2.1 erarbeiteten zulässigen Turbulenzintensitätsparameter (Tab. 5.2) und die Gültigkeit des Modells sind als Randbedingungen zu verstehen, bei deren Überschreitung die Unsicherheiten der Messung zunehmen. Innerhalb dieser Grenzen verbleiben neben den korrigierten Einflüssen die nicht beobachtbaren und damit nicht korrigierbaren Unsicherheiten.



## 6 Herleitung und Anwendung der Bewegungsgleichungen

Die Bewegungsgleichungen setzen charakteristischen Größen der Bewegung eines Luftfahrzeugs gegenüber der Erde und der Luft in Zusammenhang. Hierfür wird in der Literatur als Ausgangspunkt das Luftfahrzeug als starr angenommen, womit dessen Bewegung als Massenpunkt mit sechs Freiheitsgraden angesetzt werden kann. Die vereinfachende Annahme eines starren Flugzeuges und verschiedene nachfolgend genannte, übliche Vereinfachungen bei der Aufstellung der Bewegungsgleichung werden in Anbetracht der hier vorliegenden Aufgabe bewertet und das zu lösende Gleichungssystem zusammengefasst.

### 6.1 Herleitung der Bewegungsgleichungen unter vereinfachenden Annahmen

Nach Abzug und Larrabee (1997) wurden die Bewegungsgleichungen für Flugzeuge als starrer Körper im Flug mit sechs Freiheitsgraden bereits 1911 von *G.H. Bryan* ähnlich ihrer heute gebräuchlichen, grundlegenden Form aufgestellt, basierend auf dem zweiten Newton'schen Axiom. Die Herleitung der nichtlinearen Bewegungsgleichungen ist z.B. in Etkin (1972) und Brockhaus et al. (2011) umfassend erläutert. Diese wird nachfolgend kurz abgehandelt und an die Fragestellung in dieser Arbeit angepasst. Folgende Schritte werden nachfolgend dargestellt:

- Impulsänderungssatz
- Bewegungsdifferentialgleichungssystem unter vereinfachenden Annahmen
- Entkopplung von Längs- und Seitenbewegung
- Bewegungsgleichung in der Windmessgleichung
- Bestimmung des Luftkraftvektors  $\bar{R}^A$
- Diskussion der Lösung

#### 6.1.1 Impulsänderungssatz

Im Schwerpunkt sind Massenkräfte und -momente und die aerodynamischen Kräfte und Momente vektoriell im Gleichgewicht, womit für die Impulsänderung gilt (*Brockhaus et al., 2011*):

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = m \frac{d\bar{V}_i}{dt} = \bar{R}^A + \bar{G} \quad (\text{Impulsänderungssatz}) \quad \{6.1\}$$

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \underline{T} \frac{d\bar{\Omega}_i}{dt} = \bar{Q}^A \quad (\text{Drehimpulsänderungssatz}) \quad \{6.2\}$$

mit

$$\bar{p} \text{ – Impuls, } \bar{p} = m \cdot \bar{V}_i \quad \{6.3\}$$

$\bar{V}_i$  – Geschwindigkeitsvektor im Inertialsystem

$m$  – Masse

$\bar{\mathbf{R}}^A$  – Resultierende Luftkraftvektor

$\bar{\mathbf{G}}$  – Gewichtskraftvektor

$\bar{\mathbf{L}}$  – Drehimpulsvektor,  $\bar{\mathbf{L}} = \underline{\mathbf{T}} \cdot \bar{\boldsymbol{\Omega}}_i$

$\underline{\mathbf{T}}$  – Trägheitstensor

$\bar{\boldsymbol{\Omega}}_i$  – Drehgeschwindigkeitsvektor im Inertialsystem

$\bar{\mathbf{Q}}^A$  – Luftkraftmomentenvektor

In den Gln. 6.1 und 6.2 sind die Masse bzw. der Trägheitstensor bereits vereinfachend als konstant angenommen. Aus dem Impuls- und dem Drehimpulsänderungssatz folgen:

- (1) Vektordifferentialgleichung für die Translationsgeschwindigkeit
- (2) Vektordifferentialgleichung für die Drehgeschwindigkeit
- (3) Vektordifferentialgleichung für die Position
- (4) Vektordifferentialgleichung für die Lagewinkel

Daraus folgt ein System aus 12 nichtlinearen Differentialgleichungen erster Ordnung bzw. aus vier Vektordifferentialgleichungen erster Ordnung.

### 6.1.2 Bewegungsdifferentialgleichungssystem unter vereinfachenden Annahmen

Folgende vereinfachende Annahmen werden z.B. von Hafer und Sachs (1963); Etkin (1972); Brockhaus et al. (2011) für das Aufstellen des Differentialgleichungssystems getroffen (triebwerksbezogene Aspekte werden in dieser Arbeit ausgeklammert):

- i. Die Erde wird als eben und ruhend angenommen, somit Vernachlässigung von Kräften bzw. Beschleunigungen aus der Bewegung gegenüber der Erde und aus der Erdrotation.
- ii. Das Flugzeug wird als starr angenommen.
- iii. Flugzeugmasse, Schwerpunkt und Trägheitstensor sind konstant.
- iv. Schwerpunkt ist gleich dem Massenmittelpunkt (Etkin, 1996).
- v. Das Flugzeug ist in der  $x_F$ - $z_F$ -Ebene symmetrisch, somit verschwinden Deviationsmomente  $I_{xy}$  und  $I_{yz}$ .
- vi. Ein-Punkt-Modell für Luftkräfte und -momente sowie Massenkräfte und -momente
- vii. Quasistationäre Aerodynamik
- viii. Kein aerodynamischer Bodeneffekt
- ix. Keine Kopplung zwischen Längs- und Seitenbewegung.
- x. Feste Ruder

Weitere getroffene, jedoch zumeist nicht benannte Vereinfachungen lauten:

- xi. Die Schwerkraft wirkt in z-Richtung des erdfesten Koordinatensystems und ist konstant
- xii. Die Luftdichte am Ort des Flugzeugs wird als gradientenfrei angenommen
- xiii. Druck-, Temperatur- und Dichteverlauf in der Atmosphäre sind zeitinvariant

Die Kräfte und Momente wirken in unterschiedliche Richtungen und werden aufgrund ihrer physikalischen Natur in unterschiedlichen Koordinatensystemen beschrieben. Die Wahl des gemeinsamen Koordinatensystems erfolgt je nach Verwendungszweck so, dass die Gleichungen mathematisch einfach sind (z.B. konstanter Trägheitstensor), die zur Transformation benötigten Winkel direkt messbar sind, die Gleichungen anschaulich gedeutet werden können oder numerisch gut zu handhaben sind (Hafer und Sachs, 1963; Brockhaus et al., 2011).

Die Vektordifferentialgleichung für die Flugbahn stellt den Bezug zur Position im erdfesten Koordinatensystem her, die Vektordifferentialgleichung für die Lagewinkel gibt den Bezug zwischen dem flugzeugfesten und dem erdfesten Koordinatensystem wieder (Brockhaus et al., 2011):

#### Vektordifferentialgleichung für die Flugbahn

$$\frac{d\vec{s}_g}{dt} = \vec{V}_{Kg} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}_g = \begin{bmatrix} u_K \\ v_K \\ w_K \end{bmatrix}_g = \underline{M}_{gk} V_K \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \chi \\ \cos \gamma \sin \chi \\ -\sin \gamma \end{bmatrix} V_K \quad \{6.4\}$$

#### Vektordifferentialgleichung für die Lagewinkel

$$\frac{d\vec{\Phi}}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} = \underline{M}_{\Phi f} \vec{\Omega}_{Kf} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \Phi \tan \Theta & \cos \Phi \tan \Theta \\ 0 & \cos \Phi & -\sin \Phi \\ 0 & \sin \Phi / \cos \Theta & \cos \Phi / \cos \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_K \\ q_K \\ r_K \end{bmatrix}_f \quad \{6.5\}$$

Die Gln. 6.4 und 6.5 für Flugbahn und Lagewinkel sind – unter Aufhebung einiger der oben genannten Vereinfachungen – zentraler Bestandteil der *Integrierten Navigation*, also der Verknüpfung der inertialen Messdaten und komplementärer Informationen (z.B. aus GNSS) zu einer gestützten Trägheitsortung (z.B. Jacob, 1992; Chatfield, 1997; Grewal et al., 2007). Diese Größen stellen für die hier vorliegende Aufgabe Messgrößen dar und werden nicht weiter behandelt.

Die Vektordifferentialgleichungen für die Translations- und Drehgeschwindigkeit werden nach Brockhaus et al. (2011) z.B. im flugzeugfesten Koordinatensystem formuliert:

#### Vektordifferentialgleichung für Translationsgeschwindigkeit

$$\left( \frac{d\vec{V}_K}{dt} \right)_f = \begin{bmatrix} \dot{u}_K \\ \dot{v}_K \\ \dot{w}_K \end{bmatrix}_f = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} X^A \\ Y^A \\ Z^A \end{bmatrix}_f + \begin{bmatrix} -\sin \Theta \\ \sin \Phi \cos \Theta \\ \cos \Phi \cos \Theta \end{bmatrix} g - \underbrace{\begin{bmatrix} q_K w_K - r_K v_K \\ q_K w_K - r_K v_K \\ q_K w_K - r_K v_K \end{bmatrix}_f}_{\text{Eulerterme}} \quad \{6.6\}$$

#### Vektordifferentialgleichung für Drehgeschwindigkeit

$$\left( \frac{d\vec{\Omega}_K}{dt} \right)_f = \begin{bmatrix} \dot{p}_K \\ \dot{q}_K \\ \dot{r}_K \end{bmatrix}_f = \begin{bmatrix} I_x & 0 & -I_{zx} \\ 0 & I_y & 0 \\ -I_{zx} & 0 & I_z \end{bmatrix}_f^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} L^A \\ M^A \\ N^A \end{bmatrix}_f - \begin{bmatrix} q_K r_K (I_z - I_y) - p_K q_K I_{zx} \\ r_K p_K (I_x - I_z) + (p_K^2 - r_K^2) I_{zx} \\ p_K q_K (I_y - I_x) + q_K r_K I_{zx} \end{bmatrix} \right\} \quad \{6.7\}$$

### 6.1.3 Entkopplung von Längs- und Seitenbewegung

Die als bekannt angenommene Flugleistung des Segelflugzeugs erscheint in Gl. 6.6 durch das bekannte Verhältnis der Luftkraft  $X_a^A = -W$  zu  $Z_a^A = -A$ . Die resultierende Luftkraft  $\bar{R}^A$  lautet (DIN 9300, 1990):

$$\bar{R}_a^A = \begin{bmatrix} X_a^A \\ Y_a^A \\ Z_a^A \end{bmatrix}_a = \begin{bmatrix} -W \\ Q \\ -A \end{bmatrix} \quad \{6.8\}$$

Die Kopplung der Seitenkraft  $Y^A$  mit den Auftrieb  $A (= -Z_a^A)$  wird aufgrund der kleinen auftretenden Schiebewinkel vernachlässigt und mit Änderungen des Widerstandes  $W (= -X_a^A)$  aufgrund von Schiebewinkeln in Kap. 5.2.4 behandelt. Die entkoppelte Seitenkraft wird in den Gleichungen zugelassen und mit Gl. 6.9 diskutiert.

Die zweite Zeile in Gl. 6.7 beschreibt den Momentenhaushalt um die Querachse (Längsmomentenhaushalt), dessen aerodynamische Beiträge der einzelnen Flugzeugbaugruppen nur ungenau bekannt sind. Da Änderungen der Fluggeschwindigkeit und des Lastvielfachen charakteristisch für die Längsbewegung eines Segelflugzeugs sind und auf Änderungen bzw. Störungen im Längsmomentenhaushalt zurückzuführen sind, wurde in Kap. 5.2.4 der Einfluss von Drehbeschleunigungen ( $\dot{q} \neq 0$ ) auf die Flugleistung abgeschätzt und als sehr klein bewertet (Gl. 5.21f und Abb. 5.25). Die aerodynamischen Momente  $N^A$  und  $L^A$  sind ebenfalls nicht Bestandteil der in Kap. 0 begründeten Beschreibung der relativen Flugleistung von Segelflugzeugen, weil deren Änderungen unter den hier angenommenen atmosphärischen Randbedingungen sehr klein sind und praktisch nicht beobachtet werden können. Die Vektordifferentialgleichung für die Drehgeschwindigkeit (Gl. 6.7) wird somit nachfolgend nicht einbezogen.

Die in Kap. 1.4 genannten Randbedingungen zum angestrebten Flugzustand und zur Atmosphäre, sowie die nominell symmetrische Gestaltung von Segelflugzeugen rechtfertigen die Annahme, dass keine Kopplung zwischen Längs- und Seitenbewegung auftritt (viii.). Aus den Gln. 6.6 und 6.8 folgt damit für die Längsbewegung im Bahnachsenkoordinatensystem:

$$\begin{bmatrix} m\dot{V}_K \\ \dot{X}V_K \cos \gamma \\ mV_K \dot{\gamma} \end{bmatrix}_k = \underline{M}_{ka} \begin{bmatrix} -W \\ Q \\ -A \end{bmatrix}_a + \begin{bmatrix} -\sin \gamma \\ 0 \\ \cos \gamma \end{bmatrix} m \cdot g \quad \{6.9\}$$

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, dass eine zu Null gesetzte Querkraft  $Q$  für reale fehlerbehaftete Messwerte zu einer Überbestimmtheit der Vektorgleichung führt. Vielmehr kann  $Q$  hier als Messergebnis gesehen werden und zur Plausibilitätsüberprüfung eingesetzt werden. Gleichung 6.9 wird in der folgenden Form weiterverwendet:

$$m \cdot \left( \frac{d\bar{V}_K}{dt} - \underline{M}_{kg} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \right) = \underline{M}_{ka} \begin{bmatrix} -W \\ Q \\ -A \end{bmatrix} \quad \{6.10\}$$

### 6.1.4 Bewegungsvektorgleichung in der Windmessgleichung

Gemäß der Forschungshypothese (Kap. 1.5) wird die Segelflugzeugbewegung zur Windmessung verwendet. Hierzu ist die Bewegungsvektorgleichung 6.9/6.10 in die Windmessgleichung 4.8 zu integrieren. Analog zur resultierenden Luftkraft  $\bar{R}^A$  werden Gewichtskraft und Trägheitskräfte zu einer resultierenden Massenkraft  $\bar{R}^m$  zusammengefasst:

$$m \cdot \left( \frac{d\bar{v}_k}{dt} - \underline{M}_{kg} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \right) = \bar{R}_k^m = \underline{M}_{ka} \bar{R}_a^A \quad \{6.11\}$$

Die Transformationsmatrix  $\underline{M}_{ka}$  kann zum einen unter Nutzung der für die *direkte in-situ Vektordifferenz-Windmessung* bestimmten Winkel ermittelt werden:

$$\underline{M}_{ka} = \underline{M}_{kg} \underline{M}_{gf} \underline{M}_{fa} = f(\chi, \gamma, \Phi, \Theta, \Psi, \alpha, \beta) \quad \{6.12\}$$

Ist der Luftkraftvektor  $\bar{R}_a^A$  bekannt, dann kann über den damit ebenfalls bekannten Gesamtauftriebsbeiwert nach Gl. 5.18 der Anstellwinkel bestimmt werden. Die Bestandteile dieser Gleichung müssen hierfür hinreichend genau bekannt sein.

Alternativ zur Lösung der Transformation  $\underline{M}_{ka}$  nach Gl. 6.12 stellt Brockhaus (1985) eine auf drei Winkel reduzierte Transformation vor:

$$\underline{M}_{ka} = f(\alpha_W, \beta_W, \mu_W) \quad \{6.13\}$$

mit  $\alpha_W$  – Windanstellwinkel,  $\beta_W$  – Windschiebewinkel,  $\mu_W$  – Windquerneigungswinkel.

$$\underline{M}_{ka} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_W \cos \beta_W & \cos \alpha_W \sin \beta_W & \sin \alpha_W \\ -\sin \beta_W \cos \mu_W & \cos \beta_W \cos \mu_W & -\cos \alpha_W \sin \mu_W \\ +\sin \alpha_W \cos \beta_W \sin \mu_W & +\sin \alpha_W \sin \beta_W \sin \mu_W & \\ -\sin \beta_W \sin \mu_W & \cos \beta_W \sin \mu_W & \\ -\sin \alpha_W \cos \beta_W \cos \mu_W & -\sin \alpha_W \sin \beta_W \cos \mu_W & \cos \alpha_W \cos \mu_W \end{bmatrix} \quad \{6.14\}$$

Die Winkel  $\alpha_W, \beta_W, \mu_W$  der Matrix  $\underline{M}_{ka}$  können nicht direkt gemessen werden und sind deshalb zu berechnen. Werden die Vektoren  $\bar{R}^A$  und  $\bar{R}^m$  in Gl. 6.11 als bekannt angenommen, dann lässt sich die Struktur von Gl. 6.11 wie folgt schreiben:

$$\bar{y}_k = \underline{M}_{ka} \bar{x}_a \quad \{6.15\}$$

Die Matrix  $\underline{M}_{ka}$  ist mit dieser Gleichung jedoch nicht vollständig bestimmbar. Während die Abbildung eines Vektors mittels bekannter Drehmatrix auf einen eindeutigen Zielvektor führt, kann aus dem Ursprungsvektor  $\bar{x}_a$  und dem abgebildeten Vektor  $\bar{y}_k$  nicht eindeutig auf die Drehmatrix  $\underline{M}_{ka}$  geschlossen werden. Da zwischen zwei Vektoren lediglich eine Winkelinformation vorliegt – die Vektorlänge ändert sich bei der rotatorischen Abbildung nicht – ist diese Gleichung zweifach unterbestimmt, d.h. es sind zwei Winkel anderweitig zu

bestimmen. Dieses Vorgehen ist mit der Arbeitshypothese dahingehend kongruent, dass die Nutzung der Flugleistung des Segelflugzeugs lediglich die Beobachtung einer Windkomponente beeinflusst. Die für die Vertikalwindbestimmung unter Nutzung der Flugleistung eines Segelflugzeugs relevante Größe ist der Windanstellwinkel  $\alpha_W$  (Abb. 6.2 und Abb. 6.4), sodass die beiden Winkel  $\beta_W$  und  $\mu_W$  durch Auflösung der Transformation 6.12 ermittelt werden.

Sind die drei Winkel der Transformation  $\underline{M}_{ka}$  nach Gl. 6.12 oder 6.13/6.14 bestimmt, dann kann die Vektordifferenz-Windmessgleichung (Gl. 4.8)

$$\bar{V}_{Wg} = \underline{M}_{gk} \bar{V}_K - \underline{M}_{gf} \underline{M}_{fa} \bar{V} \quad \{6.16=4.8\}$$

mittels  $\underline{M}_{ka}$  umformuliert werden:

$$\bar{V}_{Wg} = \underline{M}_{gk} (\bar{V}_K - \underline{M}_{ka} \bar{V}) \quad \{6.17\}$$

beziehungsweise

$$\bar{V}_{Wg} = \underline{M}_{gk} \bar{V}_K - \underline{M}_{gk} \underline{M}_{ka} \bar{V} \quad \{6.18\}$$

Im Vergleich der Gln. 4.8/6.16 und 6.18 ist zu erkennen, dass die Verwendung der Flugleistung des Segelflugzeugs in die alternative Richtungszuordnung des Flugwindvektors  $\bar{V}$  eingeht, was einem alternativen Transformationspfad zwischen aerodynamischem und geodätischem Koordinatensystem entspricht (vgl. Abb. A.57). Durch das zuvor erläuterte Vorgehen bei der Bestimmung der Winkel in der Drehmatrix  $\underline{M}_{ka}$  nach Gl. 6.13/6.14, unterscheiden sich die Gln. 4.8/6.16 und 6.18 für den Flug mit einer Querneigung von Null nur in der z-Komponente der Vektorgleichung und im allgemeinen Fall des realen quasistationären Geradeausflugs primär in diese Richtung.

Der Massenkraftvektor  $\bar{R}^m$  wird mittels IMU-GNSS-Kopplung bestimmt und liegt als Messgröße in dieser Arbeit vor ( $\bar{R}_g^m$ ). Für die Nutzung der Flugleistung des Segelflugzeugs für die Windmessung ist der Luftkraftvektor  $\bar{R}^A$  geeignet zu bestimmen (Kap. 6.1.5). Die in Gl. 4.8/6.16 verwendeten Winkel werden dem gezeigten Weg nach auch in Gl. 6.18 benötigt. Es ist nachfolgend zu zeigen, dass durch die unterschiedliche Verwendung derselben Messgrößen ein Genauigkeitsvorteil entsteht (Kap. 6.1.6).

### 6.1.5 Bestimmung des Luftkraftvektors $\bar{R}^A$

Das Verhältnis von Auftrieb zu Widerstand wird als Flugleistung bezeichnet und als bekannt angenommen (Kap. 0). Zur Bestimmung des Luftkraftvektors  $\bar{R}^A$  gemäß Gl. 6.8 muss bei gegebener Flugleistung entweder der Widerstand  $W$  oder der Auftrieb  $A$  bekannt sein. Da nur die Zuordnung des Widerstandes zum Auftrieb in einem größeren Betriebsbereich eindeutig ist (Abb. 5.3) und der Auftrieb gegenüber dem Widerstand groß ist, wird vorteilhafterweise der Auftrieb bestimmt. Hierzu sind zwei mögliche Wege nachfolgend dargestellt. Zuvor wird das Lastvielfache als flugmechanisch gebräuchliche normierte Beschleunigung eingeführt:

Die Normierung einer angreifenden Kraft  $\bar{R}$  auf die Flugmasse und die lokale Gravitation wird als Lastvielfaches bezeichnet und kann sowohl als Vektor als auch in Komponenten ausgedrückt werden. Abweichend zur DIN9300 (1990) wird hochgestellt das Koordinatensystem und ggf. die Komponenten der physikalischen Natur angegeben und tiefgestellt das Koordinatensystem in dem die Werte aktuell angegeben sind.

$$\frac{\bar{R}^A}{m \cdot g} = \bar{n}^a = \begin{bmatrix} n^{ax} \\ n^{ay} \\ n^{az} \end{bmatrix} \quad \{6.19\}$$

$$\frac{\bar{R}^m}{m \cdot g} = \bar{n}^m = \begin{bmatrix} n^{mx} \\ n^{my} \\ n^{mz} \end{bmatrix} \quad \{6.20\}$$

#### a) Luftkraftbestimmung mittels Anstellwinkelmessung

Der Auftrieb kann unabhängig von den kinematischen Beschleunigungen mit dem gemessenen Anstellwinkel und der gemessenen und kalibrierten Fluggeschwindigkeit bestimmt werden. Hierzu ist Gl. 5.14 nach dem Anstellwinkel aufzulösen, was eine genaue Kenntnis der Koeffizienten und Messgrößen erfordert. Vereinfachend wird der Auftriebsanstieg  $C_{A\alpha}$  oft als konstant angenommen (Thomas, 1984) angenommen, ist hingegen praktisch vom Auftriebsbeiwert, der Flugmasse, Schwerpunktlage und Re-Zahl abhängig:

$$C_{A\alpha} = f(c_A, m, x_{SP}, Re) \quad \{6.21\}$$

Der Auftriebsanstieg kann zwar theoretisch abgeschätzt werden, ist jedoch genauer am realen Flugzeug im Flugversuch zu bestimmen (Anhang A.2.5). Die Einflüsse von  $C_{A0}$  (Auftriebsbeiwert bei Nullanstellwinkel) und  $C_{A\eta}$  (Auftriebsbeiwert infolge Höhenruderausschlag) sind in einer Flugkalibrierung enthalten. Die Anteile von  $C_{Aq}$  und  $C_{A\dot{\alpha}}$  werden mit der Annahmen quasi-stationärer Zustände vernachlässigt (Kap. 5.2.1). Somit folgt in Rahmen der vorliegenden Fragestellung:

$$c_A = C_{A\alpha, \text{kalibriert}} | \alpha_{\text{gemessen}} \cdot \alpha_{\text{gemessen}} \quad \{6.22\}$$

Der Einfluss des Schiebewinkels auf den Auftriebsanstieg wird wegen des geringen Einflusses bei kleinen Schiebewinkeln vernachlässigt. Mit Gl. 5.5 wird der ermittelte Auftriebsbeiwert in den Auftrieb umgerechnet, mit Gl. 5.34 der zugehörige Widerstand und somit der resultierende Luftkraftvektor  $\bar{R}_a^A$  bestimmt werden. Mit dem Luftkraftvektor  $\bar{R}_a^A$  wird dann nach Gl. 6.15 der Windanstellwinkel  $\alpha_w$  ermittelt. Die Bestimmung des aerodynamischen Lastvielfachen  $\bar{n}^a$  erfolgt unabhängig der kinematischen Beschleunigungen über die Normierung des Auftriebs und des Widerstandes (Gl. 6.19):

$$\bar{n}_a^a = \frac{1}{m \cdot g} \begin{bmatrix} -W \\ 0 \\ -A \end{bmatrix} \quad \{6.23\}$$

Ein Fehler der Luftkraftbestimmung mittels Anstellwinkelmessung kann anhand der Forderung

$$|\bar{R}^m| = |\bar{R}^A| \quad \{6.24\}$$

nach Gl. 6.11 geprüft werden.

b) Luftkraftbestimmung über kinematische Beschleunigungen

Das als gemessen anzunehmende Lastvielfache im geodätischen oder kinematischen Koordinatensystem  $\bar{n}_g^m$  bzw.  $\bar{n}_k^m$  (Gl. 6.20) kann in das aerodynamische Koordinatensystem transformiert werden:

$$\bar{n}_a^a = \begin{bmatrix} n^{ax} \\ n^{ay} \\ n^{az} \end{bmatrix}_a = \underline{M}_{ag} \bar{n}_g^m = \underline{M}_{ak} \bar{n}_k^m \quad \{6.25\}$$

Die Bestimmung der Matrix  $\underline{M}_{ka}$  entspricht dem in Kap. 6.1.4 diskutierten Vorgehen

Mit Gl. 6.24 und 6.19 kann der Betrag des Luftkraftvektors bestimmt werden:

$$|\bar{R}^A| = m \cdot g \cdot |\bar{n}_g^a| \quad \{6.26\}$$

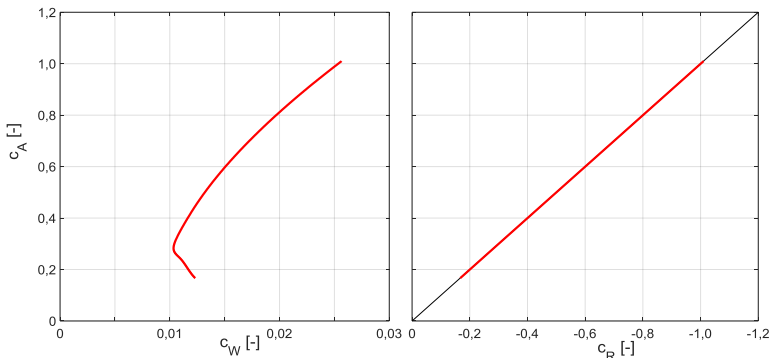
Mittels der gemessenen und kalibrierten Fluggeschwindigkeit und der gemessenen Luftdichte kann entsprechend Gl. 5.5 ein Luftkraftbeiwert  $c_R$  berechnet werden:

$$c_R = \frac{|\bar{R}^A|}{q_c \cdot S} = \frac{2 \cdot |\bar{R}^A|}{\rho \cdot V^2 \cdot S} \quad \{6.27\}$$

Da Auftrieb und Widerstand per Definition senkrecht aufeinander stehen, kann nach Gl. 5.3 die bekannte Flugleistung des Segelflugszeugs in eine  $c_A$ - $c_R$ -Darstellung überführt werden:

$$c_R = -\sqrt{c_A^2 + c_W^2} \quad \{6.28\}$$

Weil der Widerstand sehr klein gegenüber dem Auftrieb ist, erscheint der Luftkraftbeiwert in Abb. 6.1 nahezu identisch zum Auftriebsbeiwert. Über die damit eindeutige Ermittlung des Auftriebsbeiwertes  $c_A$  und der Zuordnung des Widerstandsbeiwertes  $c_W$  kann der Luftkraftvektor  $\bar{R}_a^A$  eindeutig bestimmt werden.



**Abb. 6.1: Veranschaulichung der Größenverhältnisse von  $c_A$ ,  $c_W$  und  $c_R$  für die DG-300/17**



In der Literatur wird für quasistationäre Flugzustände nahe dem horizontalen Geradeausflug wird häufig vereinfachend angenommen:

$$n^{kz} \equiv n^{fz} \equiv n^{az} \quad \{6.29\}$$

Schürmann (1980) verwendet einen Ansatz unter Verwendung des flugzeugfesten Lastvielfachen, des Anstellwinkels und der Flugleistung:

$$n^{az} = \frac{n^{fz}}{\cos \alpha + \frac{c_W}{c_A} \sin \alpha} \quad \{6.30\}$$

Wende (2003) nutzt neben dem der Flugleistung gemäß Gl. 5.4 gleichgesetzten Flugwindneigungswinkel  $\gamma_a$  und der Fluggeschwindigkeit  $V$  im aerodynamischen Koordinatensystem, mit der Gravitation  $g$  und der Querneigung  $\Phi$  zwei Größen im geodätischen Koordinatensystem:

$$n^{az} = \left( \frac{V \dot{\gamma}_a}{g} + \cos \gamma_a \right) \frac{1}{\cos \Phi} \quad \{6.31\}$$

#### 6.1.6 Diskussion und anschauliche Deutung der Lösung

Zunächst werden für die Vertikalebene und die Horizontalebene die Geschwindigkeits-Winkel- und Kräftebeziehungen in den Abb. 6.2 und 6.3 mit der Annahme stationärer Bewegung im geodätischen Koordinatensystem ( $d\bar{V}_K/dt = \bar{0}$ ) und den jeweiligen Bedingungen für die ebenen Sonderfälle veranschaulicht. Diese Darstellungen sind verbreitet zu finden (z.B. Hahn, 1988; Heintsch, 1994; Brockhaus et al., 2011).

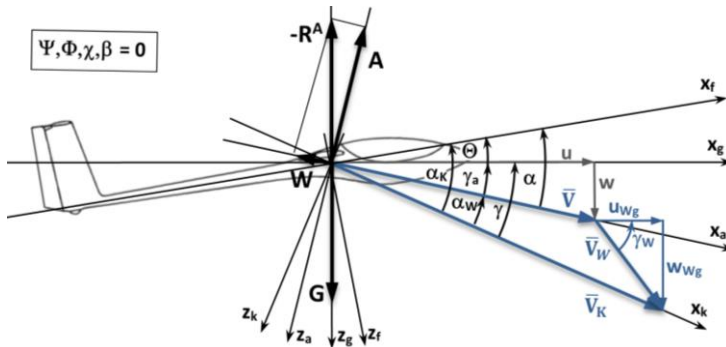
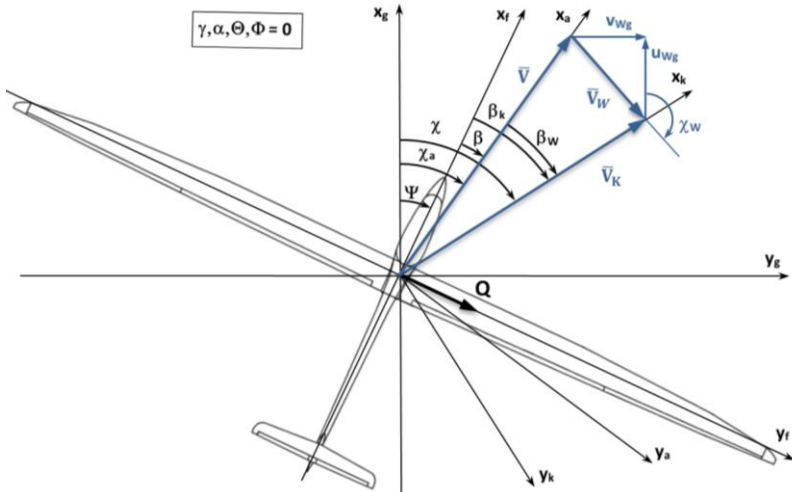


Abb. 6.2: Veranschaulichung Längsbewegungsbeziehungen

Anmerkung: In dieser Arbeit werden die Vertikalschnittdarstellungen (Abb. 6.2, Abb. 6.4 und Abb. A.7) gegenüber den zuvor genannten Quellen um  $180^\circ$  um die  $z_g$ -Achse gedreht abgebildet. Dies entspricht dem Vorgehen in Wende (2003) und ist ebenfalls zu Thomas (1984) bzw. Abb. 5.1 kompatibel. Vorteilhaft ist die intuitivere Verknüpfung der Kräfte- und Winkelbeziehungen mit der Darstellung von Zustandsgrößen über der Zeit. Zu beachten ist, dass die eingetragenen Winkel in den zugrundeliegenden orthogonalen Rechtssystemen sämtlich positiv in Uhrzeigerrichtung definiert sind, was sich in hier gewählten Perspektive umgekehrt zeigt.



**Abb. 6.3: Veranschaulichung Seitenbewegungsbeziehungen**

Der allgemeine Fall nichtstationärer Bewegung im geodätischen Koordinatensystem ( $d\bar{V}_K/dt \neq 0$ ) wird nun mit einigen Annahmen in der Vertikalebene dargestellt: Zu den angreifenden Kräften in Abb. 6.2 treten zwei Trägheitskräfte hinzu (Gl. 6.9). Zur Einordnung der Richtung des resultierenden Massenkraftvektors  $\bar{R}^m$  wird ein weiteres Koordinatensystem im Schwerpunkt des Flugzeugs angenommen. Es ist so ausgerichtet, dass die positive z-Achse in Richtung des Massenkraftvektors  $\bar{R}^m$  zeigt. Weil dies der Richtung des Scheinlotes entspricht, wird es in dieser Arbeit als *Scheinlotkoordinatensystem* bezeichnet und alle hinzugefügten Achsen und Winkel mit dem Index *SL* gekennzeichnet.

$$\bar{R}_{SL}^m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R^m \end{bmatrix}_{SL} \quad \{6.32\}$$

Auf eine vollständige Definition dieses Koordinatensystems im Sinne der DIN9300 (1990), wird hier verzichtet. Zwar lassen sich Winkel und Transformationsfolgen aufstellen, jedoch ist bereits die zutreffende Zuordnung der für die Koordinatensysteme verwendeten Formelzeichen unbefriedigend. Dies ist auf eine geschwindigkeitsvektorenorientierte Konvention in der DIN9300 (1990) zurückzuführen, die mit denselben Termini eine Kraftvektorenbeschreibung unzutreffend macht. Für die nachfolgenden Berechnungen wird das Scheinlotkoordinatensystem nicht benötigt, sondern dient nur der Anschauung.

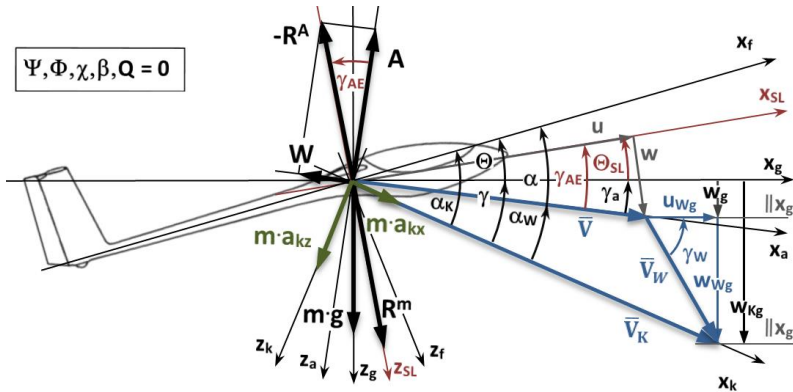
Die Abb. 6.4 zeigt die Lage des Scheinlotkoordinatensystems im Vertikalschnitt für einen ebenen Sonderfall. Es ist um den Scheinlotlängsneigungswinkel  $\Theta_{SL}$  gegenüber dem geodätischen Koordinatensystem in der  $x_a$ - $z_a$ -Ebene gedreht. Mit der Forderung  $\bar{R}^A = \bar{R}^m$  (Gl. 6.11) folgt, dass im allgemeinen Fall der Luftkraftvektor  $\bar{R}^A$  nicht auf die  $z_g$ -Achse bezogen ist, sondern auf die  $z_{SL}$ -Achse. Hieraus folgt unmittelbar, dass der Flugwind-

neigungswinkel  $\gamma_a$  im allgemeinen Fall nicht wie in Gl. 5.4 formuliert und in Abb. 5.1 illustriert die Flugleistung repräsentiert. Im allgemeinen Fall  $d\bar{V}_K/dt \neq 0$  folgt aus Gl. 5.4:

$$\cot \gamma_a \neq \cot \gamma_{AE} = E = \frac{A}{W} = \frac{u}{w} \quad \{6.33\}$$

mit

$\gamma_{AE}$  – Aerodynamischer Gleitwinkel



**Abb. 6.4: Veranschaulichung Sonderfall ebener Vertikalschnitt**

Der Flugwindneigungswinkel  $\gamma_a$  ist ein Winkel der rotatorischen Transformationsabfolge vom geodätischen in das aerodynamische Koordinatensystem und nicht an die Flugleistung des Segelflugezeugs gebunden. Der hier mit  $\gamma_{AE}$  bezeichnet Winkel bildet hingegen die Flugleistung des Segelflugezeugs ab. Dieser Unterschied ist wesentlich. Bereits Oosteroom (1954) und Bonneau (1954) weisen darauf hin, dass die Flugleistung auf das Scheinlot zu beziehen ist, jedoch im Kontext von nichtstationären Manövern zur Flugleistungs-vermessung, wie z.B. in Quellmann (1983) und Albat (1992) behandelt. Mit dem Stand der heutigen Messtechnik zeigt sich, dass das Scheinlot gemäß Abb. 6.4 auch beim realen quasistationären Geradeausflug zu berücksichtigen ist (Kap. 7.2).

*Anmerkung: Die Indizierung und Bezeichnung des Winkels  $\gamma_{AE}$  ist unbefriedigend, weil der Index „a“ bereits für das „aerodynamische Koordinatensystem“ verwendet wird. Der durch die Luftkräfte beschriebene Winkel  $\gamma_{AE}$  bedarf jedoch zutreffenderweise des Attributs „aerodynamisch“. Der Begriff „aerodynamischer Gleitwinkel“ wird der Anschaulichkeit halber verwendet.*

### **Konzeptionelle Unsicherheitsbetrachtung**

Für den in Abb. 6.4 dargestellten Sonderfall des ebenen Vertikalschnitts folgt für die Vertikalwindgeschwindigkeit der Vektordifferenz-Windmessung nach den Gln. 4.8/6.16 und A.3.16:

$$w_{Wg} \approx w_{Kg} - V_{TAS} \cdot \sin(\alpha - \Theta) \quad \{6.34\}$$

Aus Gl. 6.18 folgt entsprechend:

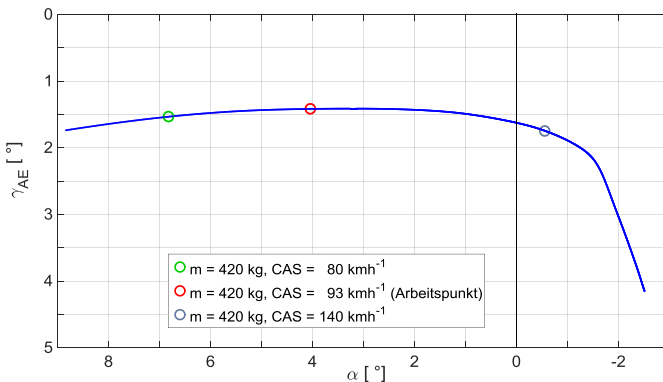
$$w_{Wg} \approx w_{Kg} - V_{TAS} \cdot \sin(\gamma_{AE} - \Theta_{SL}) \quad \{6.35\}$$

Ein Vorteil der Nutzung der Segelflugleistung bei der Messung der Vertikalwindkomponente  $w_{Wg}$  ist gegeben, wenn für die Unsicherheit  $\epsilon$  der Winkeldifferenzen gilt:

$$\epsilon(\gamma_{AE} - \Theta_{SL}) < \epsilon(\alpha - \Theta) \quad \{6.36\}$$

Aus prinzipieller Überlegung folgt: Die Bestimmung der Winkel in der Transformation  $\underline{M}_{gk} = f(\chi, \gamma)$  mittels GNSS-gestützter Inertialnavigation basiert auf denselben Eingangsgrößen wie die Bestimmung der Transformationswinkel in  $\underline{M}_{gf} = f(\Phi, \Theta, \Psi)$ , womit beide Teiltransformationen dieselbe Unsicherheitsgrößenordnung aufweisen – eine konsistente GNSS-IMU-Kopplung vorausgesetzt. Entsprechend gilt auch in Gl. 6.36:  $\epsilon\Theta_{SL} \approx \epsilon\Theta$ . Der prinzipielle Unsicherheitsunterschied der Transformation des Flugwindvektors  $\bar{V}$  liegt also einerseits in der Verwendung des direkt gemessenen Anstellwinkels  $\alpha$  in  $\underline{M}_{fa} = f(\alpha, \beta)$  (Gl. 6.16), andererseits in der Flugleistung  $\gamma_{AE}$  formuliert als Luftkraftvektor  $\bar{R}^A$  zur Bestimmung des Windanstellwinkels  $\alpha_W$  in  $\underline{M}_{ka} = f(\alpha_W, \beta_W, \mu_W)$  (Gl.6.18), siehe Kap. 6.1.4.

Die in Kap. 6.1.5 a) dargestellte Bestimmung des Luftkraftvektors  $\bar{R}^A$  nutzt den direkt gemessenen Anstellwinkel  $\alpha$ . Vorteilhaft für die segelflugleistungsbasierte Herangehensweise ist die niedrige Sensitivität des aerodynamischen Gleitwinkels  $\gamma_{AE}$  gegenüber Änderungen des Anstellwinkels  $\alpha$ . Sie beträgt am Arbeitspunkt der in Kap.3.2 beschriebenen Messungen  $d\gamma_{AE}/d\alpha \approx 10^{-2}$  (Abb. 6.5). Fehler der Anstellwinkelmessung werden in ihrer Auswirkung auf die Vertikalwindbestimmung durch die Abbildung auf die Flugleistung um etwa zwei Größenordnungen verringert. Relativiert wird dieser konzeptionelle Vorteil allerdings durch die Unsicherheit der absoluten Flugleistung (Abb. 5.5b).



**Abb. 6.5: Aerodynamischer Gleitwinkel über Anstellwinkel für die DG-300/17 im Referenzzustand**

Auf die in Kap. 6.1.5 b) beschriebene Bestimmung des Luftkraftvektors  $\bar{R}^A$  basierend auf der Messung des Beschleunigungsvektors hat die Unsicherheit der Anstellwinkelmessung nur einen geringen Einfluss über Gl. 6.12, sodass die Unsicherheit des gemessenen Massenkraftvektors  $\bar{R}^m$  gegenüber der Messunsicherheit des Anstellwinkels  $\alpha$  zu vergleichen ist (Kap. 7.2). Die Unsicherheit der absoluten Flugleistung bleibt hierbei jedoch bestehen.

Gegen eine Berechnung des Anstellwinkels aus dem über  $\bar{R}^A$  ermittelten Gesamtauftriebsbeiwert  $c_A$  mittels des Auftriebsanstiegs (Gl. 5.14) spricht die Umkehrung der oben genannten Relation  $d\alpha/d\gamma_{AE} \approx 10^2$  mit einer entsprechenden Fehlerverstärkung.

Die Nutzung der Flugleistung des Segelflugzeugs zur Windmessung ersetzt also die Anstellwinkelbestimmung, wobei aus dem ermittelten Windvektor der Anstellwinkel berechnet werden kann. Der Einfluss der in der Transformation  $\underline{M}_{ka}$  verbliebenen Anstellwinkelmessung und mögliche Vereinfachungen werden in Kap. 7 diskutiert.

### **Fazit Bewegungsgleichungen mit Flugleistung in der Windmessgleichung**

Die Bewegungsgleichungen gehen in die Windmessgleichung 4.8/6.16 über die Bestimmung der Flugwindvektorrichtung ein (Gl. 6.18). Die Anwendung dieser Gleichung erfordert die Bestimmung des Luftkraftvektors, worüber die Flugleistung des Segelflugzeugs Eingang in die Bestimmung der Flugwindvektorrichtung findet. Windvektor und Windbeschleunigungsvektor sind nicht in den Bewegungsgleichungen und in der Luftkraftvektorbestimmung enthalten.

### **Terminologische Präzisierung**

Für die Windmessung nach Lenschow (1972) und Vörsmann (1985) wurde der Begriff „direkte in-situ Vektordifferenz-Windmessung“ in Kap. 1 eingeführt, für die Windmessung unter Nutzung der Flugleistung eines Segelflugzeugs allerdings noch kein entsprechend definierender Begriff geprägt. Im Grundsatz ist die zu bezeichnende Windmessung ebenfalls eine „in-situ Vektordifferenz-Windmessung“. Das Attribut „segelfluggestützt“ ist unzutreffend, weil die „direkte in-situ Vektordifferenz-Windmessung“ ebenfalls mittels Segelflugzeug als Messträger umgesetzt werden. Es wird vorgeschlagen den Terminus „segelflugleistungs-basierte in-situ Vektordifferenz-Windmessung“ bei Bedarf einer präzisen Eingrenzung zu verwenden.

## **6.2 Diskussion der Vereinfachungen in den Bewegungsvektorgleichung**

Die in Kap. 6.1.2 angenommenen Vereinfachungen werden hier aufgegriffen und in beizubehaltende und aufzulösende Vereinfachungen geteilt:

**Beizubehaltende Vereinfachungen***ii. Das Flugzeug wird als starr angenommen*

Effekte aus statischen elastischen Verformungen sind in der Flugleistung des Segelflugezeugs enthalten. Nach Tab. 1.1 sind aus einer Entfernung von ca. 30..50 m und einer sensitiven Perspektive mit dem menschlichen Auge erkennbare elastische Verformungen erfahrungsgemäß grenzwertig für die Anwendung der Flugleistung des Segelflugezeugs. Dies resultiert hierbei nach Kap. 5.2.1 aus den Grenzen der Ein-Punkt-Modellierung der Flugleistung aufgrund der Anströmbedingungen. Es wird deshalb bei hinreichend störungsarmer Atmosphäre von der Vernachlässigbarkeit des Einflusses elastischer Verformungen auf die relative Flugleistung ausgegangen (siehe auch Kap. 5.2.2).

*iii. Flugzeugmasse, Schwerpunkt und Trägheitstensor sind konstant*

Gemäß Kap. 5.2.3 kann von hinreichend konstanten Werten ausgegangen werden.

*iv. Schwerpunkt ist gleich dem Massenmittelpunkt*

Die aus Gradienten der Gravitation folgenden Einflüsse auf das reale Segelflugzeug sind allenfalls theoretischer greifbar, da sehr klein gegenüber aerodynamischen Kräften und Momenten (Etkin, 1996).

*v. Das Flugzeug ist in der  $x_F$ - $z_F$ -Ebene symmetrisch, somit verschwinden die*

*Deviationsmomente  $I_{xy}$  und  $I_{yz}$*

Neben der grundsätzlich und augenscheinlich symmetrischen Baugestaltung des betrachteten Segelflugezeugs beinhalten die betrachteten Flugzustände nur geringe Drehraten bzw. Drehbeschleunigungen, sodass resultierende Reaktionen gering sind.

*vi. Ein-Punkt-Modell (Luftkräfte und -momente, Massenkräfte und -momente)*

In Kap. 5.2 werden die Einschränkungen auf eine nahezu Ein-Punkt-Modellierung der Flugleistung diskutiert. Die dominierenden Effekte sind nicht auf die räumliche Ausdehnung der verschiedenen Baugruppen des Flugzeugs zurückzuführen, weshalb die Ein-Punkt-Modellierung angemessen ist.

*vii. Quasistationäre Aerodynamik*

Die Annahme stationärer Luftkräfte ist im Zusammenhang der Flugleistungsmodellierung und den diskutierten Grenzen in Kap. 5.2.1 begründet.

*viii. Kein aerodynamischer Bodeneffekt*

Von nennenswerten Einflüssen kann in einer Flughöhe über Grund unter 1..3 Spannweiten des Segelflugezeugs ausgegangen werden, also unmittelbar vor der Landung. Da Segelflugzeuge nur sehr kurze Zeit je Flug diesen Höhenbereich befliegen, sind derartige Missionsprofile mit Segelflugzeugen weitestgehend uninteressant.

*ix. Keine Kopplung zwischen Längs- und Seitenbewegung*

Die Entkopplungen von Längs- und Seitenbewegung sind aufgrund der weitestgehend symmetrischen Bauausführung und des Geradeausflugs mit geringen Schiebewinkeln gewährleistet (Kap. 6.1.3).

*x. Feste Ruder*

Die in der Praxis üblichen Höhenruderausschläge liegen in der Größenordnung von  $1^\circ$ , im Quersteuer noch darunter und im Seitensteuer bei etwa  $2^\circ$ , sodass von festen Rudern ausgegangen werden kann.

*xii. Luftdichte am Ort des Flugzeugs wird als gradientenfrei angenommen*

Die Änderung der Luftdichte bewirkt eine dichtegradientenproportionale Bahngeschwindigkeitsänderung gegenüber der Fluggeschwindigkeit. Bei Freiflugmessungen ist zu beachten, ob der ermittelte Luftkraftvektor diesen Einfluss bereits enthält, was für die in Kap. 6.1.5 beschriebenen Methoden gegeben ist. Bestimmt man den Luftkraftvektor allein aus der Anströmgeschwindigkeit (Gln. 5.4-5.6), dann folgen verfälschte Werte. Zu berücksichtigen ist dies z.B. auch bei Simulationen. Der Effekt beeinflusst die resultierende Sinkgeschwindigkeit in der Größenordnung von  $10^{-3} \text{ m s}^{-1}$  im Langsamflugbereich und  $10^{-2} \text{ m s}^{-1}$  im Schnellflug. In Anhang A.2.6 wird dieser Aspekt näher betrachtet.

*xiii. Druck-, Temperatur- und Dichteverlauf in der Atmosphäre sind zeitinvariant*

Durch den Flug mit nichtkonstanter Höhe ergeben sich am Ort des Flugzeugs zeitvariante Werte, sodass zeitvariante Verläufe dieser Zustandsgrößen mit der Höhe zulässig sind, solange sie im Rahmen der zulässigen Dynamik der Atmosphäre in Hinblick auf die Flugleistungsmodellierung liegen (Kap. 5.2.1).

### **Aufzulösende Vereinfachungen**

*i. Die Erde wird als eben und ruhend angenommen, somit folgt die Vernachlässigung von Kräften bzw. Beschleunigungen aus der Bewegung gegenüber der Erde und aus der Erdrotation*

In Kap. 6.2.1 werden die resultierenden Anteile genauer betrachtet.

*xi. Die Schwerkraft wirkt in z-Richtung des erdfesten Koordinatensystems und ist konstant*

In Kap. 6.2.2 wird dieser Frage nachgegangen.

#### **6.2.1 Nichtruhende und nichtebene Erde**

Die bisherige Annahme zum geodätischen Koordinatensystem sah vor, dass es sich gleichförmig und geradlinig bewegt, also ein Inertialsystem ist. Durch die Rotation der Erde und die Bewegung des Bezugspunktes gegenüber der Erde ist das geodätische Koordinatensystem im Allgemeinen ein beschleunigtes Koordinatensystem. Die hiermit verbundenen „zusätzlichen nichtdifferentiellen kinematischen Terme“ (Abzug und

Larrabee, 1997) sind in Zusammenhang mit der Inertialnavigation umfassend diskutiert und werden hier nicht hergeleitet. Nach Jacob (1992) gilt:

$$\underbrace{\frac{d\vec{v}_{kg}^i}{dt}}_{\text{Transportbeschl. im Inertialsystem}} = \underbrace{\frac{\partial \vec{v}_{kg}^e}{\partial t}}_{\text{Transportbeschl. im geod. KOS}} + \underbrace{2 \cdot \vec{\Omega}_g^{ie} \times \vec{v}_{kg}^e}_{\text{Coriolisbeschl.}} + \underbrace{\vec{\Omega}_g^{eg} \times \vec{v}_{kg}^e}_{\text{Coriolisbeschl. (Schuler)}} + \underbrace{\vec{\Omega}_g^{ie} \times (\vec{\Omega}_g^{ie} \times \vec{r}|_g)}_{\text{Zentripetalbeschl.}} \quad \{6.37\}$$

mit

$\vec{\Omega}_g^{ie}$  – Erddrehrate

$\vec{\Omega}_g^{eg}$  – Drehrate des geodätischen Koordinatensystems

Die kinematischen Beschleunigungen in Gl. 6.10 beinhalten lediglich die Transportbeschleunigung im geodätischen Koordinatensystem, während auf das Flugzeug als Massepunkt die im Inertialsystem wirkenden Beschleunigungen einwirken. Gleichung 6.10 ist deshalb um die Coriolis- und Zentripetalterme zu erweitern (Kap. 6.3).

### 6.2.2 Gravitations-/Erdschweremodell

Die Gravitation  $g$  beschreibt die Kraft auf eine Masse in Massenpotenzialfeld der Erde allein infolge der Massenwirkung, während die Erdschwere  $\gamma_E$  zusätzlich zur Gravitation Anteile der Zentrifugalkraft entgegen der Gravitationsrichtung aufgrund der Rotation der Erde enthält. Die aus der Rotation folgenden Kräfte werden in Kap. 6.2.1 detailliert behandelt, weil sie neben der Erdrotation von der momentanen Geschwindigkeit und Flugrichtung abhängen.

Die Abweichung der *Richtung der Gravitation* (Lotabweichung) von der lokalen Normalen des idealisierenden Rotationsellipsoiden nimmt nach *Torge und Müller (2012)* Werte bis 7'', im Hochgebirge Höchstwerte von 30'' bis 1' an. Bei Annahme einer Lotabweichung von 7'' folgt ein Fehler in der Sinkgeschwindigkeitsbestimmung im Langsamflug der DG-300/17 in der Größenordnung unter 1 mm s<sup>-1</sup> bzw. 0,1 % der Sinkgeschwindigkeit. Die lokale Lotabweichung aus geeigneten Modellen zu extrahieren ist möglich, jedoch wird der Aufwand erst dann gerechtfertigt sein, wenn die Einflüsse und Korrekturen des aerodynamischen Modells (Kap. 0) und die anderen Vereinfachungen zur Anwendung der Bewegungsgleichungen (Kap. 6) im Kontext der Unsicherheiten der Realmessdaten hinreichend bestätigt sind. In dieser Arbeit wird von einem lokalen Gravitationsvektor in Richtung der lokalen Rotationsellipsoidoberflächennormalen (positive  $z_g$ -Achse) ausgegangen.

Der *Betrag der Gravitation/Erdschwere* ist abhängig des Ortes im Schwerfeld der Erde. Da nach dem *schwachen Äquivalenzprinzip* nicht zwischen träger und schwerer Masse unterschieden werden kann, wird die Größe der Wirkung zweckmäßig als Beschleunigung angegeben. Die DIN ISO 2533 (1979) gibt als Normalfallbeschleunigung einen Wert von  $g_n = 9,80665 \text{ m s}^{-2}$  als Grundlage der Normatmosphäre an. Der Wert  $g_n$  enthält bereits die Zentrifugalbeschleunigung, weshalb nach neuerer Konvention das Formelzeichen  $\gamma_n$  korrekter wäre.



Die an der Erdoberfläche anzutreffende lokale Erdschwere weicht aufgrund geologisch bedingter Dichteveriationen in der Größenordnung von 0,1 % von  $g_n$  bzw.  $\gamma_n$  ab. Statt der in der DIN ISO 2533 (1979) angegebenen *Lambert'schen Gleichung* zur Breitengradabhängigen Bestimmung der Erdschwere, wird die in Torge und Müller (2012) beschriebene Näherungsgleichung mit aktuelleren Koeffizienten verwendet:

$$\gamma_0 = 9,780\,327 \cdot (1 + 0,005\,3024 \cdot \sin^2 \varphi - 0,000\,0058 \cdot \sin^2 2\varphi) \quad \{6.38\}$$

Eine Messung am 15.04.2003 in der Simulatorhalle des Instituts für Flugführung ergab beispielsweise einen Wert von  $\gamma_{SH, \text{mess}} = 9,812504 \text{ m s}^{-2} \pm 10^{-6} \text{ m s}^{-2}$ . Die Differenz zwischen Messung und Näherung beträgt etwa  $2 \cdot 10^{-4} \text{ m s}^{-2}$  bzw.  $2 \cdot 10^{-3} \%$ .

Des Weiteren verringert sich die Gravitationswirkung mit dem Abstand zur Erdoberfläche, ausgedrückt mittels des sogenannten Freiluftschweregradienten, wofür Torge und Müller (2012) ebenfalls eine Näherung angeben:

$$\gamma_e = \gamma_0 - (3,0877 \cdot 10^{-3} - 4,3 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2 \varphi) \cdot 10^{-3} \cdot H + 0,72 \cdot 10^{-6} \cdot (10^{-3} \cdot H)^2 \quad \{6.39\}$$

mit  $H$  der Höhe über der Erdoberfläche. Es wird eine Genauigkeit der Näherung von  $10 \text{ nm s}^{-2}$  angegeben, jedoch als Fehler gegenüber einer exakten Lösung, nicht gegenüber von Messungen. Die lokale Gravitation  $g_e$  resultiert durch Korrektur der Zentripetalbeschleunigung:

$$g_e = \gamma_e + R_E \cdot \omega_E^2 \cdot \cos^2 \varphi \quad \{6.40\}$$

mit

$$R_E = N + h = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi}} + h \quad \{6.41\}$$

mit

$\omega_E$  – Erddrehrate =  $\bar{\Omega}_g^{\text{ie}}$

$\varphi$  – Geodätische Breite

$N$  – Querkrümmungsradius, beschreibt den Radius des Kreises, der in der Ost-West-Vertikalebene den Ellipsoiden im Punkt  $P$  am besten tangiert

$h$  – Höhe bzgl. Rotationsellipsoid

$a$  – Große Halbachse des Rotationsellipsoiden

$e$  – Erste numerische Exzentrizität des Rotationsellipsoiden

Zeitvariante Anteile des Schwerefeldes in Betrag und Richtung, primär durch die Bewegung des Mondes um die Erde, der Bewegung des Erde-Mond-Systems um die Sonne und das daraus resultierenden Gezeiteensystem, sind für die hier behandelte Aufgabe als vernachlässigbar klein anzusehen. Nach Torge und Müller (2012) beträgt die zeitvariante Lotabweichung weniger als  $0,02''$  und die zeitvariante Gravitationsbetragsänderung in der Größenordnung von  $10^{-6} \text{ m s}^{-2}$ . Diese Werte sind *sehr klein* gegenüber der bereits vernachlässigten zeitinvarianten Lotabweichung, beziehungsweise der Genauigkeit der Flugmassebestimmung.

### Fazit Gravitations-/Erdschweremodell

Während die genauere Bestimmung der Erdschwere am Boden einer Gewichtsänderung bis etwa 0,1 % entspricht, resultiert aus der Höhenabhängigkeit der Erdschwere etwa dieselbe Änderung. In Summe entspricht dies fast der angenommenen Flugmassenvariation nach Kap. 5.2.3, womit in etwa die in Abb. 5.24 dargestellten Unsicherheiten resultieren würden. Die näherungsweise Berücksichtigung der lokalen Erdschwere nach den obigen Gleichungen reduziert diesen Einfluss um etwa zwei Größenordnungen.

Die Erdschwere am Boden ist in der Praxis ebenso von der Näherung abweichend wie der Freiluftschweregradient. Mit einigem Aufwand bei der Messdatenbeschaffung und Datenextraktion kann der lokale Erdschwerevektor bzw. Gravitationsvektor bestimmt und somit die hier verhandelte Unsicherheit weiter minimiert werden, wovon im Rahmen dieser Arbeit jedoch abgesehen wird.

### 6.3 Zusammengefasste Gleichungssysteme für die segelflugleistungs-basierte in-situ Vektordifferenz-Windmessung

Die Berechnungsschritte für die segelflugleistungs-basierte Windvektormessung werden nachfolgend für die zwei in Kap. 6.1.5 beschriebenen Möglichkeiten der Luftkraftvektorbemimmung zusammengefasst. Gleichung 6.10 lautet mit Gl. 6.36:

$$\begin{aligned}
 m \cdot \left[ \frac{\partial \bar{V}_{kg}^e}{\partial t} + 2 \cdot \bar{\Omega}_g^{ie} \times \bar{V}_{kg}^e + \bar{\Omega}_g^{eg} \times \bar{V}_{kg}^e + \bar{\Omega}_g^{ie} \times (\bar{\Omega}_g^{ie} \times \bar{r}|_g) - \bar{g}_e \right]_g \\
 = \underline{M}_{ga} \left[ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S_F \cdot \begin{bmatrix} -c_W \\ c_Q \\ -c_A \end{bmatrix} \right]_a
 \end{aligned} \quad \{6.42\}$$

Die gewählten Koordinatensysteme der linken und rechten Gleichungsseite stellen die immanenten Bezugskoordinatensysteme der am Segelflugzeug angreifenden Kräfte dar. Die Transformation  $\underline{M}_{ga}$  setzt sich aus zwei Transformationen zusammen:

$$\underline{M}_{ga} = \underline{M}_{gk} \underline{M}_{ka} = f(\chi, \gamma, \alpha_W, \beta_W, \mu_W) \quad \{6.43\}$$

Die Transformation  $\underline{M}_{gk}$  ist durch Messwerte direkt bestimmt, während für die Matrix  $\underline{M}_{ka}$  nach Kap. 6.1.4 zunächst die Winkel  $\beta_W$  und  $\mu_W$  mittels Gl. 6.12 bestimmt werden und nachfolgend der Windanstellwinkel  $\alpha_W$  durch Anwendung der Bewegungsvektorgleichung 6.41 berechnet wird. Hierin wird  $g_e$  nach Gl. 6.39 bestimmt. Hiernach folgt der gesuchte Windvektor direkt.

Für die Anwendung der Luftkraftvektorbemimmung durch Anstellwinkelmessung (Kap. 6.1.5 a)) folgt **Gleichungssystem A**:

$$(A.I) \quad c_A = C_{A\alpha, \text{kalibriert}} | \alpha_{\text{gemessen}} | \cdot \alpha_{\text{gemessen}} \rightarrow c_A \quad \{6.22\}$$

$$(A.II) \quad c_W = f(c_A)_{\text{ReReferenz}} + \delta c_{W\text{Re}} + \delta c_{W\beta} + \delta c_{W\dot{q}} \rightarrow \bar{R}_a^A \quad \{5.34\}$$

$$(A.III) \quad \underline{M}_{ka} = \underline{M}_{kg} \underline{M}_{gf} \underline{M}_{fa} \rightarrow \beta_W, \mu_W \quad \{6.12\}$$

$$(A.IV) \quad \underline{M}_{kg} \left( m \cdot \left[ \frac{\partial \bar{v}_{kg}^e}{\partial t} + 2 \cdot \bar{\Omega}_g^{ie} \times \bar{v}_{kg}^e + \bar{\Omega}_g^{eg} \times \bar{v}_{kg}^e + \bar{\Omega}_g^{ie} \times (\bar{\Omega}_g^{ie} \times \bar{r}|_g) - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g_e \end{bmatrix} \right] \right)_g \\ = \underline{M}_{ka} \left[ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S_F \cdot \begin{bmatrix} -c_W \\ c_Q \\ -c_A \end{bmatrix} \right]_a \rightarrow \alpha_W \quad \{6.42\}$$

$$(A.V) \quad \bar{V}_{Wg} = \underline{M}_{gk} \bar{V}_K - \underline{M}_{gk} \underline{M}_{ka} \bar{V} \rightarrow \bar{V}_{Wg} \quad \{6.18\}$$

Für die Anwendung der Luftkraftvektorbestimmung mittels der kinematischen Beschleunigungen nach Kap. 6.1.5 b) folgt das **Gleichungssystem B**. Der Einfluss von Gl. 5.34 wird in B.III berücksichtigt, indem für jeden Zeitschritt die gültige  $c_A$ - $c_W$ -Polare berechnet wird, aus der die zur Lösung benötigte die  $c_A$ - $c_R$ -Polare folgt (Abb. 6.1). Eine iterative Lösung für jeden Zeitschritt ist ebenfalls möglich.

$$(B.I) \quad |\bar{R}^A| = m \cdot g \cdot |\bar{n}_g^m| \rightarrow c_R \quad \{6.25+26\}$$

$$(B.II) \quad c_W = f(c_A)_{\text{ReBezug}} + \delta c_{W\text{Re}} + \delta c_{W\beta} + \delta c_{W\dot{q}} \rightarrow c_W \quad \{5.34\}$$

$$(B.III) \quad c_R = -\sqrt{c_A^2 + c_W^2} \rightarrow \bar{R}_a^A \quad \{6.27+28\}$$

$$(B.IV) \quad \equiv (A.III) \rightarrow \beta_W, \mu_W \quad \{6.12\}$$

$$(B.V) \quad \equiv (A.IV) \rightarrow \alpha_W \quad \{6.42\}$$

$$(B.VI) \quad \equiv (A.V) \rightarrow \bar{V}_{Wg} \quad \{6.18\}$$

Die Gleichungssysteme können direkt gelöst werden, sie unterscheiden sich lediglich in der Bestimmung des Luftkraftvektors: Während für Gleichungssystem A mit dem Auftriebsanstieg eine zusätzliche Information über das Segelflugzeug benötigt wird, ist Gleichungssystem B mit B.II und B.III durch einen deutlich rechenintensiveren Lösungsteil charakterisiert. Die Lösung von Gleichungssystem B ist allerdings selbst bei 100 Hz Datenrate noch problemlos in Echtzeit möglich. Das inverse Problem der Windmessung unter Nutzung der Flugleistung des Segelflugzeugs ist eindeutig lösbar (Kap. 4.2).

Der Übersichtlichkeit halber wird angenommen, dass die Bahngeschwindigkeit  $\bar{v}_{kg}^e$  (Gl. 6.37/6.42) im Schwerpunkt des Segelflugzeugs gilt, andernfalls sind die Hebelarmterme entsprechend der Gln. 4.9 oder 4.11 hinzuzufügen.

Die vollständige vektorielle Formulierung der angreifenden Kräfte beinhaltet die Auswirkung der Scheinlotrichtung ohne die Notwendigkeit zusätzlicher Terme. Eine häufig übliche Zerlegung der Bewegungsbeschreibung in einzelne Komponenten erschwert die Wahrung der physikalischen Korrektheit (Hertenstein und Martin, 2008; Millane et al., 2010). Die erarbeiteten Gleichungssysteme werden in Kap. 7 mit den in Kap. 4.2 gezeigten Ansätzen vergleichend bewertet.

Der Vollständigkeit halber ist in Anhang A.4 das Gleichungssystem zur Bestimmung der Flugleistung aus den hier vorliegenden Flugzustandsdaten und dem bekanntem Windvektor dargestellt (*Inverses Problem 2. Art*). Es wird für die Bestimmung der Flugleistung sowohl im Vergleichsflugverfahren, als auch für die Bestimmung der absoluten Flugleistung des Referenzsegelflugzeugs z.B. im Höhenstufenverfahren benötigt.

#### 6.4 Konzeptioneller Vergleich mit bestehenden Ansätzen zur segelflugleistungs-basierten Windmessung

In diesem Kapitel werden die in Kap. 4.2 erläuterten bestehenden Ansätze mit den in Kap. 6.3 zusammengeführten Ansätzen der vorliegenden Arbeit verglichen.

Hertenstein und Martin (2008): Gl. 4.13 stellt die z-Komponente der Windmessgleichung 4.8 dar, mit der Annahme, dass die Fluggeschwindigkeitskomponente  $w$  parallel zur  $z_g$ -Achse wirkt (vgl. Abb. 6.4). Die gilt nur für den unbeschleunigten Flugzustand, von dem im Segelflug permanent in relevantem Maße abgewichen wird.

Millane et al. (2010) verwenden zusätzlich zu Gl. 4.13 die zeitliche Ableitung der Fluggeschwindigkeit zur Berücksichtigung von Flugbahnbeschleunigungen (Gl. 4.14). Der zusätzlich eingeführte Term stellt eine Energieänderungsbeziehung dar, die aufgrund der Formulierung eine Richtungsinformation enthält. Sämtliche Energieänderungen werden in Gl. 4.14 als Änderungen im Vertikalkanal betrachtet. Die zeitliche Fluggeschwindigkeitsableitung  $\dot{V}$  wird zur Beschreibung der Beschleunigung des Massenpunktes verwendet, was nur bei konstant angenommenem Wind ( $\vec{\dot{V}}_W = 0$ ) gegeben ist (Kap. 2). In Gebirgsebenen kann zwar von sehr turbulenzarmen Bedingungen ausgegangen werden, die niederfrequente Windbeschleunigung kann jedoch signifikant sein. Änderungen der Fluggeschwindigkeit  $\dot{V}$  sind hingegen lediglich zur Beschreibung der Anströmbedingungen zur Berücksichtigung von instationären Luftkräften von Belang.

Gleichung 4.14 bildet gleichfalls die z-Komponente der Windmessgleichung 4.8 ab, wobei der für den unbeschleunigten Flug gültige Ansatz der  $z_g$ -achsenparallelen Fluggeschwindigkeitskomponente  $w$  zusammen mit der Berücksichtigung der Flugbahnbeschleunigung einen Widerspruch der Formulierung in sich birgt. Die Lösung dieses Widerspruchs durch Vernachlässigung kleiner Winkel – in diesem Fall  $\theta_{SL} \approx 0$  – erweist sich als sehr starke Näherung (Abb. 7.4). Dies liegt darin begründet, dass die  $w$ -Komponente

des Flugwindvektors zwar mit  $\cos(\theta_{SL})$  nahezu unverändert in das geodätische Koordinatensystem abzubilden wäre, allerdings ist die entsprechend Gl. 6.33 wesentlich größere u-Komponente mit  $\sin(\theta_{SL})$  zu berücksichtigen (vgl. Abb. 6.4).

Der Ansatz von Wende (2003) berücksichtigt sowohl die Bahnbeschleunigung  $\dot{V}_K$  als auch die Wechselwirkung von Longitudinal- und Vertikalbewegung in Form der in Gl. 4.15 dargestellten Bewegungsgleichungen. Diese ist mit Gl. 6.9 in der x- und z-Komponente identisch. Der wesentliche Unterschied zu den in der vorliegenden Arbeit hergeleiteten Ansätzen liegt in der Bestimmung des Luftkraftvektors. Die Bestimmung des Auftriebs A erfolgt bei Wende (2003) nach Gl. 5.1 und 6.19 unter Verwendung des Lastvielfachen  $n^{az}$  nach Gl. 6.30. In dieser Gleichung stellt der  $\cos \gamma_a$ -Term wie im Ansatz von Millane et al. (2010) eine Näherung des Scheinlotlängsneigungswinkels zu  $\theta_{SL} \approx 0$  dar. Aus dieser Näherung in beiden Ansätzen resultiert die Ähnlichkeit der berechneten Vertikalwindgeschwindigkeiten in Abb. 4.16 und Abb. 4.17. Der Ansatz von Wende (2003) bildet die Windmessgleichung 4.8 komplett ab.

Alle drei Ansätze verwenden Flugleistungsmodelle in denen Masse und Luftdichte zur Korrektur herangezogen werden (Gln. 5.9 und 5.10), Wende (2003) berücksichtigt zusätzlich ein vertikales Lastvielfaches. Des Weiteren gelten alle in Kap. 6.1.2 genannten Vereinfachungen.

### **Fazit Vergleich mit bestehenden Ansätzen**

Die bestehenden und die in dieser Arbeit erarbeiteten Ansätze unterscheiden sich in Hinblick auf die Windmessgleichung durch die Bestimmung der Flugwindvektor-Richtung gegenüber dem geodätischen Koordinatensystem und hierbei insbesondere in der Bestimmung des Betrages des Auftriebs.

## 7 Anwendung der Windmessung mittels Segelflugzeug

In diesem Kapitel werden die in den Kapiteln 0 und 6 erarbeiteten Ansätze beispielhaft auf den in Abb. 4.1 dargestellten Beispielflug angewandt und bewertet. In Kap. 7.1 werden hierzu die Bewertungskriterien diskutiert und in Kap. 7.2 umgesetzt. In Kap. 7.3 werden Vereinfachungen der segelfluggestützten Windmessung diskutiert und abschließend in Kap. 7.4 eine Gesamtbewertung der segelflugeleistungsbasierten in-situ Vektordifferenz-Windmessung vorgenommen.

### 7.1 Vorgehensweise zur Bewertung der erarbeiteten Ansätze

Im Grundsatz ist man bestrebt, die Unsicherheit einer Messung absolut oder relativ nachzuweisen. Die Unsicherheit der Windmessung mittels Segelflugzeug setzt sich aus den Unsicherheiten der Messdaten, der Modellierung und der benötigten Kalibrierungen zusammen. In der vorliegenden Arbeit wurde die Modellierung weiterentwickelt. Die Unsicherheit der Messdaten und Kalibrierungen standen bislang nicht im Fokus. Teile der benötigten Kalibrierungen der verbesserten Modellierung basieren wiederum auf Ergebnissen von Flugversuchen mit der Modellierung nach Wende (2003). Eine Neuprozessierung dieser Flugversuche ist jedoch erst mit erweiterten Erkenntnissen zu den Unsicherheiten der Messdaten und Kalibrierungen gerechtfertigt.

Um sich dem Ziel der Teil- oder Gesamtbewertung zu nähern, sind für den hier behandelten Messprozess der segelfluggestützten Windmessung verschiedene Vorgehensweisen möglich:

- a. Analytische Fehlereinflussanalyse und Fehlerfortpflanzungsrechnung, z.B. Vörsmann (1985)
- b. Numerische Simulation des Prozesses, z.B. Wagner (1995)
- c. Vergleich mit unabhängiger Referenz
- d. Wiederholung von Messungen unter gleichen Umständen (*ceteris paribus*)
- e. Plausibilitätsprüfungen

Der Vorteil der analytischen (a.) und der simulierenden (b.) Herangehensweise ist die Vertiefung der Systemkenntnis, insbesondere die Identifizierung der relevanten (Fehler-)Einflussgrößen. Nachteilig sind jedoch die notwendige detaillierte Kenntnis des Fehlerverhaltens der Eingangsgrößen und die große Bandbreite mögliche Vernachlässigung nicht bekannter Effekte des realen gegenüber dem modellierten System („You don’t include what you don’t know“, in Faller, 2013). Simulierte Messdaten enthalten nur die Sensoreigenschaften und -quersensitivitäten mit anderen Zustandsgrößen, die zuvor bekannt sind. Reale Messdaten enthalten unter Umständen nicht bekannte Einflüsse. Zudem sind die Genauigkeiten der verwendeten Sensoren oftmals nur schemenhaft als globale Angabe bekannt, ohne deren spektralen Charakter und die relevanten

Einflussgrößen genauer zu kennen (Pätzold et al., 2015). Für eine numerische Fehlereinflussanalyse können reale Messdaten mit geschätzten Fehlern beaufschlagt werden und die Auswirkung auf das Ergebnis qualifiziert und quantifiziert werden.

Ein Referenzmesssystem (c.) weist im Allgemeinen eine signifikant geringere Unsicherheit als das zu bewertende Messsystem auf. Als Referenzwindmesssysteme kommen prinzipiell Messungen mittels LiDAR, RADAR und Masten in Frage (Kap. 1). Die erreichbaren Unsicherheiten sind jedoch in der gleichen Größenordnung wie die der fluggestützten Messungen. Der Vergleich mit anderen fluggestützten Systemen wäre in diesen Sinne nur dann zielführend, wenn ebenfalls ein signifikant besseres Referenzsystem verfügbar wäre. Mithin kann festgestellt werden, dass ein Referenzwindmesssystem zur Bewertung der segelflugleistungsbasierten in-situ Vektordifferenz-Windmessung nicht existent ist. Das in Kap. 3.3 beschriebene ex-situ Wind-LiDAR misst in etwa in derselben Unsicherheitsgrößenordnung wie die fluggestützte in-situ Windmessung. Die Unterschiede in den physikalischen Messprinzipien und den Messdatenbewertungen können für Plausibilitätsprüfungen (e.) verwendet werden und zeigen mögliche systematische Unsicherheiten bzw. Unsicherheitscharakteristiken auf.

Die Wiederholung und nachfolgend statistische Bewertung von Messungen (d.) mit dem kompletten zu bewertenden Messsystem scheidet aus, weil sich das zu befliegende Windfeld mit aktuell verfügbaren Technologien nicht reproduzieren lässt und von Natur aus allenfalls statistische Ähnlichkeiten zwischen zwei Abschnitten aufweist. Die Ermittlung von Messsystemunsicherheiten auf Basis rein statistischer Auswertungen würde einen sehr großen Versuchsumfang mit entsprechend umfangreicher Datenanalyse erfordern.

Plausibilitätsprüfungen (e.) werden mittels realer Messdaten im Vergleich mit technisch signifikant verschiedenen Systemen ähnlicher Genauigkeit (*vergleichende Plausibilität*, siehe oben) oder durch Bewertung verschiedener Sensoren für dieselben Messgrößen, Modellierungen und geeignete Flugmanöver (*intrinsische Plausibilität*) durchgeführt. Die intrinsische Plausibilität kann im Rahmen dieser Arbeit auf zwei Wegen geprüft werden. Zum einen müssen die Ergebnisse der verschiedenen Modellierungen eine hinreichende *Konsistenz* aufweisen (*notwendige Bedingung*). Zum anderen muss das ermittelte Windvektorfeld *unkorreliert* mit den Flugzustandsgrößen sein. Bei geeigneter Wahl der Flugmanöver und hinreichend störungsarmer Atmosphäre kann die *Unkorreliertheit* als *schwache hinreichende Bedingung* gesehen werden. Die Unkorreliertheit kann nur im Rahmen der flugdynamisch und strukturmechanisch zulässigen Manöver des Segelflugzeugs gezeigt werden, die Gültigkeitsgrenzen der Dynamik des Flugleistungsmodells schränken dies jedoch auf den quasistationären Geradeausflug nach Kap. 5 ein. Der Messdatenumfang muss zudem angemessen sein, um einen zufällige Unkorreliertheit auszuschließen.

Mit diesen Mitteln können in der vorliegenden Arbeit Plausibilitätsprüfungen und Fehlereinflussbetrachtungen durchgeführt werden. Diese Untersuchungen sollen

insbesondere auf die in dieser Arbeit gegenüber dem Stand der segelfluggestützten Windmessung neu erstellten Ansätze abzielen:

- Vergleich der segelfluggestützten Windvektorbestimmung nach den Gleichungssystemen A und B (Kap. 6.3) mit den im Kap. 4.2 dargestellten Ergebnissen (*Konsistenz* und *vergleichende Plausibilität*, Kap. 7.2.1).
- Um Unterschiede einschätzen zu können, wird eine Fehlereinflussanalyse durch Manipulation von Messdaten durchgeführt (Kap. 7.2.2).
- Plausibilitätsbewertungen:
  - Vergleich der Beträge von Luft- und Massenkraftvektor (G. 6.24, *Konsistenz*)
  - Mit dem gemessenen Windvektor wird auf den Anstellwinkel zurückgerechnet und mit dem gemessenen verglichen (*intrinsische Plausibilität*).
  - Vergleich verschiedener Lastvielfache (*Konsistenz*)
  - Betrachtung möglicher instationäre Luftkraftanteile (*intrinsische Plausibilität*)
  - Betrachtung der gemessenen Querkraft (*intrinsische Plausibilität*)
- Der Einfluss der Flugleistungskorrekturen (Kap. 5.2) und der Annahmen nach Kap. 6.2 auf das Resultat wird gezeigt (Kap. 7.2.4):
  - Einfluss Re-Zahl-korrigierter Widerstand
  - Einfluss schiebewinkelbedingte Widerstandsänderung
  - Einfluss von Drehbeschleunigungen um die Querachse auf den Widerstand
  - Einfluss der rotierenden, nichtebenen Erde
  - Einfluss des Gravitationsmodells
- Bewertung der Unkorreliertheit der Windmessungen vom Flugzustand (*intrinsische Plausibilität*, Kap. 7.2.5).

Mittels Manövern und der Annahme von konstantem Wind werden Flugkalibrierungen durchgeführt. Es gilt zu beachten, dass nicht dieselben Manöver zur Kalibrierung und zur Bewertung der Systemunsicherheiten herangezogen werden dürfen.

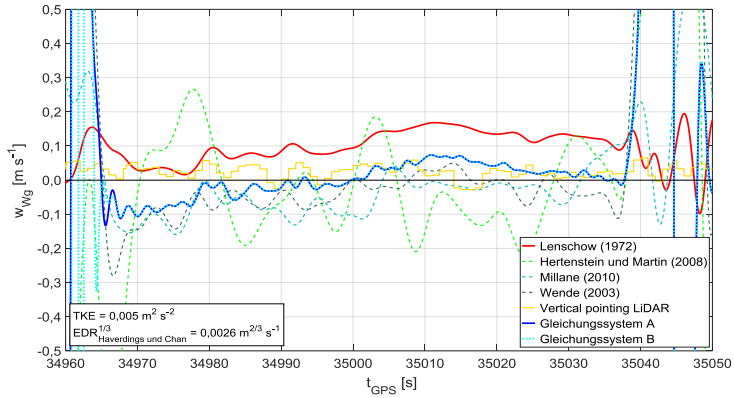
## 7.2 Darstellung und Diskussion der Ergebnisse

In der zuvor begründeten Reihenfolge werden in Kap. 7.2 die verschiedenen Windberechnungsansätze miteinander verglichen und das jeweilige Resultat diskutiert.

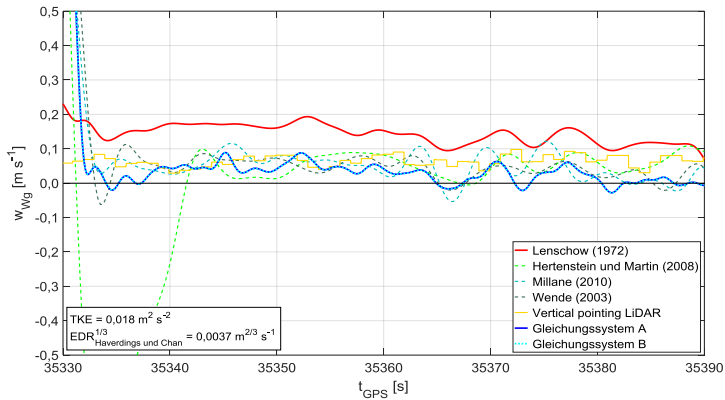
### 7.2.1 Vergleich der erarbeiteten mit den bestehenden Ansätzen zur Windmessung

Der mittels segelflugeleistungsbasierter Windmessung nach den Gleichungssystemen A und B bestimmte Vertikalwind  $w_{wg}$  wird in den Abb. 7.1 bis 7.3 mit den in Abb. 4.16 und 4.17 gezeigten Ergebnissen verglichen. Es ist zu erkennen, dass die in Kap. 4.2 beschriebenen Schwingungsanteile in den Ergebnissen nach Gleichungssystem A und B nicht mehr enthalten sind, was auf die in Kap. 6.1 diskutierte Berücksichtigung der Scheinlotrichtung zurückzuführen ist.

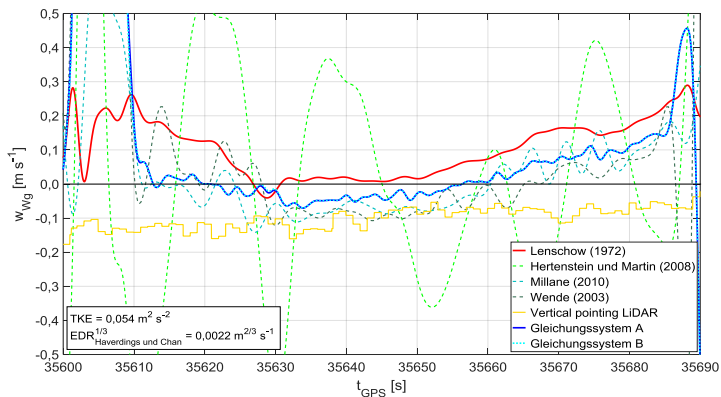




**Abb. 7.1:** Vergleich segelfluggestützte Windmessung, Abschnitt wie Abb. 4.17a

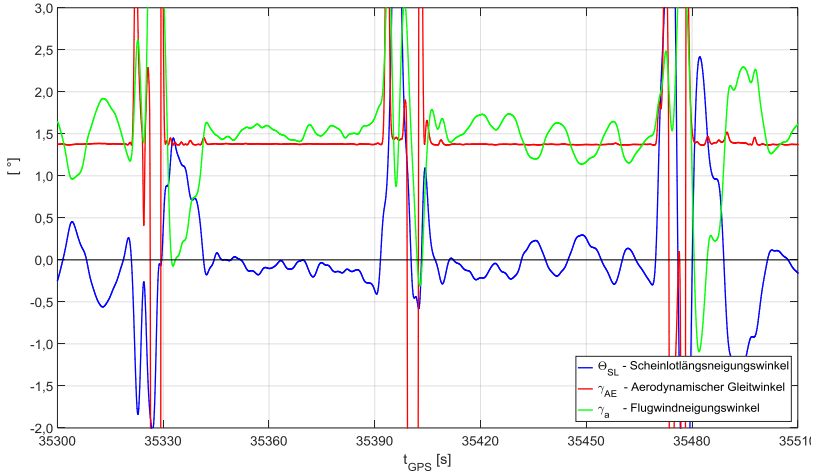


**Abb. 7.2:** Vergleich segelfluggestützte Windmessung, Abschnitt wie Abb. 4.16



**Abb. 7.3:** Vergleich segelfluggestützte Windmessung, Abschnitt wie Abb. 4.17b

In Abb. 7.4 sind der Scheinlotlängsneigungswinkel  $\theta_{SL}$ , der Flugwindneigungswinkel  $\gamma_a$  und der aerodynamische Gleitwinkel  $\gamma_{AE}$  dargestellt. Es ist klar erkennbar, dass die Verknüpfung des Flugwindneigungswinkels mit der Flugleistung nach Gl. 5.4 zu großen momentanen Fehlern führt, die nur durch hinreichend lange Mittelung minimiert werden können. Die Unterscheidung von Flugwindneigungswinkel  $\gamma_a$  und aerodynamische Gleitwinkel  $\gamma_{AE}$  ist somit auch bei einer sehr störungsarmen Atmosphäre erforderlich.

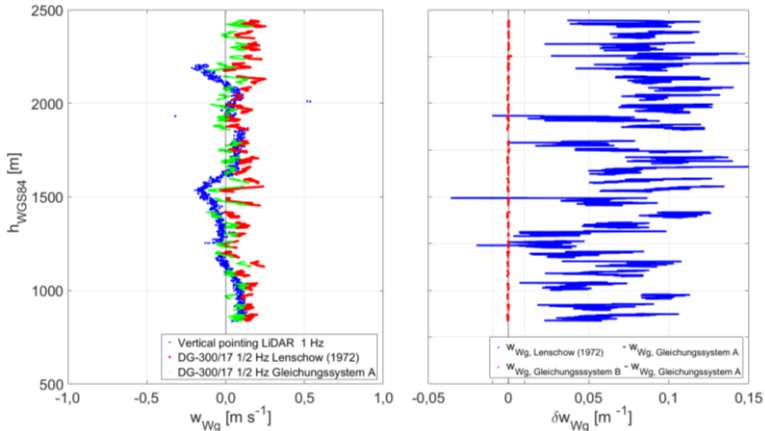


**Abb. 7.4: Vergleich verschiedener Zustandswinkel der Längsbewegung, Ausschnitt wie Abb. 4.2 und Abb. 7.2**

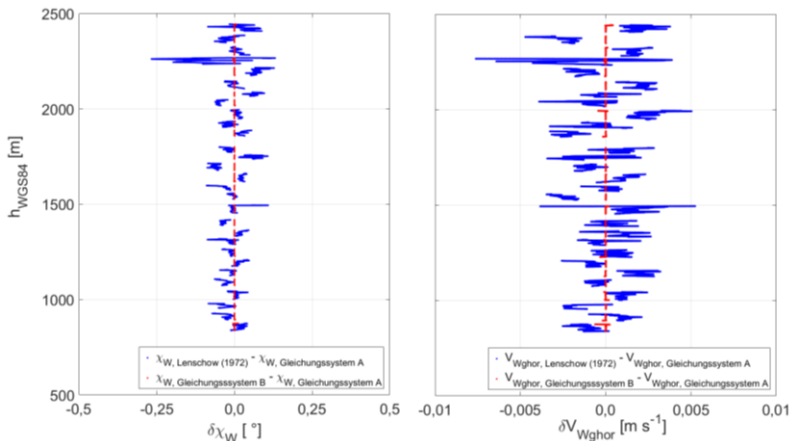
Der Betrag der Differenzen der Vertikalwindkomponente zwischen den Gleichungssystemen A und B ist generell kleiner als  $10^{-3} \text{ m s}^{-1}$ . Soweit keine erwähnenswerten Differenzen auftreten, werden für die nachfolgenden Abbildungen nur die Ergebnisse für das Gleichungssystem A gezeigt.

Der Vergleich der absoluten Vertikalwindgeschwindigkeiten in Abb. 7.5a ergibt keine Unplausibilitäten im Vergleich zu den bereits gezeigten Ergebnissen. Die Differenz zwischen dem Vertikalwind nach Lenschow (1972) und Gleichungssystem A zeigt sowohl einen Offset als auch eine Differenz in der Dynamik (Abb. 7.5b). In Kap. 7.2.3 wird diese Differenz weiter untersucht.

Die Horizontalwindkomponenten nach Lenschow (1972) und Gleichungssystem A zeigen erwartungsgemäß sehr geringe Unterschiede und sind in Abb. 7.6 lediglich als Differenzen dargestellt.



**Abb. 7.5a+b: Vergleich Vertikalwindmessung absolut (wie Abb. 4.10) und als Differenz**



**Abb. 7.6a+b: Differenz der Horizontalwindkenngößen zwischen direkter in-situ Vektordifferenz-Windmessung und der Windmessung nach Gleichungssystem A, Flug gem. Abb. 4.1**

### 7.2.2 Fehlereinflussanalyse

Zur Einordnung der auftretenden Differenzen sind die qualitativen Einflüsse von Messfehlern auf die segelflugeleistungs-basierte Windmessung zu bestimmen. Nach Kap. 7.1 werden hierfür Messdaten mit Fehlern beaufschlagt und die resultierende Differenz zum nichtmanipulierten Datensatz bestimmt. Es wird wie folgt vorgegangen:

- Es wird jeweils nur eine Messgröße mit einem Offset beaufschlagt.
- Über die im Sinne der Arbeit nutzbaren Messabschnitte des in Abb. 4.1ff gezeigten Fluges wird die Differenz von Vertikalwind  $w_{Wg}$ , horizontaler Windrichtung  $\chi_W$  und

horizontaler Windgeschwindigkeit  $V_{Wg,hor}$  gebildet und jeweils zu einem Mittelwert zusammengefasst.

- Folgende 13 Zustandsgrößen werden in weit gesteckten Grenzen manipuliert:

Anström- und Lagewinkel	$\alpha, \beta, \Phi, \Theta, \Psi$	-4 .. 4 °
Flug- und Bahngeschwindigkeiten	TAS, $u_{kg}$ , $v_{kg}$ , $w_{kg}$	-4 .. 4 m s <sup>-1</sup>
Bahnbeschleunigungen	$a_{gx}$ , $a_{gy}$ , $a_{gz}$	-0,5 .. 0,5 m s <sup>-2</sup>
Flugleistung	$C_W$	-20 ... 20 %

**Tab. 7.1: Manipulierte Messgrößen mit Variationsbereich**

Einschränkend ist anzumerken:

- Die Auswirkungen von spektralen Eigenschaften der Fehlergrößen wird nicht untersucht
- Die Wechselwirkung von mehreren Messfehlern ebenfalls nicht
- Es wird nur der Fehlereinfluss der primären Messgrößen betrachtet
- Es wird nur der Einfluss auf die im verwendeten Flug vorliegende Kombination aus Windvektor und Flugzustand betrachtet. Es werden damit bei weitem nicht alle in der Praxis vorkommenden Kombinationen abgedeckt.
- Die Reduktion auf einen mittleren Fehler einer Windkomponente je Zustandsgrößen-manipulationsschritt stellt eine grobe Vereinfachung dar.

Das ermittelte Fehlereinflussverhalten ist deshalb als relatives Ergebnis zwischen der Windmessung nach Lenschow (1972) und den hier erarbeiteten Gleichungssystemen zu sehen. Die absolute Fehlereinschätzung der Windmessung nach Lenschow (1972) kann mittels der Fehleranalyse von Vörschmann (1985) erfolgen.

#### Ergebnisse der Fehlereinflussanalyse

Im Anhang A.5 sind die Einzelergebnisse dargestellt, sie stimmen in den vergleichbaren Aspekten mit Vörschmann (1985) überein. Zur übersichtlichen Bewertung werden die Ergebnisse in Tab. 7.2 farbcodiert zusammengefasst. Die gewählten Grenzen der Farbgebung sind im Tabellenkopf verzeichnet. In den mit Stern (\*) gekennzeichneten Fällen verlässt die Berechnung ab einem bestimmten Fehlerwert den Interpolationsbereich der Flugleistung der DG-300/17, was ab diesem Fehlerwert zu schnell anwachsenden Abweichungen führt.

Bei der Vertikalwindbestimmung nach Lenschow (1972) sind der Anstellwinkel- und Längsneigungsfehler bekanntermaßen die sensibelsten Größen. Ein Fehler der Anstellwinkelmessung führt in Gleichungssystem A zu einer falschen Zuordnung der Flugleistung, ist aber für Gleichungssystem B unerheblich. Der resultierende Fehler der Vertikalwindgeschwindigkeit ist bei kleinen Anstellwinkelfehlern in Gleichungssystem A gering. Ein Fehler in der Vertikalgeschwindigkeit  $\varepsilon_w$  beeinflusst nach Gl. 4.8 direkt den er-

	δw <sub>wg</sub>	≥		δχ <sub>w</sub>	≥		δV <sub>wg,hor</sub>	≥	
		0,2 m s <sup>-1</sup>			5,0 °			1,0 m s <sup>-1</sup>	
		< >			< >			< >	
		0,01 m s <sup>-1</sup>			0,5°			0,1 m s <sup>-1</sup>	
		≤			≤			≤	
	Len72	GLS-A	GLS-B	Len72	GLS-A	GLS-B	Len72	GLS-A	GLS-B
εα		*			*			*	
εβ									
εTAS			*						
εΦ									
εΘ									
εΨ									
εu <sub>kg</sub>									
εv <sub>kg</sub>									
εw <sub>kg</sub>									
εa <sub>gx</sub>		+	+						
εa <sub>gy</sub>		+	+						
εa <sub>gz</sub>									
εc <sub>w</sub>									

**Tab. 7.2: Zusammenfassung Fehlereinflussanalyse**  
**(Len72 = Lenschow (1972), GLS = Gleichungssystem)**

mittelten Vertikalwind und stellt somit ebenfalls eine kritische Größe dar. Die Fehler der horizontalen Transportbeschleunigungen  $\varepsilon a_{gx}$  und  $\varepsilon a_{gy}$  geht in einen Fehler der Massenkraftvektorrichtung ein, was einer fehlerhaften Scheinlotrichtung mit entsprechender Auswirkung auf die Einbindung der Flugleistung des Segelflugzeugs entspricht. In Kap. 7.2.4 zeigt sich, dass der Fehlereinfluss durch die horizontalen Beschleunigungsfehler  $\varepsilon a_{gx}$  und  $\varepsilon a_{gy}$  durch die Mittelung über den gesamten Flug stark unterschätzt wird, weshalb diese Zellen hier bereits rot markiert sind (+).

Bei der Bestimmung der Horizontalwindkomponenten treten keine relevanten Unterschiede zwischen den Berechnungen auf. Die horizontalen Geschwindigkeitsfehler und die Winkelfehler bezüglich der  $z_g$ -Achse dominieren. Zu beachten ist, dass die gewählten Geschwindigkeitsfehler in Teilen des bewerteten Fluges größer als die herrschende Windgeschwindigkeit sind.

### **Fazit der Fehlereinflussanalyse**

Die Windmessung unter Nutzung der Flugleistung des Segelflugzeugs ist gegenüber Fehlern im Anstell- und Längsneigungswinkel um etwa zwei Größenordnungen weniger sensibel, so lange der Gültigkeitsbereich des Flugleistungsmodells nicht verlassen wird. Gleichungssystem B weist bei Anstellwinkel Fehlern nennenswert geringere Abweichungen auf. Dem gegenüber weisen die beiden Gleichungssysteme A und B eine um etwa 30 % erhöhte Sensitivität gegenüber Fehlern der TAS und einer starken Sensitivität gegenüber Fehlern der horizontalen Transportbeschleunigung auf. Der Einfluss des Fehlers der absoluten Flugleistung ist moderat.

Insgesamt ist die segelfluggestützte Windmessung im Vertikalkanal robuster gegenüber Messfehlern als die direkte in-situ Vektordifferenz-Windmessung. Bei der Horizontalwindbestimmung resultieren erwartungsgemäß keine nennenswerten Differenzen.

### **7.2.3 Plausibilitätsuntersuchungen**

In diesem Kapitel werden verschiedene Messdaten hinsichtlich der in der Herleitung der segelfluggestützten Windmessung erfolgten Annahmen überprüft.

#### **Vergleich der Beträge von Luft- und Massenkraftvektor (Konsistenz)**

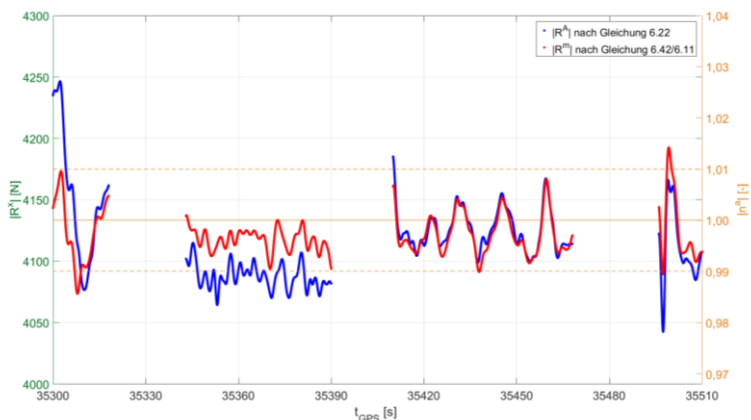
Nach Gl. 6.24 sollen die Beträge von Luft- und Massenkraftvektor übereinstimmen. Abb. 7.7 zeigt die Beträge beider Vektoren sowohl als Kraft, als auch normiert auf den unbeschleunigten Flugzustand als Lastvielfaches.

Beide Verläufe zeigen ein sehr ähnliches dynamisches Verhalten, zeigen jedoch zwischen den Messabschnitten offensichtlich Offsets untereinander, als auch zum Mittelwert von  $|n^a| = 1$ . Momentane Abweichungen von diesem Mittelwert sind manöver- und windbedingt und zeigen in Abb. 7.7 keine Auffälligkeiten. Die Abweichung des Luftkraftvektors lässt auf Fehler der Anstellwinkel- und Staudruckmessung schließen, die Abweichung des Massenkraftvektors von  $|n^a| = 1$  resultiert zwangsläufig aus einem Fehler der ermittelten Beschleunigungen im erdfesten Koordinatensystem.

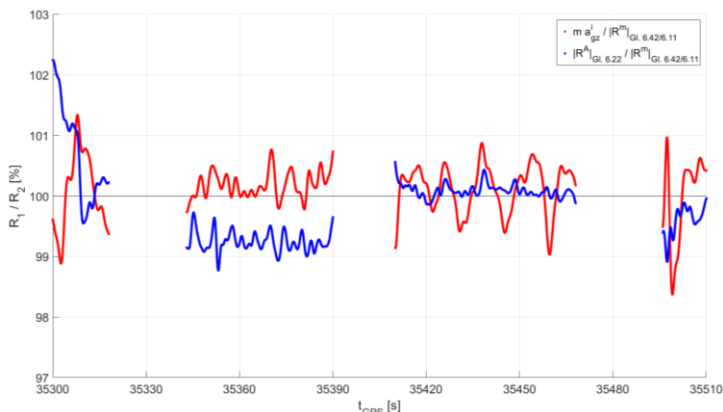
Zur weiteren Bewertung sind in Abb. 7.8 die Vektorbeträge sowohl ins Verhältnis mit dem Betrag gesetzt, den ein mit konstanter Geschwindigkeit im erdfesten Koordinatensystem bewegter Beobachter erfahren würde, als auch das Verhältnis beider gemessener Vektorbeträge. Für das Gleichungssystem B ist die Übereinstimmung der Beträge beider Vektoren der Ausgangspunkt der Berechnung (B.I).

Aus dem Verhältnis des Massenkraftvektorbetrages zum unbeschleunigten Zustand ist zu erkennen, dass die Änderungen des Lastvielfachen größer sind, als das Verhältnis beider gemessener Vektorbeträge. Die Bestimmung beider Vektoren ist somit grundsätzlich plausibel, wenngleich mit erkennbaren Fehlern. Aus diesen deutlich erkennbaren Vektorbetragsfehlern folgen allerdings direkt keine relevanten Messfehler der Vertikalwindgeschwindigkeit, sondern aus Richtungsfehlern der beiden Vektoren, was

anhand der nachfolgenden Resultate gezeigt wird. Der Vergleich der Vektorbeträge ist vielmehr ein sehr sensibles Kriterium für die Messdatenplausibilitätsprüfung. Der vermutete Fehler der Anstellwinkelmessung und der mögliche Einfluss von instationären Luftkräften auf die Luftkraftvektorbestimmung werden nachfolgend behandelt. Die zur Bestimmung des Massenkraftvektors benötigten Beschleunigungen im erdfesten Koordinatensystem werden in Kap. 7.2.5 aufgegriffen.



**Abb. 7.7:** Vergleich der Beträge von Luft- und Massenkraftvektor, Ausschnitt wie Abb. 4.2 / 7.4



**Abb. 7.8:** Verhältnis der Kraftvektorbeträge, Ausschnitt wie Abb. 7.7, Flug wie in Abb. 4.1

#### Rückrechnung des Anstellwinkels (Plausibilität)

In die segelflugleistungs-basierte Windmessung geht der Anstellwinkel über die Gleichungen A.I und A.III bzw. B.IV (Kap. 6.3) nur mit geringer Auswirkung ein (Kap. 7.2.2). Es liegt somit der Ansatz nahe, den Anstellwinkel mit Hilfe des berechneten Windvektors  $\bar{V}_{Wg}$  zu bestimmen. Hierzu wird die Windmessgleichung 4.8/6.16 umgestellt:

$$\underline{M}_{fg}(\underline{M}_{gk} \bar{V}_K - \bar{V}_{Wg}) = \bar{V}_f = \underline{M}_{fa} \bar{V} \quad \{7.1\}$$

Mit dem so bestimmten Flugwindvektor im flugzeugfesten Koordinatensystem  $\bar{V}_f$  berechnet sich der gesuchte Anstellwinkel:

$$\alpha = \arctan \frac{w_f}{u_f} \quad \{7.2\}$$

Abb. 7.9 zeigt die zeitlichen Verläufe von gemessenem und den berechneten Anstellwinkeln für den Beispielflug und Abb. 7.10 die zugehörigen Differenzen. Während die aus den Gleichungssystemen A und B rückgerechneten Anstellwinkel nur geringe Differenzen aufweisen, zeigt sich zum gemessenen Anstellwinkel ein Offset von  $\mu(\alpha_{\text{gemessen}} - \alpha_{\text{Gleichungssystem A}}) \approx -0,16^\circ$ . Geht man nach Kap. 7.2.2 von einem zu vernachlässigenden Einfluss des gemessenen Anstellwinkels auf die Windmessung nach dem Gleichungssystemen A und B aus, dann ist die Unsicherheit des nach Gl. 7.1 und 7.2 berechnete Anstellwinkel primär von drei unsicherheitsbehafteten Größen abhängig:

$$\epsilon \alpha_{\text{Gleichungssystem A}} = f(\epsilon \gamma_{AE}, \epsilon \theta_{SL}, \epsilon \theta) \quad \{7.3\}$$

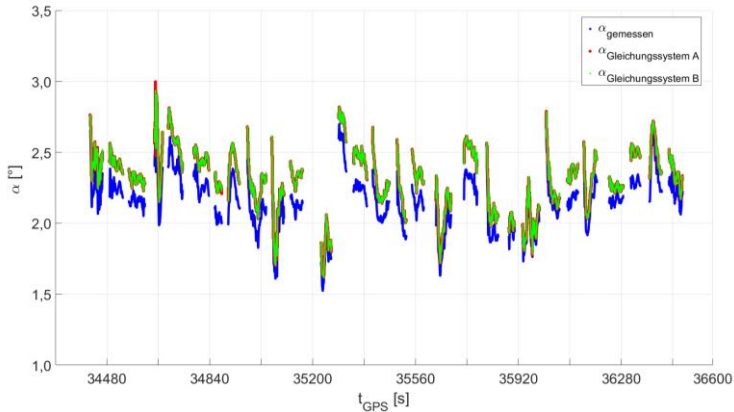
Die Unsicherheit  $\epsilon \theta$  geht dabei nicht in die Windmessung der Gleichungssysteme A und B ein, sondern in die Transformation  $\underline{M}_{fg}$ , die in transponierter Form Bestandteil der Windmessung nach Gl. 4.8/6.16 ist. Die Unsicherheit  $\epsilon \alpha_{\text{Gleichungssystem A}}$  repräsentiert also nicht die Unsicherheit einer Windberechnung, sondern stellt die Unsicherheiten von Messgrößen in einer gegenüber der Windkomponentendifferenzdarstellung (Abb. 7.5+7.6) geänderten Zusammensetzung dar. Diese Unsicherheiten in Gl. 7.3 und auch die Unsicherheit der Anstellwinkelmessung können in zeitvariante und zeitinvarianten Anteile bzgl. der Flugdauer zerlegt werden.

Die *zeitinvarianten Anteile* bestehen aus einer Nullanstellwinkelunsicherheit  $\epsilon \alpha_0$  der Fünflochsonde, einer Unsicherheit des Längsneigungswinkelbezugs  $\epsilon \theta_0$  und der Unsicherheit der absoluten Flugleistung  $\epsilon \gamma_{AE, \text{absolut}}$ . Der Mittelwert der Differenz aus gemessenem und berechnetem Anstellwinkel setzt sich aus der Summe der tatsächlich auftretenden Fehler  $\epsilon$  zusammen:

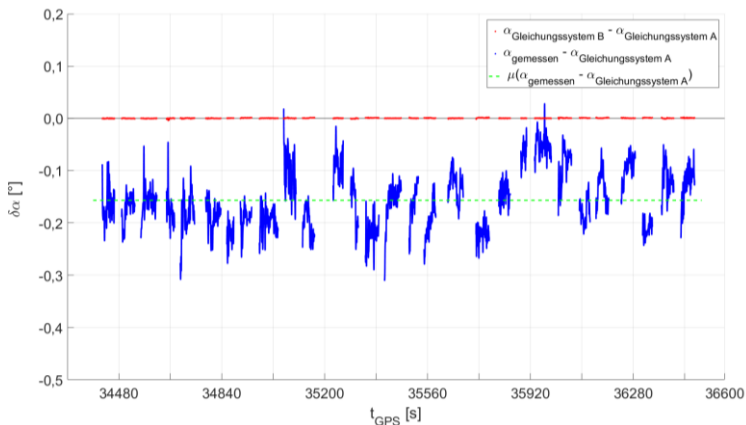
$$\mu(\alpha_{\text{gemessen}} - \alpha_{\text{Gleichungssystem A}}) = \epsilon \alpha_0 + \epsilon \theta_0 + \epsilon \gamma_{AE, \text{absolut}} \quad \{7.4\}$$

Die genauen Fehlerbeiträge lassen sich aus den vorhandenen Messdaten nicht rekonstruieren, sondern lediglich auf Plausibilität prüfen: Der Längsneigungswinkelbezug der Inertialmesseinheit in der DG-300/17 ist mehrfach mittels Scheinlotmessung bestimmt worden und kann mit  $\epsilon \theta_0 = 0,03^\circ$  reproduziert werden, was einer Unsicherheit des Beschleunigungssensors in Richtung der Flugzeuglängsachse von  $\epsilon a_{fx} = 0,005 \text{ m s}^{-2}$  entspricht. Die absolute Unsicherheit der Flugleistung  $\epsilon \gamma_{SL, \text{absolut}}$  ist in Abb. 5.5b dargestellt. Hearing (1990) beschreibt Winkelfehler der Anstellvektormessung in der Größenordnung von  $0,1^\circ$  aufgrund von Wartungsdemontagen der Fünflochsonde. Zusätzlich kann ein Anstellwinkelnullpunktfehler durch Nullpunktfehler der Drucksensoren der Fünflochsonde verursacht werden.





**Abb. 7.9: Gemessener und rückgerechneter Anstellwinkel, Flug wie in Abb. 4.1**



**Abb. 7.10: Differenzen der zuvor gezeigten Anstellwinkel, Flug wie in Abb. 4.1**

Der gemessene Anstellwinkel wird aus dem Differenzdruck zwischen den Peripherielöchern der Fünflochsonde  $p_\alpha$  in der Flugsymmetrieebene und dem Staudruck mittels spezifischer Kalibrierfaktoren berechnet. Reichert (2006) gibt u.a. für zwei einfach zu handhabende Modelle die Kalibrierfaktoren der verwendeten Sonde an:

$$p_\alpha = K_{\alpha 1} \cdot q_b \cdot \sin 2\alpha \cos^2 \beta \quad (\text{Doherr und Weiß, 1985}) \quad \{7.5\}$$

$$\text{mit } K_{\alpha 1} = 2,1182 \quad (\text{Reichert, 2006; } \alpha, \beta \text{ in } ^\circ)$$

$q_b$  – Gemessener Staudruck

$$p_\alpha = \alpha \cdot K_{\alpha 2} \cdot q_b \quad (\text{Rosemount, 2002}) \quad \{7.6\}$$

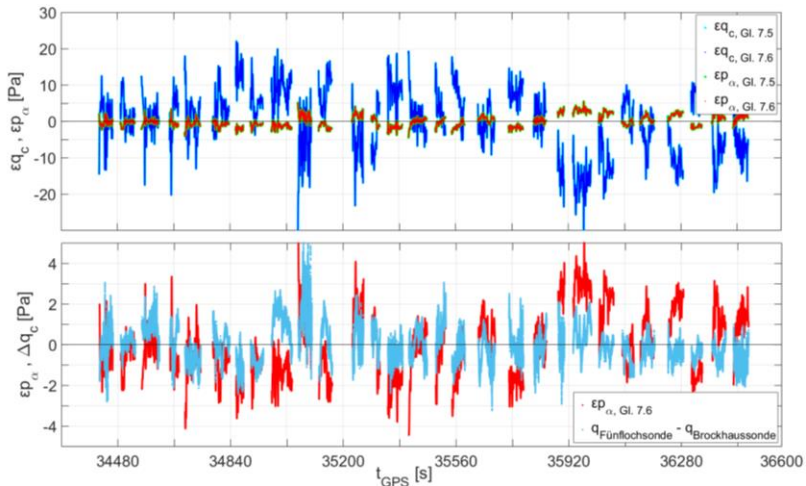
$$\text{mit } K_{\alpha 2} = 0,0735 \quad (\text{Reichert, 2006; } \alpha \text{ in } ^\circ)$$

Mit der Annahme, dass alleinig die Differenzdruckmessung der Anstellwinkelmessung oder die Druckdifferenzmessung der Staudruckmessung fehlerbehaftet ist, ergeben sich die erforderlichen Druckmessfehler zu  $\varepsilon_{p_\alpha} \approx 9,5 \text{ Pa}$  und  $\varepsilon_{q_b} \approx 65 \text{ Pa}$ , was unrealistisch groß ist. Zu erwarten sind bei den verwendeten Sensoren Unsicherheiten in niedrigen einstelligen Pa-Bereich. Die Drucksensorunsicherheiten haben also allenfalls einen kleinen bis mäßigen Anteil am ermittelten Mittelwert.

Insgesamt ist der in Abb. 7.10 dargestellte Mittelwert der Differenz von gemessenem und berechnetem Anstellwinkel mit der Größenordnung der beteiligten Unsicherheiten plausibel erklärbar. Mit der in Kap. 7.2.2 gezeigten Fehlerabhängigkeit des Vertikalwindes von Anstell-, Längsneigungswinkel und Flugleistungsfehlern erklärt sich der Offset zwischen der Vertikalwindbestimmung nach Lenschow (1972) und nach den Gleichungssystemen A und B in den Abb. 7.1Abb. 7.3 und Abb. 7.5a. Auf eine Korrektur dieses Offsets wird in den nachfolgenden Darstellungen der Übersichtlichkeit halber verzichtet, mit Ausnahme von Abb. 7.24.

Die *zeitvarianten Anteile* der Differenz zwischen gemessenem und berechnetem Anstellwinkel können ebenfalls auf Drucksensorfehler und Fehler der GNSS-IMU-Kopplung zurückgeführt werden. Mit der *Annahme* eines alleinigen Einflusses der Differenzdruckmessung der Anstellwinkelmessung oder der Druckdifferenzmessung für die Staudruckbestimmung, folgen mit den Gln. 7.5 und 7.6 die in Abb. 7.11a gezeigten zeitvarianten Druckmessfehler. Der Staudruck wurde an der DG-300/17 an der Fünflochsonde an der Rumpfnase und separat mittels einer Brockhaussonde am Seitenleitwerk gemessen (siehe Anhang A.1). Die Differenz der beiden gemessenen Staudrücke ist in Abb. 7.11b gezeigt und widerspricht der Annahme eines alleinigen Staudrucksensoreinflusses. Die Differenz der beiden gemessenen Differenzdrücke ist in derselben Größenordnung wie der Anstellwindendifferenzdruck bei Annahme eines alleinigen Einflusses dieses Sensors auf die zeitvariante mittelwertbereinigte Anstellwindendifferenz.

Die weitere Interpretation von Abb. 7.11b gestaltet sich schwierig. Die verwendeten Drucksensoren sind baugleich bei unterschiedlichen Messbereichen, was eigenen Erfahrungen nach in der Bewertung vernachlässigt werden kann. Da alle Drucksensoren am selben Ort im Segelflugzeug verbaut sind, heben sich sensorprinzipbedingte, prinzipiell deterministische Fehler, z.B. Beschleunigungssensitivitäten, bei der Differenzbildung auf und es verbleiben Messwerte und individuelle Sensorfehler. Die Druckdifferenzen in Abb. 7.11b zeigen stellenweise korreliertes Verhalten, aber auch ein dem angenommenen Anstellwinkel-differenzdruck aufgeprägtes unkorreliertes Verhalten. Gleichzeitig sind die dargestellten Druckdifferenzen an der erfahrungsgemäßen Unsicherheitssgrenze der verwendeten Sensoren in Verbindung mit der verwendeten Datenerfassung. Es wird geschlussfolgert:

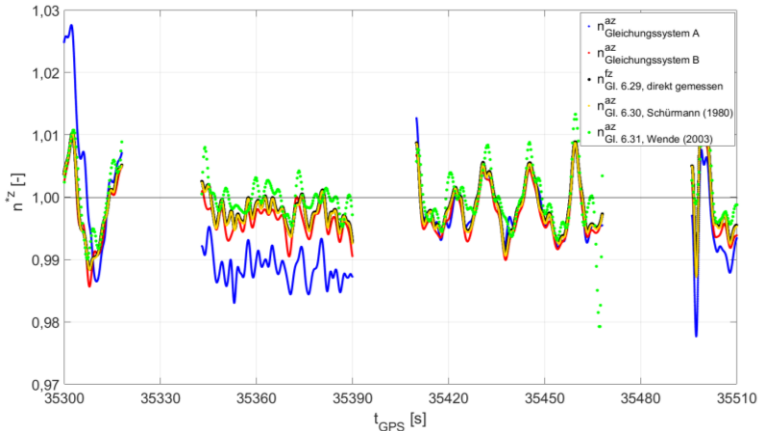


**Abb. 7.11a+b: Druckdifferenzfehler bei Annahme der mittelwertbereinigten Anstellwinkeldifferenz zwischen gemessenem und nach Gleichungssystem A rückgerechneten Anstellwinkel als Druckmessfehler (Abb. 7.10)**

- Das korrelierte Verhalten der Druckdifferenzen würde eine strömungsmechanische Ursache erfordern. Sensorfehler sind weitestgehend ausgeschlossen, da sowohl die direkte Differenzdruckmessung, also auch die Differenz zweier Differenzdruckmessungen desselben Sensortyps diese Charakteristik zeigt.
- Das abweichende Verhalten der beiden Druckdifferenzen in Abb. 7.11b kann zum einen auf eine Unsicherheit des Drucksensors  $\epsilon p_\alpha$ , zum anderen auf Unsicherheiten der Bestimmung des Massenkraftvektors, also der Scheinlotrichtung  $\epsilon \theta_{SL}$ , und des Längsneigungswinkels  $\epsilon \theta$  zurückgeführt werden. Dieser Aspekt ist in Kap. 7.2.5 aufzugreifen. Der Einfluss der relativen Flugleistungsunsicherheit  $\epsilon \gamma_{AE,relativ}$  ist nach Abb. 5.38 als unbedeutend einzuordnen.
- Der gezeigte Druckmessfehler ist ungeachtet der insgesamt komplexen Situation nicht unplausibel. Demnach wäre der Restanstellwinkelfehler drucksensorbedingt. Für eine genauere Bewertung ist der Fehlerverhalten der Drucksensoren unter operationellen Randbedingungen zu untersuchen. Für die Schiebewinkelmessung gilt aufgrund der identischen Gestaltung dieselbe Unsicherheitseingrenzung, womit die Annahme in Tab. 5.3 zum Schiebewinkelmessfehler begründet ist.

#### Vergleich unterschiedlich ermittelter Lastvielfache (Konsistenz)

Die nach Kap. 6.1.5 und den Gleichungssystemen A und B ermittelten Lastvielfache sind in Abb. 7.12 vergleichend dargestellt. Die Unterschiede zwischen den verschiedenen Berechnungen sind für den quasistationären Geradeausflug in störungsarmer Atmosphäre insgesamt sehr klein und plausibel. Die charakteristische Abweichung vom zu erwarteten

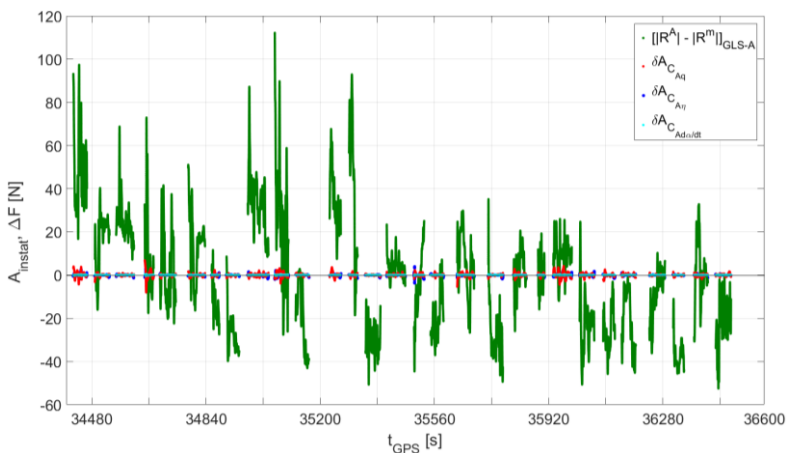


**Abb. 7.12: Vergleich unterschiedlich ermittelter Lastvielfache,  
Ausschnitt wie in Abb. 4.3/7.4/7.7**

Mittelwert von 1 zeigt sich für den zweiten Messabschnitt in dieser Abbildung für alle berechneten Lastvielfache.

#### Betrachtung instationärer Auftriebskräfte (Plausibilität)

Die Anteile der in Kap. 5.2.1 diskutierten instationären Luftkräfte nach Gl. 5.14 werden für den Beispielflug mit der Differenz der Beträge von Luft- und Massenkraftvektor verglichen (Abb. 7.13). Die Änderung des Höhenruderausschlags wird hierfür mittels Hochpassfilterung bestimmt und die in Kap. 5.2.1 genannten Derivative werden verwendet. Der maximale Betrag der instationären Auftriebskräfte beträgt für den Beispielflug weniger als 5 N, weshalb insgesamt die instationären Luftkräfte zu vernachlässigen sind.



**Abb. 7.13: Berechnete instationäre Auftriebsanteile im Vergleich zur Differenz von Luft- und Massenkraftvektorbetrag (Gleichungssystem A), Flug wie in Abb. 4.1**

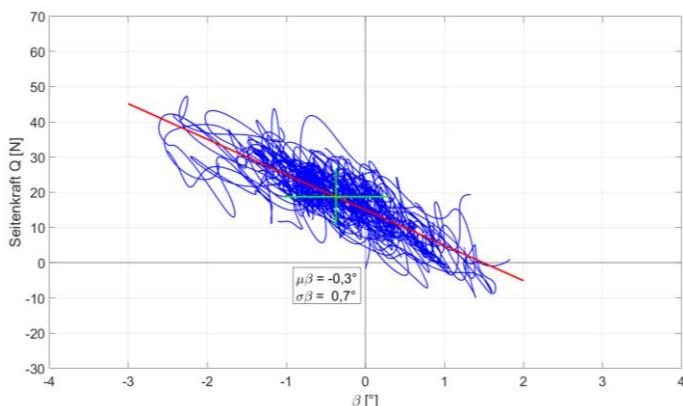
### Berechnung der Querkraft Q (Plausibilität)

Nach Kap. 5.2 ist die Querkraft nicht Bestandteil der Flugleistungsbetrachtung. Um jedoch eine Überbestimmtheit der Gln. 6.9 bzw. 6.10 zu vermeiden, ist eine Querkraft ungleich Null zuzulassen bzw. hierüber bestimmbar. Aus Gl. 6.10 folgt:

$$Q = \frac{F_{ky} \cos \mu_W + F_{kz} \sin \mu_W + W \sin \beta_W}{\cos \beta_W} \quad \{7.7\}$$

Trägt man die so ermittelte Querkraft über dem gemessenen Schiebewinkel auf, so folgt in Abb. 7.14 ein plausibles Ergebnis. Die Querkraft ungleich Null im schiefbefreien Flugzustand ließe sich zum einen auf einen nichtkorrigierten Einbaufehler der Inertialmesseinheit von  $\varepsilon \Phi_{IMU} \approx 0,2^\circ$  zurückführen. Zum anderen steuert der Piloten den Schiebewinkel nach dem Haubenfaden. Dessen Nullpunkt ist durch geometrisches Feststellen der vertikalen Symmetrieebene des Flugzeugs festgelegt. Die üblichen Verfahren zum Zeitpunkt der Fertigung der Produktionsformen der DG-300/17 lassen eine nennenswerte Asymmetrie des Rumpfes zu, weshalb bei geometrisch am Ort des Haubenfadens zu Null gesteuertem Schiebewinkel die zu erkennende Querkraft folgen kann.

Diese geringe Querkraft ist durch den Piloten – im flugzeugfesten Koordinatensystem, Seitenkraft  $Y^A$  – mittels Sitzdruck nicht wahrnehmbar. Die kleine Mittelwertabweichung vom schiefbefreien Zustand und die angegebene Standardabweichung sind typische Werte für die DG-300/17 mit einem gut trainierten Piloten und störungsarme Atmosphäre. Der Querkraftbeiwert infolge Schiebewinkel lässt sich näherungsweise mit  $C_{Q\beta} \approx -0,1$  angeben.



**Abb. 7.14:** Querkraft über Schiebewinkel für Geradeausflugabschnitte, Flug wie Abb. 4.1

### Fazit Plausibilitätsbetrachtungen

Die ermittelten Ergebnisse sind insgesamt plausibel und konsistent. Die Grenzen der Betrachtungen werden dabei durch die Messunsicherheiten gesetzt. Insbesondere die Rückrechnung des Anstellwinkels zeigt die Möglichkeiten und Grenzen der Gesamtsystembewertung auf.

### 7.2.4 Auswirkung von Flugleistungskorrekturen und kinematischen Präzisierungen

Das in dieser Arbeit aufgestellte Flugleistungsmodell beinhaltet drei Korrekturterme des Widerstandes und die Bewegungsgleichungen zwei präzisierende kinematische Beschreibungen:

- Re-Zahl-korrigierter Widerstand
- Schiebewinkelbedingte Widerstandsänderung
- Widerstand durch Drehbeschleunigung um die Querachse
- Einfluss der rotierenden, nichtebenen Erde
- Gravitationsmodell

Die Auswirkung auf die Windmessung wird nachfolgend gezeigt.

#### Auswirkung der Re-Zahl-Korrektur

Abb. 7.15 zeigt die Auswirkung der Re-Zahl-Korrektur für den Beispielflug. Ob diese physikalisch begründete Korrektur qualitativ und quantitativ korrekt ist, kann mit den vorliegenden Messdaten in Ermangelung eines Referenzsystems nicht geprüft werden. Lediglich die richtige Implementation ist anhand von Testdatensätzen und analytischen Vergleichen überprüft.

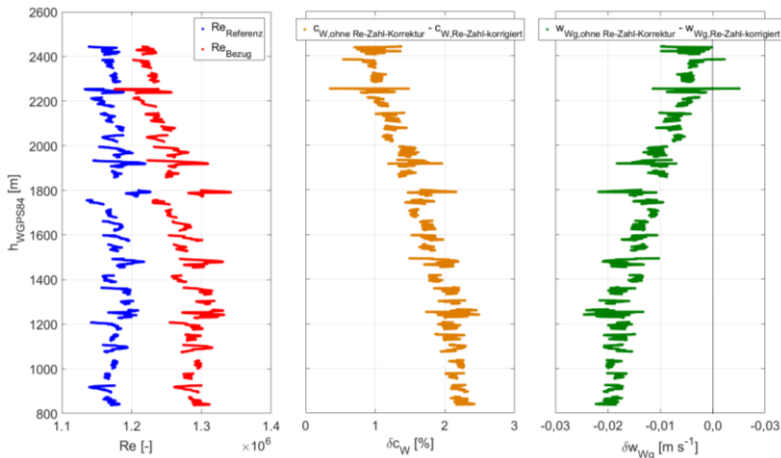


Abb. 7.15a-c: Parameter zur Re-Zahl-Korrektur und deren Auswirkung, Flug wie Abb. 4.1

#### Auswirkung der schiebewinkelbedingten Widerstandsänderung

Die Änderung des ermittelten Vertikalwindes durch Berücksichtigung der schiebewinkelbedingten Widerstandsänderung des Segelflugzeugs zeigt Abb. 7.16. Auch hierzu liegen keine nutzbaren Flugmessdaten zur Plausibilitätsprüfung vor. Das  $C_{W\beta}$ -Derivat des verwendeten Segelflugzeugs ist hinreichend genau zu bestimmen, was bei zukünftig verwendeten Segelflugzeugen im Gegensatz zum bislang identifizierten Verhalten der DG-300/17 begründbar und stabil sein sollte.

### Auswirkung der Drehbeschleunigung um die Querachse auf den Widerstand

Abb. 7.17 zeigt den im Beispielflug sehr geringen Einfluss dieser Korrektur. Eine Einschätzung der Richtigkeit kann anhand der vorliegenden Messdaten nicht erfolgen.

### Auswirkung des Gravitationsmodells

Die Annahme eines Gravitationsmodells nach Gl. 6.40 verändert den Mittelwert der ermittelten Vertikalgeschwindigkeit gegenüber der Annahme eines konstanten Gravitationswertes in der Größenordnung von  $10^{-5} \text{ m s}^{-2}$ , also mit aktuellen Messunsicherheiten in irrelevanter Größe. Weicht der Flugzustand nennenswert von einem Lastvielfachen von  $|n^a| = 1$  ab, dann treten dennoch erkennbare Einflüsse auf, was im Interesse einer Fehlerminimierung zu berücksichtigen ist, siehe Abb. 7.18.

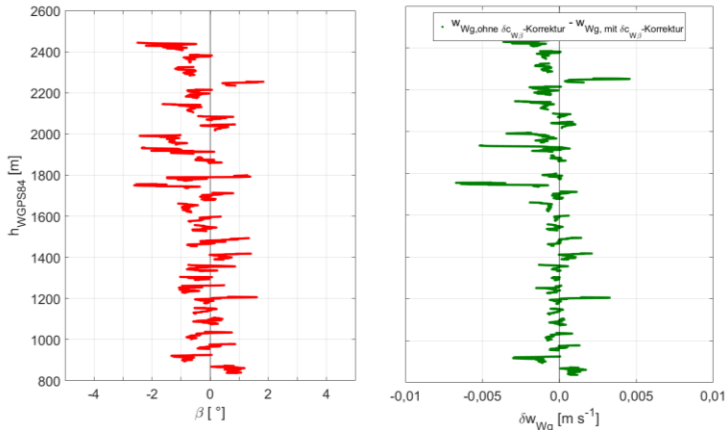


Abb. 7.16a+b: Gemessener Schiebewinkel und die resultierende Auswirkung aus dessen Korrektur, Flug wie Abb. 4.1

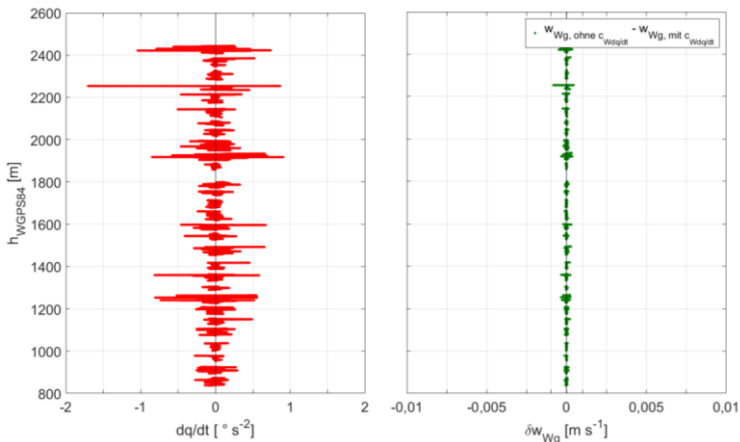


Abb. 7.17a+b: Gemessene Drehbeschleunigung um die Querachse und die resultierende Auswirkung aus dessen Korrektur, Flug wie Abb. 4.1

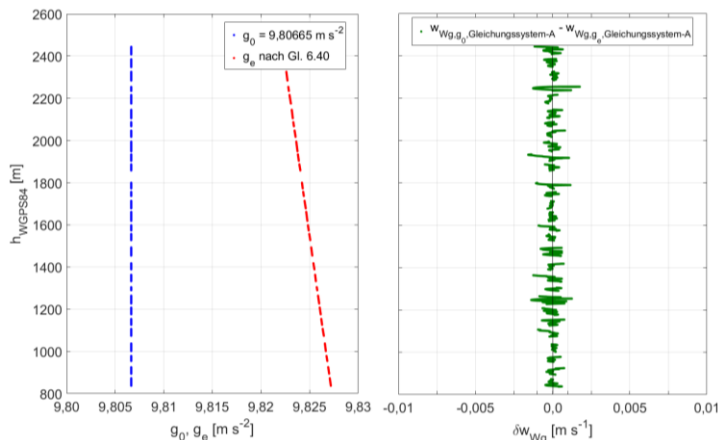


Abb. 7.18a+b: Auswirkung der Verwendung eines Gravitationsmodells, Flug wie Abb. 4.1

### Einfluss der rotierenden, nichtebenen Erde

Die Auswirkung des Zentripetalterms in Gl. 6.37 ist um eine Größenordnung größer als die der Coriolis-Terme. Wie in Abb. 7.19a zu sehen, hat die Vernachlässigung des Zentripetalterms und – um etwa eine Größenordnung kleiner aber vorzeichenidentisch – die Vernachlässigung der Coriolisterme einen deutlichen Einfluss auf die nach den Gleichungssystemen A und B ermittelte Vertikalgeschwindigkeit. Dies ist auf den Richtungsbezug des Massenkraftvektors  $|\mathbf{R}^m|$  zurückzuführen, der ohne Berücksichtigung dieser Terme der z-Achse des geodätischen Koordinatensystems entspräche. Die Zentripetalbeschleunigung aufgrund der Erdrotation verursacht eine Breitengradabhängige Lotabweichung in Richtung Äquator und beträgt in Mitteleuropa knapp  $0,1^\circ$ . Dieser Wert findet sich flugrichtungsabhängig (vgl. Abb. 7.22) in Abb. 7.19b als Differenz des Scheinlotlängsneigungswinkels wieder. Abb. 7.19c zeigt den geringen Einfluss der z-Komponente der Zentripetal- und Coriolisterme auf den Auftriebsbeiwert.

Die Auftragung der unter Berücksichtigung oder Vernachlässigung der Zentripetal- und Coriolisterme ermittelten Vertikalwindgeschwindigkeiten über der Zeit in Abb. 7.20 zeigt, dass eine Prüfung der Plausibilität ohne genauere Kenntnis der Fehlercharakteristik der Messwerte auch trotz des deutlichen Effektes der betrachteten Terme kaum möglich ist, weil die zu messenden stochastischen atmosphärischen Bewegungen in derselben Größenordnung diesen Effekt überlagert sind.

Des Weiteren steht der starke Einfluss des horizontalen Zentripetalbeschleunigungsanteils im Widerspruch zur Fehlereinflussanalyse in Kap. 7.2.2. Hier wurde lediglich ein Fehlergradient von  $\delta W_{Wg}/\delta a_{gx} \approx 0,1 \text{ m s}^{-1}/\text{m s}^{-2}$  ermittelt, während nach Abb. 7.19 und analytisch in etwa  $\delta W_{Wg}/\delta a_{gx} \approx 3,85 \text{ m s}^{-1}/\text{m s}^{-2}$  folgt. Dies ist auf die mittelnde Eigenschaft der durchgeführten Fehlereinflussanalyse zurückzuführen. Die Windmessung



nach den Gleichungssystemen A und B ist stark sensitiv in Hinblick auf horizontale Beschleunigungsfehler.

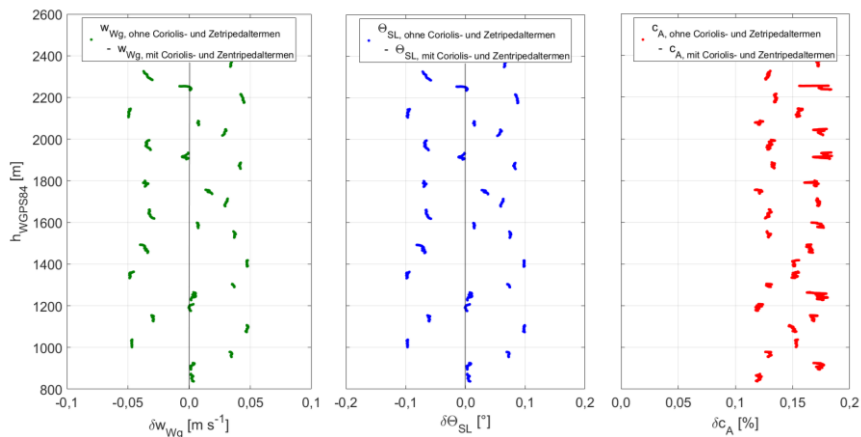


Abb. 7.19a-c: Auswirkung der Coriolis- und Zentripetalterm, Flug wie Abb. 4.1

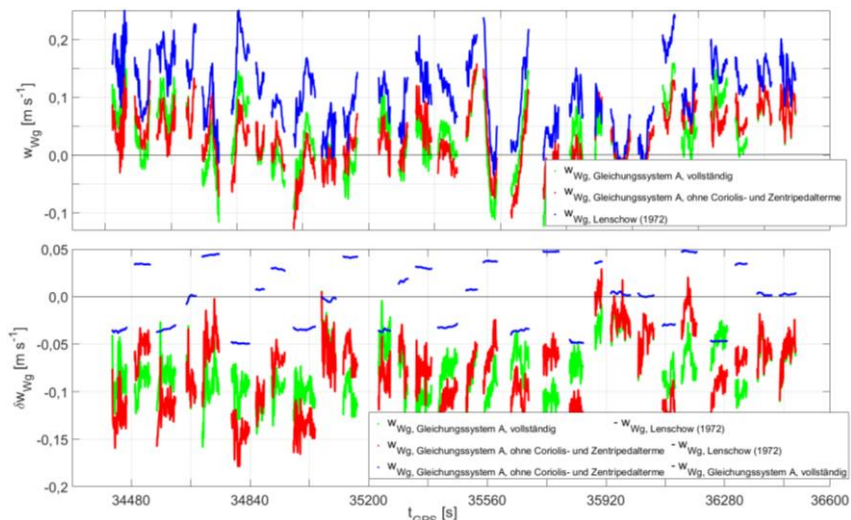


Abb. 7.20a+b: Auswirkung der Coriolis- und Zentripetalterm, Flug wie Abb. 4.1

### Fazit Auswirkung von Flugleistungskorrekturen und kinematischen Präzisierungen

Abb. 7.21 fasst alle fünf in diesem Unterkapitel behandelten Korrekturterme zusammen. Obgleich nur zwei der Korrekturen deutliche Auswirkungen auf das Ergebnis zeigen, sollten alle begründeten Korrekturen im Interesse einer Fehlerbilanzminimierung durchgeführt werden.

Allgemein manifestiert sich das Problem, dass Unsicherheiten der Windmessung bei der in dieser Arbeit angestrebten Genauigkeit nicht ohne weitere Kenntnisse der Unsicherheitscharakteristiken der Messwerte bewertet werden können.

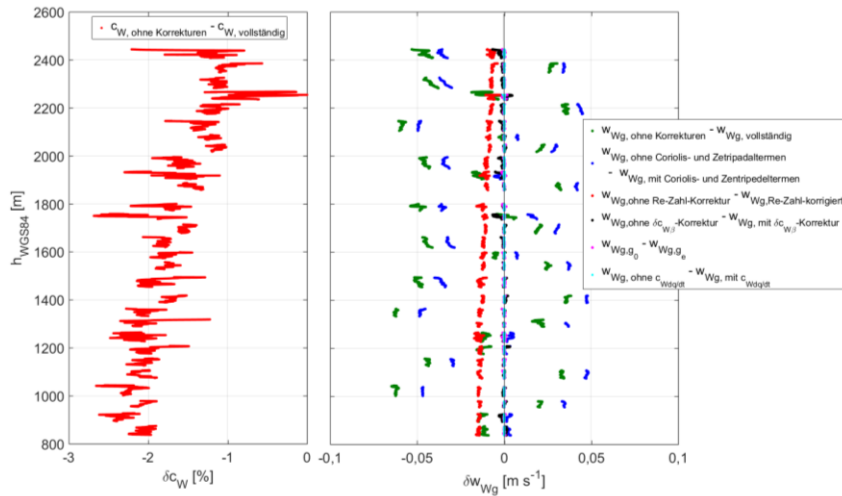


Abb. 7.21a+b: Zusammenfassung Auswirkung der Korrekturterme, Flug wie Abb. 4.1

### 7.2.5 Bewertung der Unkorreliertheit von Windvektor und Flugzustand

Der gemessene Windvektor darf nicht von den Flugzustandsgrößen des Segelflugezeugs abhängen, weil sonst entweder die Rückwirkung der Segelflugezeugumströmung auf die Anströmvektormessung ungenügend kompensiert wird oder ein sonstiger flugzustandsabhängiger Messfehler vorliegt. Für die Bewertung der Unkorreliertheit der horizontalen Windkomponenten mit dem Flugzustand eignen sich für den vorliegenden Fall Änderungen des Azimuts  $\chi$  von  $180^\circ$  mit vorangegangenen und nachfolgenden Geradeausflugabschnitten. Als Kriterium gilt, dass die Kenngrößen des Windes vor und nach dem Kurswechsel mit einer als zulässig angenommenen Differenz übereinstimmen sollen. Der zeitliche Abstand der zu vergleichenden Messungen ist dabei zu minimieren.

Außer diesem mathematisch sehr einfachen Kriterium besteht die Möglichkeit, periodische Kursänderungen zu fliegen, um dann eine tatsächliche Korrelation zwischen Kurswinkel und den Windkomponenten zu berechnen. Eigene Berechnungen zum Windmessung mit der in Kap. 1.3 vorgestellten Hubschrauberschleppsonde *Helipod*, die eine charakteristische Taumelschwingung von 11 s Periodendauer mit deutlicher Amplitude aufweist, zeigen, dass dieses Kriterium mit realen Messdaten abhängig des Turbulenzniveaus der gestörten Atmosphäre unbefriedigend anwendbar ist.

Die Bewertung der Unkorreliertheit von Flugzustand und Vertikalwind nach Azimutänderungen lässt in Anbetracht von Abb. 7.20 nur Erkenntnisse bei großen

Messsystemfehlern erwarten. Darüber hinaus sind aufgrund des eingeschränkten Dynamikbereichs des Flugleistungsmodells keine geeigneten Manöver bekannt.

Für die weitere Untersuchung wird die zweite Hälfte des in dieser Arbeit verwendeten Beispielfluges herangezogen (Abb. 7.22). Der mögliche Einfluss der eigenen Wirbelschleppe kann bei den 180°-Kursänderungen ausgeschlossen werden, weil sich die Flugwege in der horizontalen Projektion nicht unmittelbar vor und nach dem Kursänderungen überdecken und die Wirbelschleppe allenfalls sehr langsam gegenüber dem Eigensinken des Segelflugzeugs absinkt (Pätzold und Macht, 2013). Abb. 7.23 zeigt die in-situ und mittels LiDAR gemessenen horizontalen Windgrößen. Der PPI-Scan fand statt, als das Segelflugzeug in etwa 1200 m passierte (vgl. Abb. 4.9). In der neben dieser Abbildung stehenden Tabelle sind neben der groben Flugrichtungsangabe die notwendigen Zustandsgrößen für die Berechnung des Horizontalwindes als *gemittelte* Größen für die jeweiligen Abschnitte aufgeführt.

Zu erkennen ist, dass die in-situ gemessene Windrichtung bei den beiden grün gekennzeichneten Richtungsänderungen von Nord auf Süd und bei dem magenta gekennzeichneten Richtungswechsel von Ost auf West jeweils eine Änderung von  $\Delta\chi_W \approx 15^\circ$  aufweist. Bei den anderen deutlichen Richtungsänderungen ist dies nicht zu erkennen. Die horizontale Windgeschwindigkeit zeigt Änderungen des Betrages bei Kursänderungen, sind jedoch nicht als systematisch deutbar. Die LiDAR-Messung ist, wie in Kap. 7.1 diskutiert, kein Referenzsystem sondern ihrerseits fehlerbehaftet und stark mittelnd. Der Unterschiede zwischen in-situ und LiDAR-Messung können deshalb nicht als Fehler, sondern nur als Differenzen bewertet werden.

Mit der vereinfachenden Annahme, dass die Windrichtung  $\chi_W = 270^\circ$  beträgt, folgt eine Windrichtungsänderung bei der in-situ Vektordifferenz-Windmessung primär aus der Änderung der Summe aus Kurswinkel und Schiebewinkel. Sie beträgt in etwa  $\Delta(\Psi + \beta) \approx 1,6^\circ$ . Mit einer Standardabweichung der Schiebewinkelmessung von  $\sigma\beta \approx 0,1^\circ$  (nach Tab. 5.3) und der Annahme zum absoluten Schiebewinkelfehler  $\epsilon\beta \approx 3\sigma\beta$  (Kap. 5.2.5) folgt eine Differenz der Kurswinkelbestimmung von  $\Delta\Psi \approx 1,3^\circ$ , ohne das eingeschätzt werden kann, wie sich die statistische Verteilung dieser Unsicherheit des Kurswinkels zeigt.

Bei Kursen senkrecht zum Wind dominiert die Summe aus horizontalem Bahngeschwindigkeitsanteil  $V_{K_g,hor}$  und horizontalem Anteil der TAS. Vereinfachend können horizontale und Gesamtbeträge dieser Geschwindigkeiten gleichgesetzt werden. Die zu bewertende Differenz beträgt  $\Delta(V_{K_g} + TAS) \approx 0,75 \text{ m s}^{-1}$ . Mit der Annahme einer Messunsicherheit des Staudrucks von  $\epsilon q_c = 5 \text{ Pa}$  nach Abb. 7.11b und eines Fehlers der Stau-Statik-Kalibrierung in selber Größe, folgt  $\epsilon TAS \approx 0,35 \text{ m s}^{-1}$  und somit  $\Delta V_{K_g} \approx 0,3 \text{ m s}^{-1}$ .

Die mutmaßlichen Fehler in den horizontalen Komponenten der GNSS-IMU-Kopplung bedeuten im Allgemeinen auch Fehler der vertikalen Komponenten, also der Vertikalgeschwindigkeit  $w_{K_g}$  und des Längsneigungswinkels  $\Theta$ . Abb. 7.23 wird zur Betrachtung

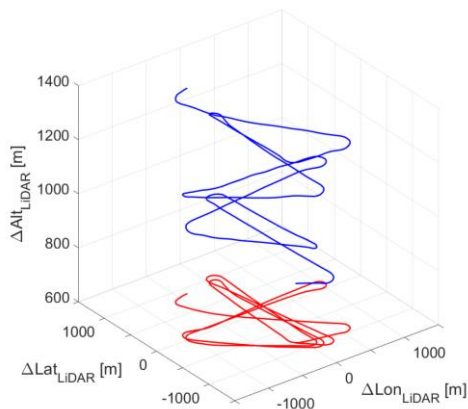


Abb. 7.22: Trajektorienausschnitt aus dem Flug wie in Abb. 4.1

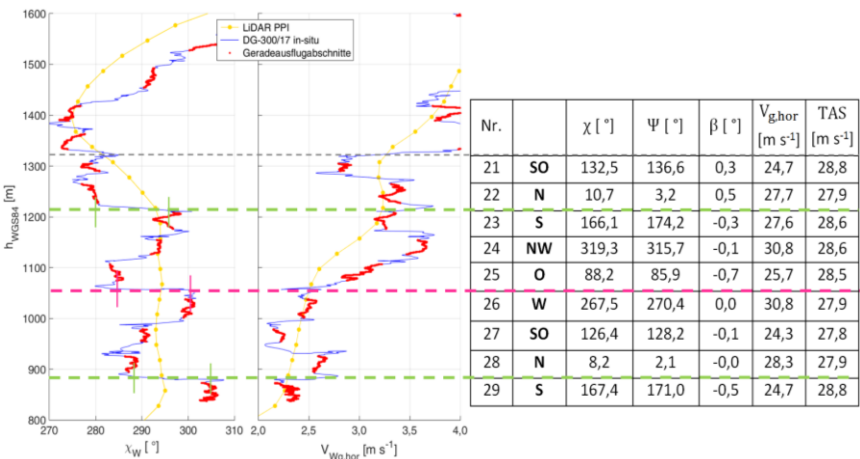


Abb. 7.23: In-situ und ex-situ gemessene Horizontalwindkenngößen mit Flugzustandsgrößen, zur Trajektorie in Abb. 7.22

dieses Einflusses um die gemessenen Vertikalwindkomponenten aus Abb. 7.5, den normierten Massenkraftvektor aus Abb. 7.8 und die mittelwertkorrigierte Anstellwinkeldifferenz aus Abb. 7.20b erweitert (Abb. 7.24). Nach genauerer Betrachtung dieser Abbildung lässt sich schlussfolgern:

- Der Betrag des Massenkraftvektors korreliert nicht erkennbar mit den Azimutänderungen. Dies ist durch den dominierenden Einfluss der Gravitation begründet, die in der vorliegenden Auswertung lediglich über die Positionsbestimmung mit der integrierten Navigation schwach gekoppelt ist.

- Die Auftragung des Scheinlotlängsneigungswinkels  $\theta_{SL}$  erbringt keine verwertbare Aussage, weil der mutmaßliche Einfluss auf die Richtung des Massenkraftvektors  $\vec{R}^m$ , angezeigt durch die Richtung des Scheinlotlängsneigungswinkels  $\theta_{SL}$ , nach Abb. 7.19b durch die bewegungsbedingt größeren realen Werte überdeckt wird (Abb. 7.4). Hierin zeigen sich die Grenzen der Bewertung eines Subsystems als Teil eines Gesamtsystems in stochastisch gestörter Umgebung.
- Die mittelwertbereinigte Anstellwinkeldifferenz korreliert erwartungsgemäß mit der Vertikalwinddifferenz zwischen Lenschow (1972) und dem Gleichungssystem A.
- Die dargestellte mittelwertkorrigierte Anstellwinkeldifferenz kann sowohl aus einem Fehler der drucksensorbasierten direkten Anstellwinkelmessung resultieren, als auch auf einen Richtungsfehler des Massenkraftvektors  $\theta_{SL}$  und einen Fehler des Längsneigungswinkels  $\theta$  hinweisen (Kap. 7.2.3). Der gekennzeichnete Messabschnitt 27 lässt einen derartigen Richtungsfehler des Massenkraftvektors in der Größe des Einflusses der Zentripetalbeschleunigung vermuten, vgl. Abbn. 7.19 und 7.20. Diese Einzelvermutung kann im Rahmen dieser Arbeit jedoch weder bestätigt noch widerlegt werden.
- Fehler im ermittelten Kurswinkel lassen im Allgemeinen darauf schließen, dass Längs- und Querneigungswinkel ebenfalls fehlerbehaftet sind. Eindeutige Hinweise sind in den Messdaten nicht zu erkennen.

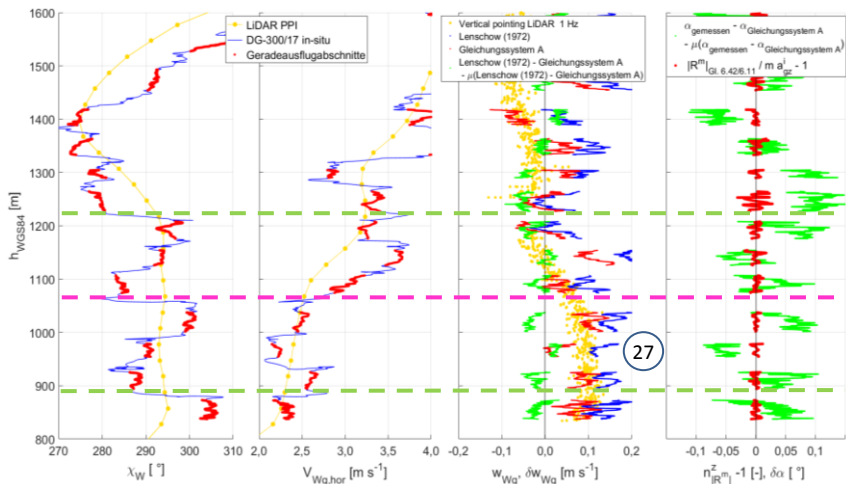


Abb. 7.24a-d: In-situ und ex-situ gemessene Horizontal- und Vertikalwindkenngößen mit Flugzustandsgrößen, Erweiterung von Abb. 7.23

### **Eingrenzung Unsicherheiten der integrierten Navigation**

Für eine Abschätzung der Gesamtsystemunsicherheit in Kap. 7.4 wird *angenommen*, dass die aufgetretenen Differenzen die maximalen absoluten Unsicherheitsgrenzen des Systems erreicht haben, womit folgt:  $\epsilon\Psi \approx 0,7^\circ$  und  $\epsilon V_{Kg} \approx 0,15 \text{ m s}^{-1}$ . Längs- und Querneigung weisen im Allgemeinen gegenüber dem Kurswinkel eine um 50% kleinere Unsicherheit und besser auf, womit folgt:  $\epsilon\Phi = \epsilon\Theta \approx 0,3^\circ$ . Aus Abb. 7.10 kann eine maximale absolute Unsicherheit des Längsneigungswinkels von etwa  $\epsilon\theta \approx 0,1^\circ$  interpretiert werden.

Die Unsicherheit der Geschwindigkeitskomponenten der integrierten Navigation wird zumeist in den Komponenten als identisch angegeben, womit hier folgt:  $\epsilon u_{Kg} = \epsilon v_{Kg} = \epsilon w_{Kg} \approx 0,15 \text{ m s}^{-1}$ . Diese Werte sind verglichen mit einem Datenblatt zur verwendeten Inertialmesseinheit *Litef LLN-G1* in Dambeck und Braun (2013) als sehr präzise messend einzuordnen. Allerdings ist die tatsächliche Genauigkeit eines GNSS-IMU-gekoppelten Systems von der Trajektorien-dynamik abhängig und kann bei hohen Genauigkeitsforderungen nicht pauschal angegeben werden.

Zur weiteren Eingrenzung kann die Vertikalgeschwindigkeit der integrierten Navigation  $w_{kg,INS}$  mit der barometrischen Vertikalgeschwindigkeit  $w_{kg,baro}$  verglichen werden.

$$w_{kg,baro} = \frac{\dot{p}_{stat}}{\rho \cdot \gamma_e} \quad \{7.8\}$$

Abb. 7.25 zeigt zwei typische Resultate mit einem großen Gradienten der Differenz zu Beginn des Messabschnittes (a) und einer gleichbleibenden Differenzcharakteristik über den Messabschnitt (b). Die Standardabweichung der nur näherungsweise normalverteilten Differenzen nach Gl. 7.8 beträgt für den Beispielflug  $\sigma(w_{kg,baro} - w_{kg,INS}) \approx 0,032 \text{ m s}^{-1}$ . In Ermangelung weiterer Informationen über die Unsicherheiten wird nach Gl. 5.30 von unkorrelierten Unsicherheiten beider Messungen in derselben Größe ausgegangen womit nach Gl. 5.32 folgt:

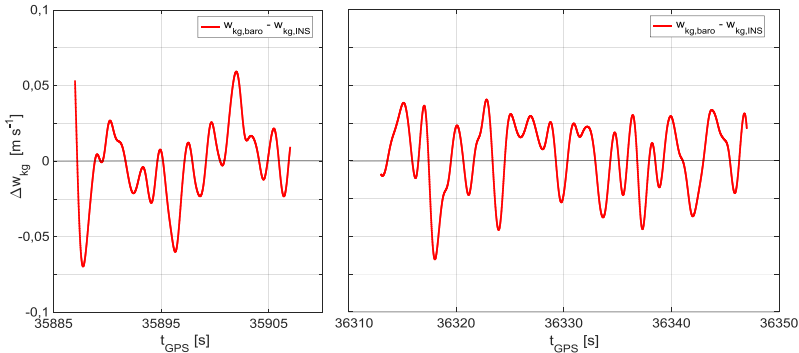
$$\epsilon w_{Kg} = 3 \cdot \sqrt{\left(\sigma(w_{kg,baro} - w_{kg,INS})\right)^2 / 2} \approx 0,07 \text{ m s}^{-1} \quad \{7.9\}$$

Diese maximale absolute Unsicherheit der Vertikalgeschwindigkeit entspricht etwa 50% der zuerst getroffenen Annahme. Vörsmann (1985) gibt  $\epsilon w_{Kg} = 0,05 \text{ m s}^{-1}$  an.

Die Integrale der Vertikalgeschwindigkeiten sind konsistent mit den gemessenen Höhen. Die Unsicherheit der Vertikalgeschwindigkeit ist demnach mittelwertfrei. Nach Abb. 7.25 folgt eine Dynamik der Vertikalgeschwindigkeitsunsicherheiten mit Zeitkonstanten in der Größenordnung von  $10^0 \text{ s}$ . Sie ist demnach als momentane Unsicherheiten zu verstehen.

### **Fazit Bewertung der Unkorreliertheit**

Es lässt sich am Beispiel zeigen, dass die Forderung der Unkorreliertheit von ermitteltem Windvektorfeld und den Flugzustandsgrößen für die horizontalen Windanteile nicht erfüllt ist. Die auftretenden Differenzen sind in dieser Größenordnung von Vörsmann (1985) als Fehler der direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung mit damaliger Technologie genannt, vgl. Tab. 4.1.



**Abb. 7.25a+b: Vergleich der barometrischen mit der Vertikalgeschwindigkeit der GNSS-IMU-Kopplung für die Abschnitte 21 (a) und 27 (b) nach Abb. 7.23, Zeitachse jeweils gleichskaliert**

Die messsystembedingten horizontalen Fehler können zu einem relevanten Teil auf die integrierte Navigation zurückgeführt werden. Der Kurswinkel weist Differenzen von bis zu  $1,3^\circ$  auf. Die Fehler der Vertikalbewegung sind nicht direkt abzuleiten. Richtungsfehler des Massenkraftvektors in der Größenordnung von  $0,1^\circ$  können nicht ausgeschlossen werden, was zu einem Vertikalwindfehler in den Gleichungssystemen A und B von  $\delta w_{Wg, \epsilon \theta_{SL}} \approx 0,05 \text{ m s}^{-1}$  führen kann (vgl. Abb. 7.19).

### 7.3 Vereinfachungen der Windmessung mittels Flugleistung des Segelflugezeugs

Die vorgestellten Gleichungssysteme A und B verwenden neben der Flugleistungsinformation dieselben gemessenen Winkel wie die direkte in-situ Vektordifferenz-Windmessung. Aus operationeller Sicht ist bei Segelflugezeugen der Verzicht auf die Anstell- und Schiebewinkelmessung erstrebenswert. Eine Anstell- und Schiebewinkelmessung beeinflusst nicht nur den Widerstand des Segelflugezeugs, sondern ist auch beschädigungsgefährdet. Anströmvektormessungen, die den gesamten Vorderrumpf des Segelflugezeugs als Sonde verwenden, sind verschmutzungsanfällig und benötigen gegenüber Fünflochsonden aufwendigere Beschreibungen des Zusammenhangs zwischen den gemessenen Drücken und den Anströmwinkeln. Lagewinkelmesssysteme sind vergleichsweise einfach zu installieren, jedoch kostenintensiv.

Die Möglichkeiten der Vereinfachung der Windmessung sind vielfältig und eine pauschale Aussage nicht möglich, da die Qualität der jeweiligen Lösung nicht nur von der konzeptionellen Vereinfachung abhängt, sondern ebenfalls von der Messdatenqualität. Zwei Fälle der Vereinfachung gegenüber dem Datenumfang der DG-300/17 werden mit den vorliegenden Messdaten betrachtet:

1. Anstell- und Schiebewinkel werden nicht gemessen
2. Anstell- und Schiebewinkel, Quer- und Längsneigung, sowie die Beschleunigungen in Längs- und Querrichtung werden nicht gemessen (Lagewinkelmessung reduziert auf die Azimutmessung und Messung der flugzeugfesten z-Beschleunigung)

Es existieren darüber hinaus Algorithmen die ohne Azimutmessung aus der Änderung des Azimuts die Windrichtung schätzen (XCSoar, 2013). Da sich der hier behandelte quasi-stationäre Geradesauflug durch sehr geringe Azimutänderungen auszeichnet, wird auf eine Untersuchung dieser Ansätze verzichtet.

#### Zu 1.:

Der Gesamtauftriebsbeiwert wird mit den flugzeugfest gemessenen Lastvielfachen berechnet:

$$C_A = \frac{2 \cdot n^{fz} \cdot m \cdot g_e}{\rho \cdot S \cdot V_{TAS}^2} \quad \{7.10\}$$

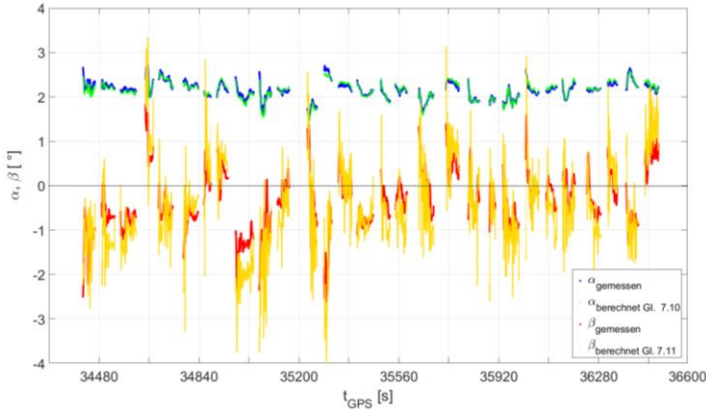
Mit Gl. 6.22, einem theoretisch ermittelten Auftriebsanstieg und geschätzten Nullanstellwinkel kann der Anstellwinkel grob bestimmt werden und sodass der Fehler in den Transformationen A.III und B.IV gering ist. Abb. 7.12 zeigt die Zulässigkeit der vereinfachenden Annahme der flugzeugfest gemessenen Beschleunigung.

Für die Ermittlung des Schiebewinkels zur Berechnung von A.II und B.II wird für kleine Schiebewinkel angenommen, dass der Seitenkraftbeiwert im flugzeugfesten Koordinatensystem  $C_{YA\beta}$  dem negativen Wert des Querkraftbeiwertes im aerodynamischen Koordinatensystem  $C_{Q\beta}$  entspricht und dieser in der Größenordnung bekannt ist. Aus der flugzeugfest gemessenen Querbeschleunigung kann der Schiebewinkel grob bestimmt werden:

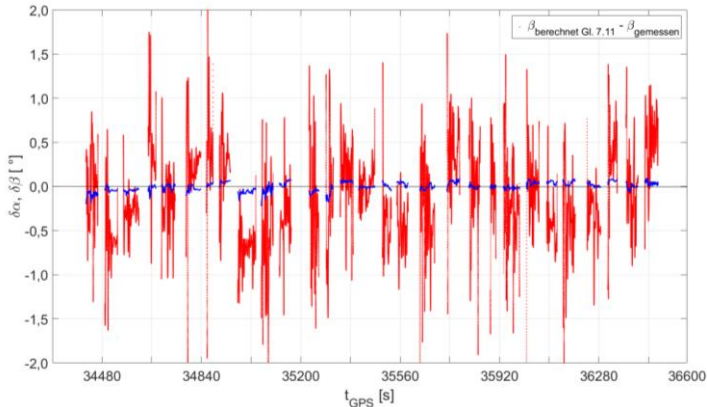
$$\beta = \frac{2 \cdot a_{yf} \cdot m}{\rho \cdot S \cdot V_{TAS}^2 \cdot (-C_{Q\beta})} \quad \{7.11\}$$

Die Abb. 7.26 und Abb. 7.27 zeigen den Vergleich der mit den Gl. 7.10 und 7.11 berechneten mit den gemessenen Winkeln für den Beispielflug. Während die Anstellwinkelberechnung zu guten Ergebnissen führt, ist der mit Gl. 7.9 berechnete Schiebewinkel deutlich gestörter, wenngleich prinzipiell mit den gemessenen Werten übereinstimmend. Eine vollständige Kenntnis der Derivative der Seitenbewegung lässt nach Myschik et al. (2004) eine deutliche Verbesserung der Schiebewinkelrekonstruktion erwarten, wird in dieser Arbeit aber nicht weiter verfolgt. Eine Glättung des berechneten Schiebewinkels kann für nachträgliche Berechnungen angewandt werden, führt ohne Verbesserungen der Modellierung bei Echtzeitberechnungen vermutlich zu Phasenverschiebungen, die eine Korrektur des schiebewinkelabhängigen Widerstandes hinfällig werden lassen.





**Abb. 7.26: Gemessene und berechnete Anströmwinkel, Flug wie Abb. 4.1**



**Abb. 7.27: Differenz von gemessene und berechneten Anströmwinkeln, Flug wie Abb. 4.1**

### Zu 2.:

Auftriebsbeiwert und Anstellwinkel werden wie im 1. Vereinfachungsfall beschrieben berechnet und der Schiebewinkel wird zu Null angenommen. Die beiden nicht gemessenen Lagewinkel können aus den vorliegenden Messwerten vereinfachend bestimmt werden. Für Gleichungssystem A kann direkt angesetzt werden:

$$\Theta \approx \alpha - \gamma_{AE} + \Theta_{SL} \quad \{7.12\}$$

Der noch einfachere Ansatz in Gl. 7.13 führt zu einem ähnlichen Resultat (Abb. 7.28+29) und wird für die Vereinfachung 2 angenommen.

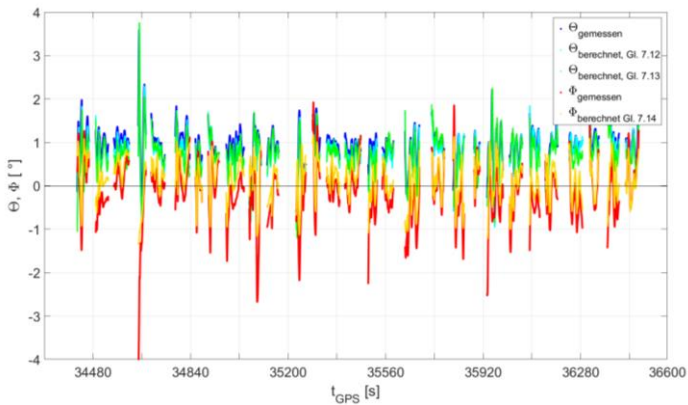
$$\Theta \approx \alpha - \gamma \quad \{7.13\}$$

Für die Querneigung gilt:

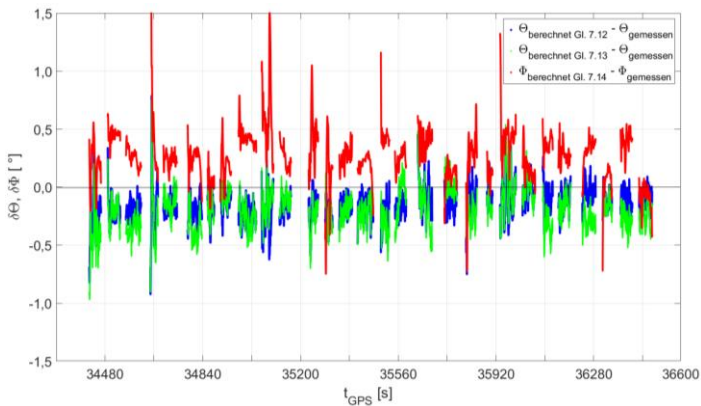
$$\Phi \approx \text{atan}\left(\frac{\dot{\chi}^{TAS}}{g_e}\right) \quad \{7.14\}$$

Die Abbildungen 7.28 und 7.29 zeigen die gute Übereinstimmung von Messung und Berechnung beider Lagewinkel für Geradeausflugabschnitte in störungsarmer Atmosphäre. Mit diesen Annahmen für die in den Vereinfachungsfällen nicht gemessenen Zustandsgrößen können die Gleichungssysteme A und B gelöst werden.

Die Lösungen beider Gleichungssysteme unterscheiden sich in beiden Vereinfachungsfällen nicht relevant. Die Abb. 7.30 und 7.32 zeigen vergleichend die drei Windkomponenten. Im Vertikalkanal zeigt die Vereinfachung 1 kaum Abweichungen zum Referenzwert, während die Vereinfachung 2 bereits Differenzen zeigt, die nach Lenschow (1972) mit korrigiertem Anstellwinkel-Offset folgen würden. In den horizontalen Windgrößen zeigt sich wiederum die Sensibilität der Vektordifferenz-Windmessung, in diesem Fall auf Fehler der Schiebewinkelbestimmung.



**Abb. 7.28: Gemessene und berechnete Längs- und Querneigung, Flug wie Abb. 4.1**



**Abb. 7.29: Differenz von gemessener und berechneter Längs- und Querneigung, Flug wie Abb. 4.1**

### Fazit Vereinfachungen der segelflugleistungs-basierten Windmessung

Die Anstellwinkelmessung ist vollständig durch Nutzung der Flugleistung ersetzbar, während der Schiebewinkel bereits in störungsarmer Atmosphäre nur ungenau durch andere Messung ersetzt werden kann. Eine fehlende Querneigungsmessung verschlechtert die Situation deutlich. Stärker gestörte atmosphärische Bedingungen lassen deutlich größere Fehler erwarten. Über mögliche Mittelungen und Glättungen der Messwerte ist in Hinblick auf die Anwendung zu entscheiden.

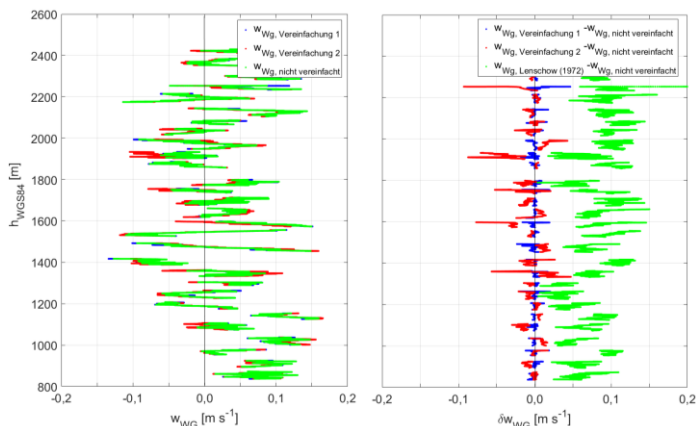


Abb. 7.30: Vergleich Absolutwerte und Differenzen im Vertikalwind der vereinfachten und nicht vereinfachten Windmessung

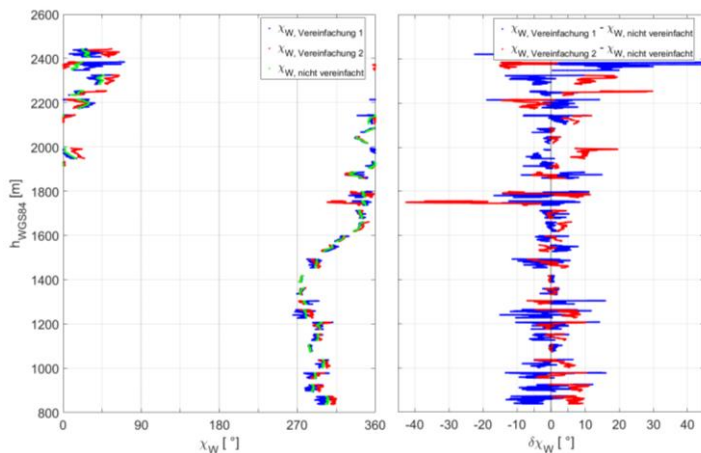
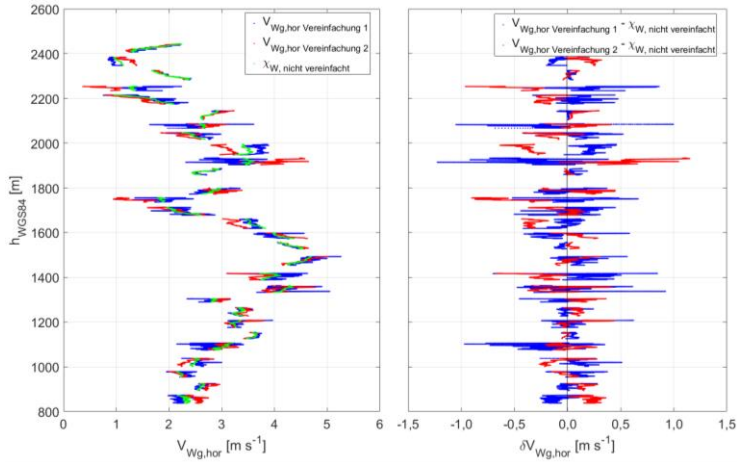


Abb. 7.31: Vergleich Absolutwerte und Differenzen der Horizontalwindrichtung der vereinfachten und nicht vereinfachten Windmessung



**Abb. 7.32: Vergleich Absolutwerte und Differenzen der Horizontalwindgeschwindigkeit der vereinfachten und nicht vereinfachten Windmessung**

#### 7.4 Gesamtbewertung der Windmessung mittels Segelflugzeug

Die dargestellten Ergebnisse der Windmessung in Kap. 7.2.1 zeigen eine plausible Übereinstimmung der direkten mit der segelflugleistungs-basierten in-situ Vektordifferenz-Windmessung. Das Defizit der sich auf den Windvektor auswirkenden segelflugzeug-typischen Flugbahnschwingungen in den bisherigen Ansätzen ist mit der vollständigen vektoriellen Formulierung der Bewegungsgleichungen behoben. Darüber hinaus zeigen sich Schwierigkeiten die kinematischen und Flugleistungskorrekturen durch ihre Auswirkung auf den ermittelten Windvektor hinsichtlich Plausibilität zu bewerten. Dies liegt zum einen am turbulenten Verhalten der Atmosphäre, das auch bei sehr niedrigen Turbulenzintensitäten die Auswirkungen der Korrekturen überdeckt. Zum anderen mangelt es an Fehler-charakterisierungen der verwendeten Messwerte.

##### Diskussion der Gesamtunsicherheit der Vertikalwindmessung

Die Betrachtung der Gesamtmessunsicherheit wird gemäß Kap. 1.5 auf den Vertikalwind beschränkt. Bei der Ermittlung der Horizontalwindkomponenten zeigen sich zwischen segelflugleistungs-basierter und direkter Windmessung erwartungsgemäß nur sehr geringe Unterschiede.

Die Messgleichungen der direkten (Gl. 4.8/6.16) und der segelflugbasierten (6.18) in-situ Vektordifferenz-Windmessung unterscheiden sich lediglich in den Rotationsmatrizen des zweiten Terms:

$$\bar{\mathbf{V}}_{Wg} = \underline{\mathbf{M}}_{gk} \bar{\mathbf{V}}_K - \underline{\mathbf{M}}_{gf} \underline{\mathbf{M}}_{fa} \bar{\mathbf{V}} \quad \{6.16/4.8\}$$

$$\bar{\mathbf{V}}_{Wg} = \underline{\mathbf{M}}_{gk} \bar{\mathbf{V}}_K - \underline{\mathbf{M}}_{gk} \underline{\mathbf{M}}_{ka} \bar{\mathbf{V}} \quad \{6.18\}$$

Die Horizontalwindgenauigkeit unterscheidet sich praktisch nicht, weil die Flugleistungseigenschaft im quasistationären Geradeausflug primär die Vertikalrichtung betrifft. Für den Vertikalwind wurde in Kap. 6.1.6 vereinfachend dargestellt:

$$\{6.16\} \rightarrow w_{Wg} \approx w_{Kg} - V_{TAS} \cdot \sin(\alpha - \Theta) \quad \{6.34\}$$

$$\{6.18\} \rightarrow w_{Wg} \approx w_{Kg} - V_{TAS} \cdot \sin(\gamma_{SL} - \Theta_{SL}) \quad \{6.35\}$$

Die gesuchte Unsicherheit der Vertikalwindmessung wäre nach klassischer Fehlerrechnung in systematische und stochastische Fehler zu trennen. Mit der Trennung in zeitinvariante und zeitvariante Unsicherheiten in Bezug auf die Dauer eines Fluges ( $10^4$  s) in Kap. 7.2.3 wurde diese Betrachtung bereits begonnen. Allerdings sind einige dominierenden zeitvarianten Unsicherheiten während eines Fluges nicht als eindeutig stochastisch zu kennzeichnen (Kap. 7.2.5). Die Betrachtung des Zeithorizontes eines Fluges vernachlässigt praktisch relevante zeitvariante Fehler auf größeren Zeitskalen, z.B. die Nullpunktdriften von Sensoren zwischen Kalibrierzeitpunkten, die über den Zeitraum von Jahren sich leicht ändernde Flugleistung des verwendeten Segelflugzeugs oder singuläre Ereignisse wie wartungsbedingte Demontagen/Montagen von richtungssensitiven Sonden und Sensoren.

Unklar ist die Auswirkung der vermuteten Korrelation der Unsicherheiten der Bahngeschwindigkeit mit dem Längsneigungswinkel  $\Theta$  bzw. dem Scheinlotlängsneigungswinkel  $\Theta_{SL}$  und somit die Auswirkung einer solchen Korrelation. Des Weiteren sind sekundäre Korrelationseffekte über die Zustandsgrößenkopplung z.B. im Flugleistungsmodell möglich.

Die Gesamtheit der diskutierten Unsicherheiten zeichnet ein komplexes Unsicherheitsverhalten. Beschreiben und bewerten lässt sich diese Charakteristik nicht mehr durch einfache analytische Formulierungen, sondern nur durch mathematisch höherwertige Ansätze und Gesamtsystembetrachtungen, wie z.B. in Dambeck (1999) und Jekeli (2003), wofür allerdings die Unsicherheitscharakteristiken der einzelnen Zustandsgrößen fehlen.

Zur abschließenden Bewertung der in-situ Windmessung in dieser Arbeit wird deshalb vereinfachend die maximale absolute Unsicherheit nach Gl. 5.31 bestimmt, wofür die zeitvarianten Unsicherheiten im Hinblick auf den angestrebten Dynamikbereich der Windmessung bis 1 Hz als zeitinvariant angenommen werden. Die maximalen absoluten Unsicherheiten zu den Gln. 6.34 und 6.35 berechnet sich nach Gl. 5.31 am Arbeitspunkt nach:

$$\{6.34\} \rightarrow \epsilon w_{Wg} = \epsilon w_{Kg} + \epsilon TAS \cdot \sin(\mu(\alpha - \Theta)) + \mu(TAS) \cdot \sin \epsilon \alpha + \mu(TAS) \cdot \sin \epsilon \Theta \quad \{7.15\}$$

$$\begin{aligned} \{6.35\} \rightarrow \epsilon w_{Wg} = \epsilon w_{Kg} + \epsilon TAS \cdot \sin(\mu(\gamma_{AE} - \Theta_{SL})) + \mu(TAS) \cdot \sin \epsilon \gamma_{AE, absolut} \\ + (TAS) \cdot \sin \epsilon \gamma_{AE, relativ} + \mu(TAS) \cdot \sin \epsilon \Theta_{SL} \end{aligned} \quad \{7.16\}$$

mit dem Arbeitspunkt:

$$TAS = 28 \text{ m s}^{-1}$$

$$\mu(\alpha - \theta) = \mu(\gamma_{AE} - \theta_{SL}) = 1,5^\circ$$

In den zuvor abgeleiteten und nachfolgend zitierten Angaben zu den Unsicherheiten verschiedener Zustandsgrößen zeigen sich deutliche Unterschiede, zum Teil um eine Größenordnung. Es werden deshalb drei verschiedene Fälle konstruiert, um mittels einer Einschätzung der in dieser Arbeit abgeleiteten Situation (Fall 1), einer konservativen (Fall 2) und einer progressiven (Fall 3) Bewertung das Potenzial der beiden verschiedenen in-situ Vektordifferenz-Windmessungen aufzuzeigen. Die angenommenen absoluten Unsicherheiten sind in Tab. 7.3 zusammengefasst. Stochastische Unsicherheiten werden im Rahmen dieser Arbeit als klein vernachlässigt. Damit folgen die in Tab. 7.4 verzeichneten absoluten Unsicherheiten nach Gl. 7.14 und 7.15 für die Fälle 1 bis 3 jeweils aufgeschlüsselt nach den Anteilen und als Summe.

### **Interpretation der Ergebnisse der Gesamtunsicherheitsbetrachtung**

- Die Berechnung zur maximalen absoluten Unsicherheit erfolgt sehr konservativ. Unsicherheitsverringern wirkende Charakteristiken werden komplett vernachlässigt.
- Die Werte in Tab. 7.4 sind als maximale absolute Unsicherheit für die Dauer eines Fluges zu verstehen ( $10^4 \text{ s}$ ). Weil die Fehlerhinweise in den Kapiteln 7.2.3 und 7.2.5 signifikante Abweichungen von einer Normalverteilung bei der hier angestrebten Nutzdatenrate aufweist, ist die Ermittlung einer mittleren absoluten Unsicherheit nach Gl. 5.30 nicht zulässig. Die statistische Verteilung des tatsächlichen Fehlers innerhalb der maximalen absoluten Unsicherheit kann derzeit nicht angegeben werden.
- Die verwendete Messtechnik bildet nicht den aktuell möglichen Stand der Technik ab. Dieser wird in etwa mit Fall 2 dargestellt.
- Die geringen Unsicherheiten im Fall 3 sind ohne geeignete Nachweise für die anzutreffenden Randbedingungen als Zielgrößen zu sehen (Tab. 7.3).
- Die in Tab. 7.4 dargestellte maximale absolute Unsicherheit berücksichtigt nicht die durch Langzeitdrift oder operationell bedingten Unsicherheiten  $\epsilon\alpha_0$  und  $\epsilon\theta_0$  bzw. die Langzeitdrift der absoluten Flugleistung  $\epsilon\gamma_{SL, \text{absolut}}$ . Die Differenz der Vertikalgeschwindigkeitsmessungen direkt und segelflugleistungs basiert ist Folge dieser Unsicherheiten (Gl. 7.4.) und beträgt im Beispielflug etwa  $|\delta w_{Wg, Gl. 7.4}| \approx 0,07..0,08 \text{ m s}^{-1}$  (Abb. 7.5b). Insgesamt wird eingeschätzt, dass die Drift der absoluten Flugleistung  $\epsilon\gamma_{SL, \text{absolut}}$  deutlich langsamer erfolgt, als die Drift der beteiligten Sensoren, sodass die Frequenzbereiche der minimalen Unsicherheit zwischen segelflugleistungs basierte und direkte Windmessung um etwa 2..3 Dekaden verschoben sind, womit beiden Methoden komplementär sind.

	Fall 1	Fall 2	Fall 3
$\epsilon w_{Kg}$	0,07 m s <sup>-1</sup> (Kap. 7.2.5)	0,07 m s <sup>-1</sup> /3 = 0,023 m s <sup>-1</sup>	0,005 m s <sup>-1</sup> (IGI mbH, 2012: AEROcontrol-III)
$\epsilon TAS$	0,35 m s <sup>-1</sup> (Kap. 7.2.5)	0,35 m s <sup>-1</sup> /3 = 0,12 m s <sup>-1</sup>	0,07 m s <sup>-1</sup> (Schmerwitz, 1988)
$\epsilon \alpha$	0,035° ( $\epsilon p_\alpha \approx 2$ Pa) (Kap. 7.2.3)	0,035° ( $\epsilon p_\alpha \approx 2$ Pa)	0,018° ( $\epsilon p_\alpha \approx 1$ Pa)
$\epsilon \Theta$	0,3° (Kap. 7.2.5)	0,1° (Dambeck und Braun, 2013)	0,03° (Dambeck und Braun, 2013)
$\epsilon \gamma_{AE,absolut}$	0,125° (Abb. 5.5b)	0,125°/2 = 0,063°	0,125°/4 = 0,031°
$\epsilon \gamma_{AE,relativ}$	0,015° (Abb. 5.38)	0,015°	0,015°/2 = 0,008°
$\epsilon \Theta_{SL}$	0,1° (Kap. 7.2.5)	0,1°/3 = 0,033° ( $\triangleq \epsilon \Theta_{Fall2}/\epsilon \Theta_{Fall1}$ )	0,01° ( $\epsilon a_{gx} = \epsilon a_{gy} \approx 0,0025$ m s <sup>-2</sup> )

Tab. 7.3: Übersicht der angenommen Unsicherheiten für die Genauigkeitsabschätzung

		$\epsilon w_{Wg}$ [m s <sup>-1</sup> ]	$\epsilon w_{Kg}$ [m s <sup>-1</sup> ]	$\epsilon TAS$ [m s <sup>-1</sup> ]	$\epsilon \alpha$ [m s <sup>-1</sup> ]	-	$\epsilon \Theta$ [m s <sup>-1</sup> ]
Maximale absolute Unsicherheit der direkten in- situ Vektordifferenz- Windmessung (Gl. 7.15)	Fall 1	0,243	0,07	0,009	0,017	-	0,147
			29%	4%	7%	-	60%
	Fall 2	0,092	0,023	0,003	0,017	-	0,049
			25%	3%	19%	-	53%
	Fall 3	0,030	0,005	0,002	0,009	-	0,03
			17%	6%	28%	-	49%
Maximale absolute Unsicherheit der segelflugleistungs- basierten in-situ Vektordifferenz- Windmessung (Gl. 7.16)	Fall 1	0,196	0,07	0,009	0,061	0,007	0,049
			35%	5%	31%	4%	25%
	Fall 2	0,080	0,023	0,003	0,031	0,007	0,016
			29%	4%	38%	9%	20%
	Fall 3	0,031	0,005	0,002	0,015	0,004	0,005
			16%	6%	50%	12%	16%

Tab. 7.4: Maximale absolute Unsicherheit der in-situ Vektordifferenz-Windmessungen

- Die segelflugleistungs-basierte weist gegenüber der direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung relevant niedrigere Unsicherheiten auf, bei unterschiedlichen dominierenden Messgrößen. Dies prädestiniert das Segelflugzeug als Messträger zur Entwicklung und Evaluation fluggestützter Windmesssysteme.
- Der in Kap. 6.1.6 benannte konzeptionelle Vorteil der segelflugbasierten gegenüber der direkten in-situ Vektordifferenz-Vertikalwindmessung relativiert sich durch den großen Anteil der Unsicherheit der Vertikalkomponente der Bahngeschwindigkeit und die Unsicherheit der absoluten Flugleistung in großem Maße, woraus sich zukünftige Forschungsanforderungen ableiten.

Die Vertikalwindspektren der direkte und die segelflugleistungs-basierte in-situ Vektordifferenz-Windmessung zeigen für die Geradeausflugabschnitte keine bewertbaren Differenzen.

### **Vergleich in-situ Windmessung mit LIDAR-Windmessung**

Der Vergleich der in-situ mit den ex-situ mittels LIDAR gemessenen Vertikalwindgeschwindigkeiten (Abb. 7.5) zeigt keine Differenzen, die nicht durch die Unsicherheit nach Tab. 7.4 und Kap. 3.3 plausibel sind. Für eine weiterführende Analyse sind die Unsicherheiten der in-situ-Messung und der LIDAR-Messung tiefergehend zu analysieren. Zudem sind Konzepte zu entwickeln, um die spektral und räumlich sehr verschieden auflösenden Messungen vergleichen zu können.

### **Fazit Diskussion der Gesamtunsicherheit**

Die in der Forschungshypothese benannte absolute Genauigkeit der Vertikalwindmessung unter Nutzung der Flugleistung eines Segelflugzeugs in der Größenordnung von  $0,1..0,01 \text{ m s}^{-1}$  in einem Dynamikbereich von  $0..10^0 \text{ Hz}$  kann mit den vorhandenen Messdaten weder hinreichend belegt noch widerlegt werden. Der in Kap. 6.1.6 erarbeitete konzeptionelle Vorteil der segelflugleistungs-basierte in-situ Vektordifferenz-Windmessung führt durch Unsicherheiten der Bestimmung der absoluten Flugleistung und allgemein durch Messunsicherheiten zu moderaten Vorteilen segelflugleistungs-basierten gegenüber der direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung. Insgesamt ist von einem langzeitstabileren Verhalten eines segelflugleistungs-basierten gegenüber einem direkten in-situ Vektordifferenz-Windmesssystem auszugehen.

### **Nutzen der segelflugleistungs-basierte in-situ Vektordifferenz-Windmessung**

Der aktuelle Hauptnutzen der segelflugleistungs-basierte in-situ Vektordifferenz-Windmessung ist das Potenzial zur Weiterentwicklung der fluggestützten Windmesstechnik. Unter Nutzung der sehr genau zu beschreibenden flugmechanischen Eigenschaften kann derselbe Windvektor mittels unterschiedlich messfehlersensitiver Formulierungen bestimmt werden, womit die Fehler der betreffenden Messwerte beobachtbar werden. Ein relevanter Teil der Messgrößen für die Windvektorbestimmung entzieht sich jedoch dieser Methode der Fehlerbeobachtung und ist anderweitig zu untersuchen.



Ein expliziter Vorteil der segelflugleistungs-basierte in-situ Vektordifferenz-Windmessung für meteorologische Zwecke ist zum aktuellen Zeitpunkt weder begründbar noch zu verneinen. Hierzu ist, wie zuvor umfassend dargestellt, das Fehlverhalten der Messwerte genauer zu charakterisieren und mögliche geeignetere Messtechnik zu bewerten.

#### **Ableitung von Erkenntnissen für motorisierte Flächenflugzeuge**

Das in den Kapiteln 5 und 6 erarbeitete Vorgehen ist prinzipiell auch für motorisierte Flächenflugzeuge gültig. Allerdings müssten der Schubvektor und alle Wechselwirkungen mit der Umströmung des Flugzeugs hinreichend genau bestimmt werden können. Je nach Triebwerkskonfiguration ist zusätzlich der Drall des/der Triebwerke zu berücksichtigen. Nachteilig ist für eine präzise Messung ist zudem die Flugmassenänderung durch Treibstoffverbrauch, womit sich draus folgend Änderungen des Fluggewichtsschwerpunktes und Re-Zahl-bedingte Auswirkungen auf die Flugleistung ergeben. Insgesamt ist nicht erkennbar, dass der triebwerksbedingte Modellierungs- und Identifizierungsmehraufwand in einer vergleichbar genauen Flugleistungsbeschreibung wie für ein Segelflugzeug mündet.

Die in-situ Vektordifferenz-Windmessung auf motorisierte Flächenflugzeuge kann von der Verbesserung der Messtechnik durch Nutzung der segelflugleistungs-basierten in-situ Vektordifferenz-Windmessung profitieren.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde die in-situ Messung des Windvektors unter Nutzung der Flugleistung eines Segelflugzeuges umfassend untersucht. Der Schwerpunkt lag dabei auf der flugphysikalischen Beschreibung der Berechnung des Windvektors aus den gemessenen Flugzustandsgrößen und der Modellierung der Flugleistung des Segelflugzeugs. Die Arbeit nutzt Realmessdaten aus Flugversuchen mit dem Referenzsegelflugzeug DG-300/17 des DLR. Die absolute Flugleistung, die Freiflugkalibrierung des Staudruck-Statikdruck-Systems und die Flugmessdaten wurden als gegeben vorausgesetzt.

Zu Beginn wurden in dieser Arbeit Windmodelle zu Charakterisierung der zu messenden Größe dargelegt. Hierzu kann zum einen von einfachen analytisch beschreibbaren Windvektorfeldern ausgegangen werden, also von konstanten, Windfeldern mit linearen und harmonischen Gradienten. Schwieriger ist die in der Realität herrschende turbulente Eigenschaft der Atmosphäre zu greifen, wofür die in der Meteorologie angewandte Modellvorstellung dargelegt wurde. Anhand von Flugmessdaten und der zugehörigen subjektiven Piloteneinschätzung wurde die vorliegende Turbulenz mit den gängigen Kriterien Turbulente Kinetische Energie, Eddy Dissipation Rate, Anisotropie der Turbulenz und dem spektralen Erscheinen bewertet. Hierbei zeigt sich im Median ein eindeutiger Zusammenhang zwischen den Turbulenzkennwerten und der subjektiven Einschätzung, allerdings mit großen Streuungen. Eine grundsätzlich quantitative Eingrenzung der zulässigen Turbulenz für die Nutzung der Segelflugleistung für die Vertikalwindmessung ist damit gegeben, die Weiterentwicklung zu einem eindeutigeren Turbulenzkriterium wird angeregt.

Die bei motorisierten Flugzeugen übliche in-situ Windmessung basiert auf der direkten Messung des Anströmgeschwindigkeitsvektors des Flugzeugs, der Messung des Geschwindigkeitsvektors gegenüber der Erde und von Winkeln zur Transformation in ein gemeinsames Koordinatensystem zwecks Differenzbildung (direkte in-situ Vektordifferenz-Windmessung). Eigenschaften des Trägersystems gehen nicht in die Berechnung ein. Die Gleichungen hierzu wurden umfassend dargestellt.

Segelflugzeuge weisen eine große Sensitivität gegenüber der herrschenden Vertikalwindkomponente auf, was den typischen operationellen Einsatz mit Nutzung verschiedener atmosphärischer Aufwindquellen kennzeichnet. Für die Nutzung dieser Eigenschaft zur in-situ Vertikalwindbestimmung werden in der Literatur einachsige Geschwindigkeitsbeziehungen und Bewegungsgleichungen mit vereinfachenden Annahmen verwendet. Allen dargestellten Lösungen ist gemein, dass dem ermittelten Vertikalwind niederfrequente Oszillationen überlagert sind, die auf die Dynamik der Längsbewegung des Segelflugzeugs zurückzuführen sind.

Die in dieser Arbeit dargestellt Windvektormessung erfolgt ohne Modellannahmen zum Windfeld. Die analytischen Windfeldbeschreibungen und das ermittelte zulässige

Turbulenzniveau wurden verwendet, um den möglichen Einfluss auf die Flugleistung des Segelflugzeugs abzuschätzen. Die idealisierten Windgradienten haben keinen relevanten Einfluss auf die aerodynamische Flugleistung und können mit aktueller Messtechnik auch nicht direkt beobachtet werden. Die Wechselwirkung der turbulenten Atmosphäre mit der Flugleistung ist beim als zulässig angenommenen Turbulenzniveau als grundsätzlich vernachlässigbar einzuordnen.

Aus der Diskussion weiterer Einflussgrößen auf die Flugleistung wurden der Einfluss der Reynolds-Zahl, des Schiebewinkels und der Drehbeschleunigung um die Querachse auf Basis von Freiflugmessungen und Flugzustandsgrößen für eine relative Korrektur der absoluten Flugleistung am Beispiel der DG-300/17 modelliert. Der Reynoldszahl-Effekt dominiert die anderen Einflüsse deutlich und kann bis etwa 3 % des Gesamtwiderstandsbeiwertes im typischen Segelflugeinsatzbereich erreichen. Die maximale absolute Unsicherheit der Flugleistung aufgrund nichtkorrigierter und fehlerhaft korrigierter Einflüsse liegt mit konservativen Annahmen im unteren Flugeschwindigkeitsbereich der DG-300/17 zwischen 1 % bis 1,5 % des Gesamtwiderstandsbeiwertes bzw. unter  $0,01 \text{ m s}^{-1}$ . Das resultierende Flugleistungsmodell setzt sich aus der absoluten Flugleistung beim Referenzzustand und Korrekturen aufgrund von Abweichungen von diesem Referenzzustand zusammen.

Die Beschreibung der Bewegung des auf den Massenmittelpunkt reduzierten Segelflugzeugs (Ein-Punkt-Modell) erfolgt mittels der aus dem Impulsänderungssatz abgeleiteten Bewegungs-gleichungen. Die Vereinfachungen hin zu reinen Geschwindigkeitsgleichungen mit einer Entkopplung von Längs- und Seitenbewegung wurde in Hinblick auf die Messaufgabe diskutiert und begründet. Aufgrund der rotierenden und nichtebenen Erde sind Zentripetal- und Coriolisterme in die Bewegungsgleichungen aufzunehmen. Trotz der Entkopplung von Längs- und Seitenbewegung wurde die Bewegungsgleichung vollständig vektoriell umgesetzt. Die zur Beschreibung von Segelflugzeugbewegungen häufig verwendeten Energiebeziehungen werden als ungeeignet angesehen.

Das Flugleistungsmodell geht über den Luftkraftvektor in die Bewegungsgleichung ein. Während die Flugleistung das Verhältnis der Komponenten des Luftkraftvektors beschreibt (Richtungsinformation), wurden für die Bestimmung des Luftkraftvektorbetrages (Betragsinformation) zwei Ansätze aufgezeigt. Neben der Auftriebsbeiwertbestimmung aus gemessenem Anstellwinkel und identifiziertem Auftriebsanstieg kann mit erhöhtem Rechenaufwand der Luftkraftvektor aus dem gemessenen Massenkraftvektor und der bekannten Flugleistung bestimmt werden.

Bei der direkten Windvektormessung wird die Flugeschwindigkeit zunächst mittels gemessenem Anstell- und Schiebewinkel in das flugzeugfeste Koordinatensystem und dann mittels der Eulerwinkel in das geodätische Koordinatensystem transformiert wird. Durch Nutzung der Flugleistung des Segelflugzeugs in den Bewegungsgleichungen kann eine alternative Transformationsfolge über das Bahnachsenkoordinatensystem in das

geodätische Koordinatensystem angewandt werden. Es wird also die Richtungsinformation der Flugleistung des Segelflugzeugs genutzt, aus der sich im Geradeausflug der Windanstellwinkel  $\alpha_w$  bestimmen lässt. Hierin zeigt sich der Einfluss der Flugleistung des Segelflugzeugs alleinig für die Messung der Vertikalwindkomponente, während sich kein relevanter Einfluss auf die Horizontalwindmessung ergibt. Der vorgeschlagene Terminus unterscheidet sich deshalb kaum von der Bezeichnung der direkten in-situ Vektordifferenz-Windmessung: Segelflugleistungs-basierte in-situ Vektordifferenz-Windmessung.

Die Anwendung zweier Wege zur Luftkraftvektorbewertungen in den Bewegungsgleichungen führt bei Realmessdaten zu praktisch identischen Ergebnissen (Differenzen kleiner  $10^{-3} \text{ m s}^{-1}$ ). Die segelflugzeugtypischen Flugbahnschwingungen sind nicht mehr in dem ermittelten Vertikalwind enthalten. Dies ist auf den vereinfachenden Bezug der Flugleistung auf die Vertikalachse des geodätischen Koordinatensystems in den gesichteten Quellen zurück-zuführen. Es zeigt sich jedoch bereits im quasistationären Geradeausflug in störungsarmer Atmosphäre eine relevante Abweichung der Scheinlotrichtung von der geodätischen Vertikalen. Mit einer vektoriellen Formulierung der Bewegungsgleichungen ist dieser Umstand vollständig berücksichtigt.

Der Vergleich mit der direkten Windmessung unter Nutzung derselbe Flugmessdaten und mit bodengestützten Wind-LiDAR-Daten zeigt für den Vertikalwind eine plausible Übereinstimmung. Die horizontalen Windkomponenten zeigen gegenüber der direkten Windvektormessung keine relevanten Differenzen. Auf die direkte Vertikalwindmessung haben Anstell- und Längsneigungsfehler einen deutlichen Einfluss, während die segelflugleistungs-basierte Vertikalwindmessung auf Fehler der horizontalen Beschleunigungsmessung sensitiv ist, was einem Richtungsfehler des Massenkraftvektors entspricht.

Die realmessdatenbasierte Bewertung von Plausibilitäten zeigt keine Fehler und Ungenauigkeiten in der relativen Flugleistungsmodellierung und der Formulierung der Bewegungsgleichungen, sondern führt beständig auf die Frage der Unsicherheitscharakteristiken der gemessenen Größen. Die Bewertung von Manövern mit großer Azimutänderung weist auf deutliche flugzustandsabhängige Unsicherheiten im Bahngeschwindigkeitsvektor und den Lagewinkeln hin. Die Betrachtung der Gesamtunsicherheiten der direkten und der segelflugleistungs-basierten Windmessung erfolgt aufgrund der nicht bekannten Einzelunsicherheitscharakteristika konservativ als Ermittlung der maximalen absoluten Unsicherheiten. Hierzu werden drei begründete Kombinationen aus Einzelunsicherheiten angenommen. Die segelflugleistungs-basierte Windmessung zeigt hierbei kleinere Unsicherheiten als die direkte Windmessung. Für den aktuellen technischen Stand wird eine *maximale absolute Unsicherheit* der Vertikalwindmessung von etwa  $0,08 \text{ m s}^{-1}$  hergeleitet.

Dringender Bedarf ist bei der umfassenden Charakterisierung der Messunsicherheiten der einzelnen Flugzustandsgrößen gegeben. Die Möglichkeit der Bestimmung desselben

Windvektors mit unterschiedlichen Formulierungen und Sensoren, empfiehlt das Segelflugzeug als Entwicklungsträger für die fluggestützte Windmesstechnik, weil damit Fehler von einigen relevanten Flugzustandsgrößen beobachtbar werden.

Die Betrachtung von Vereinfachungen der segelflugleistungs-basierten Windmessung durch Berechnung statt Messung einiger Zustandsgrößen zeigt die prinzipielle Möglichkeit des Verzichts auf eine Anströmvektormessung. Die vorliegende Arbeit stellt die Grundlagen für die Anwendung von Zustandsschätzern auf die segelflugleistungs-basierte Windmessung und Verbesserungen bei der Bestimmung der absoluten Flugleistung im Flugversuch bereit.

## Ausblick

Zwei Schwerpunkte und einige nachgelagerte Themen sind aus der vorliegenden Arbeit abzuleiten.

### 1. Charakterisierung der Unsicherheiten der Flugzustandsgrößen

Zur Weiterentwicklung der direkten und segelflugleistungs-basierten in-situ Vektordifferenz-Windmessung im Hinblick auf präzise Unsicherheitsbetrachtungen sind die Unsicherheiten der Einzelzustandsgrößen aus der GNSS-IMU-Kopplung und der Luftdatenbestimmung spektral und die Korrelationen untereinander unter Beachtung der Einsatzrandbedingungen zu identifizieren. Für das Gesamtmesssystem ist eine spektrale Unsicherheitsbetrachtung abzuleiten, wie z.B. von Jekeli (2003) für ein anderes fluggestütztes Messsystem gezeigt.

### 2. Bestimmung der absoluten Flugleistung

Die Bestimmung der absoluten Flugleistung stellt ein inverses Problem 2. Art dar und ist ungleich schwer zu lösen als das zugehörige inverse Problem 1. Art. Grundherausforderung ist die Annahmen des Windfeldes und dessen statistisches Verhalten. Es ist sicherzustellen, dass die allgegenwärtigen Hebungs- und Absinkvorgänge in der Atmosphäre keinen Einfluss auf den Mittelwert der absoluten Flugleistung haben. Erschwerend wirkt, dass fliegbare Bedingungen tendenziell bei leichten Absinkvorgängen zu erwarten sind.

Weitere Fragestellungen:

- Die messdatenbasierte Turbulenzklassierung bedarf eines erweiterten Kriteriums. Hierzu ist vermutlich das spektrale Erscheinen der Bewegungen der umgebenden Luftmasse einzubeziehen.
- Der Einfluss der Turbulenz auf die Flugleistung bei höheren Turbulenzintensitäten als in dieser Arbeit als zulässig angenommen, ist mit noch zu klärenden Mitteln zu bestimmen. Vermutlich zeigt die aus dem Vergleichsflugverfahren zur Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen abgeleitete zulässige Turbulenzintensitätsobergrenze weniger einen signifikanten Einfluss der Turbulenz auf die Flugleistung an, als vielmehr die Grenzen der Grundannahme des Vergleichsflugverfahrens, dass bei beiden Segelflugzeugen des Vergleichsflugverbandes derselbe Windvektor gilt.

- Ein tiefergehender Vergleich der fluggestützten in-situ Winddaten mit den ex-situ Wind-LiDAR-Daten erfordert neben der Charakterisierung messtechnischer und algorithmischer Unsicherheiten die Erarbeitung einer Vergleichsstrategie, die dem turbulenten Charakter des Messobjekts gerecht wird.
- Eine gründliche Identifikation der Seitenbewegung kann vermutlich die erforderliche Schiebewinkelmessung mit der Genauigkeit ersetzen, wie es mittels der Flugleistung für die Anstellwinkelmessung möglich ist.
- Die in dieser Arbeit erweiterte Flugleistungs- und Bewegungsmodellierung kann zur Verbesserung des Vergleichsflugverfahrens zur Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen eingesetzt werden, als Weiterentwicklung der Arbeit von Wende (2003).

## Literaturverzeichnis

Abzug, J.M.; Larrabee, E.E.: *Airplane Stability and Control*; Cambridge Aerospace Series, 1997, 373 S.

Albat, A.: Untersuchung der Ausschießmethode mit veränderlichem Bahnwinkel für die Flugleistungs-vermessung von Segelflugzeugen; Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Flugmechanik, Braunschweig, Institutsbericht IB 111-92/31, 1992, 149 S.

ARA2004a: Fact Sheet G520T Egrett (VH-ARA); Airborne Research Australia / Flinders University, Adelaide, Version 05.05.2004, 4 S.

ARA2004b: Fact Sheet ECO-Dimona (VH-EOS & VH-OBS); Airborne Research Australia / Flinders University, Adelaide, Version 14.07.2004, 21 S.

Altstädter, B.; Platis, A.; Wehner, B.; Scholtz, A.; Wildmann, N.; Hermann, M.; Käthner, R.; Baars, H.; Bange, J.; Lampert, A.: ALADINA—An unmanned research aircraft for observing vertical and horizontal distributions of ultrafine particles within the atmospheric boundary layer, *Atmos. Meas. Tech.* 2015, Vol. 8, S. 1627–1639

Aventech2015: AIMMS-20 Technical Brochure Aerial Application Brochure; Aventech Research Inc., Ontario, Canada, L4N 2E3, <http://www.aventech.com>, download 14.08.2015, 1 S.

Axford, D.N.: On the Accuracy of Wind Measurement Using an Inertial Platform in an Aircraft, and an Example of a Measurement of the Vertical Mesostructure of the Atmosphere; *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 7, 1968, S. 645-666

Bange, J.; Beyrich, F.; Engelbart, D.: Airborne measurements of turbulent fluxes during LITFASS-98: Comparison with ground measurements and remote sensing in a case study; *Theoretical and Applied Climatology* 73, 2002, S. 35–51, doi 10.1007/s00704-002-0692-6

Bange, J.: Airborne measurement of turbulent energy exchange between the earth surface and the atmosphere; Technische Universität Braunschweig, Institut für Luft- und Raumfahrtssysteme, Habilitation, 2007, 170 S.

Berns, H.-J.: Untersuchungen und Maßnahmen zur Stabilisierung des Leistungsverhaltens des Kalibriersegelflugzeugs DG 300/17; Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Flugmechanik, Braunschweig, Institutsbericht IB 111-86/60, 1986, 116 S.

Bertolotti, F.: Effect of Atmospheric Turbulence on a Laminar Boundary-Layer; *Technical Soaring*, Vol. 25, No. 2, 2001, S. 154-159

Bögel, W.: Neue Näherungsgleichungen für den Sättigungsdruck des Wasserdampfes und für doe in der Meteorologie gebräuchlichen Luftfeuchte-Parameter; Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Physik der Atmosphäre, Oberpfaffenhofen, DLR-FB 77-52, 1977, 158 S.

Bonneau, P.: Mesure des Performances des Planeurs Legers; OSTIV Publication III, 1954, S. 34-49

Boysen, J.: Determination of the SB 13 Inertia Characteristics Using Parameter Identification, Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e.V.; Institut für Flugmechanik, Braunschweig, Institutsbericht IB 111-91/37, 1991, 226 S.

Boermans, L.M.M.; van Garrel, A.: Design and Windtunnel Test Results of a Flapped Laminar Flow Airfoil for High-Performance Sailplane Applications; *Technical Soaring*, Vol.21, No.1, 1997, S. 11-17

- Brockhaus, R.: Ein Vorschlag für die Wahl der Zustandsvariablen in den Bewegungsgleichungen von Flugzeugen unter Windeinfluß; Zeitschrift für Flugwissenschaft und Weltraumforschung, Band 9, 1985, S. 376-382
- Brockhaus, R.: A mathematical multi-point model for aircraft motion in moving air; Zeitschrift für Flugwissenschaft und Weltraumforschung, Band 11, 1987, S. 174-184
- Brockhaus, R.; Alles, W.; Luckner, R.: Flugregelung; 3. Auflage, doi: 10.1007/978-3-642-01443-7, 2011, 931 S.
- Brümmer, B. (Hrsg.): ARKTIS 1993: Report on the Field Phase with Examples of Measurements; Berichte aus dem Zentrum für Meeres- und Klimaforschung, Reihe A: Meteorologie, Nr. 11, 1993
- Buchholz, J.: Regelungstechnik und Flugregler; Hochschule Bremen, Fakultät 5 "Natur und Technik", Abteilung Maschinenbau, Vorlesungsmanuskript, 2016, 154 S.
- Calhoun, R.; Wieser, A.; Princevac, M.; Kottmeier, C.: Comparison of Lidar Data with Tower, Profiler, Radiosonde and Tethersonde Data; 85th AMS Annual Meeting, American Meteorological Society - Combined Preprints, 2005, S. 5151-5157
- Chatfield, A.: Fundamentals of High Accuracy Inertial Navigation; American Institute of Aeronautics and Astronautics, Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 174, 1997, 339 S.
- Cochrane, J.: MacCready Theory with uncertain Lift and Limited Altitude; Technical Soaring, Vol. 23, No.3, 1999, S. 88-96
- Cornman, L.; Morse, C.; Cuning, G.: Real-Time Estimation of Atmospheric Turbulence Severity from In-Situ Aircraft Measurements; Journal of Aircraft, Vol. 32, No.1, 1995, S. 171-177, doi: 10.2514/3.46697
- Cornman, L.; Meymaris, G.; Limber, M.: An update on the FAA Aviation weather research program's in-situ turbulence measurement and reporting system; 11th Conference on Aviation, Range and Aerospace Meteorology, Hyannis, American Meteorological Society, P4.3, 2004, 15 S.
- Corsmeier, U.; Hankers, R.; Wieser, A.: Airborne turbulence measurements in the lower troposphere onboard the research aircraft Dornier 128-6; D-IBUF, Meteorologische Zeitschrift, Vol. 10, No. 4, 2001, S.315-329
- Dalldorf, L.: Untersuchungen über den Einfluß atmosphärischer Turbulenz auf die Längsbewegung eines rückgepeilten, schwanzlosen Segelflugzeugs; Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Flugmechanik, Braunschweig, IB111-92/16, 1992, 185 S.
- Dambeck, J.: Diagnose und Therapie geodätischer Trägheitsnavigationssysteme – Modellierung, Systemtheorie, Simulation und Realdatenverarbeitung; Universität Stuttgart, Schriftenreihe der Institute des Studiengangs Geodäsie und Geoinformatik, Report Nr. 1999.3, Dissertation, 199, ISSN 0933-2839, 156 S.
- Dambeck, J.; Braun, B.: Seminar Navigation & Datenfusion; Technische Universität München, Lehrstuhl für Flugsystemdynamik, 2013, 545 S.
- DIN ISO 2533: Normatmosphäre; Deutsches Institut für Normung e.V., 1979, DK629.7.015:533.6:001.4:003.62
- DIN9300: Begriffe, Größen und Formelzeichen der Flugmechanik, Deutsches Institut für Normung e.V., 1990, 114 S., DK551.51:53.089.68:629.73



- Dierks, M.: Ermittlung des Anströmzustandes eines Flugzeugs; Technische Universität Braunschweig, Zentrum für Luft- und Raumfahrttechnik, ZLR-Forschungsbericht 2002-01, Dissertation, 2002, 186 S.
- DLR2015: <http://www.halo.dlr.de/>, 18.07.2015
- Doherr, K.-F., Weiß, S.: Ein 1-parametriges Modell für halbkugelförmige Fünflochsonden; Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Flugmechanik, Braunschweig, 1985, 16 S.
- Dorn, L.: Lastrechnungen und Festigkeitsnachweis für das Segelflugzeug DG-300/17; Glaser-Dirks Flugzeugbau GmbH, 1985, 59 S.
- Dorn, L.: Experimentelle Ermittlung von Geschwindigkeitspolaren und Schubverläufen des Forschungsflugzeugs VFW 614-ATTAS; Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Flugmechanik, Braunschweig, Institutsbericht IB 111-87/31, 1987, 148 S.
- Dunkel, W.: Validierung nichtlinearer Schätzfilter mit erweiterten Modellen für Flugzeug und Meßsystem; Technische Universität Braunschweig, Zentrum für Luft- und Raumfahrttechnik, ZLR-Forschungsbericht 95-04, Dissertation, 1995, 169 S.
- DVW: DVW-Merkblatt Bezugssysteme für GNSS; Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement e.V., 2012, 13 S.
- Eschelbach, C.: Refraktionskorrekturbestimmung durch Modellierung des Impuls- und Wärmeflusses in der Rauigkeitsschicht; Universität Karlsruhe, Fakultät für Bauingenieur-, Geo und Umweltwissenschaften, Dissertation, 2008, 113 S.
- Etkin, B.: Dynamics of Atmospheric Flight; Dover Publications Inc., Mineola, New York, reprinted 2005, 1972, 581 S.
- Etkin, B.; Reid, L.D.: Dynamics of Flight, Stability and Control; John Wiley & Sons Inc., Hoboken, New Jersey, Third Edition, 1996, 382 S.
- EUFAR2008 (European Facility For Airborne Research): The operation, maintenance and calibration of turbulent wind sensing systems on research aircraft; 2nd Turbulence Expert Working Group meeting, Meeting report, ESA ESTEC, Noordwijk, 19-20 February 2008, 65 S.
- EUFAR2015 (European Facility for Airborne Research): <http://www.eufar.net/>, 01.07.2015
- Faller, J.E.: Precision Measurement of the Gravitational Quantities  $g$  and  $G$ ; Proceedings of International Association of Geodesy (IAG) symposium on Terrestrial Gravimetry: Static and Mobile Measurements (TG-SMM), 2013, S.5-21
- Frank, S.: Analyse des Verhaltens des Referenzflugzeugpiloten beim Vergleichsflugverfahren zur Bestimmung der Flugleistung von Segelflugzeugen; Technische Universität Braunschweig, Institut für Flugführung, Studienarbeit, 2007, 88 S.
- Frehlich, R.: Estimation of Velocity Error for Doppler Lidar measurements; Journal of Atmospheric and Oceanic Technology 18, 2001, S. 1628–1639
- Fischenberg, D.: S-WAKE. Results of Flight Test Data Analysis; Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Institutsbericht 111-2002/11, 2002, 104 S.
- Forster, S.; Chan, P. W.: Improving the wind and temperature measurements of an airborne meteorological measuring system; Journal of Zhejiang University-SCIENCE A (Applied Physics & Engineering), ISSN 1862-1775 (Online), 2012, doi:10.1631/jzus.A1100245, 2012, S. 723-746

- Frost, W.; Moulden, T.H.: Handbook of Turbulence, Vol. 1: Fundamentals and Applications; Plenum Press, New York, 1977, 498 S.
- Garman, K.E.: Precision of Airborne Wind Measurement for Atmospheric; Flight Research, Purdue University, West Lafayette, Indiana, Dissertation, 2009, 185 S.
- Georgii, W.: Der Segelflug und seine Kraftquellen im Luftmeer; Band 16 von Klasings flugtechnische Bücher, Verlag Klasing & Company, 1922, 88 S.
- Georgii, W.: Das Segelflugzeug als aerologisches Forschungsmittel; Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre, Band 17, 1931, S. 294-306
- Gorisch, W.: Glider's Climb in Turbulent Air; Technical Soaring, Vol. 35, No. 4, 2011, S. 116-124
- Gracey, W.: Measurement of Aircraft Speed and Altitude; John Wiley & Sons, 1981, 193 S.
- Grewal, M.; Weill, L.; Andrews, A.: Global Positioning System, Inertial Navigation and Integration; John Wiley & Sons, 2007, 525 S.
- Gultepe, I.; Starr, D.: Dynamical Structure and Turbulence in Cirrus Clouds: Aircraft Observations during FIRE; Journal of the Atmospheric Science, Vol. 52, No.23, 1995, S. 4159-4182
- Haering, E.A. Jr.: Airdata Calibration of a High-Performance Aircraft for Measuring Atmospheric Wind Profiles, NASA Technical Memorandum 101714, Ames Research Center, Dryden Flight Research Facility, Edwards, California, 1990, 27 S.
- Hahn, K.-U.: Beiträge zur Flugleistungsbestimmung beim Startsteigflug unter Berücksichtigung variabler Windeinflüsse; Technische Universität Braunschweig, Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik, Dissertation, 1988, 183 S.
- Hamel, P.: Einfluß des Dichtegradienten auf die Längsbewegung eines Flugzeugs; Zeitschrift für Flugwissenschaft und Weltraumforschung, Band 14, Heft 11/12, 1966, S. 471-475
- Hankers, R.: Forschungsflugzeug Dornier 128-6, Messausrüstung und technische Daten; Technische Universität Braunschweig, Institut für Flugführung, 2006, 14 S.
- Haverdings, H.; Chan, P.W.: Quick Access Recorder (QAR) data analysis software for studies of windshear, turbulence and wake vortex; Nationaal Lucht- en Ruimtevaartlaboratorium National Aerospace Laboratory NLR, NLR-TP-2010-435, 2010, 15 S.
- Hazellrigg, G.: The Impact of Wind Shear on Final Approach Glide Path; Technical Soaring, Vol. 40, No. 1, 2016, S. 2-7
- Heintsch, T.: Beiträge zur Modellierung von Wirbelschleppen zur Untersuchung des Flugzeugverhaltens beim Landeanflug; Technische Universität Braunschweig, Zentrum für Luft- und Raumfahrttechnik, ZLR-Forschungsbericht 94-07, Dissertation, 1994, 187 S.
- Hering, E.; Schönfelder, G.: Sensoren in Wissenschaft und Technik; Vieweg und Teubner, 2012, 678 S.
- Herrmann, M.: Schwerpunktägung in drei Dimensionen / Betrachtungen zur Genauigkeit der Schwerpunktägung; IDAFLIEG-Berichtsheft 2007, 16 S.
- Hertenstein, R.; Martin, C.: Observations of Internal Rotor Structure using an Instrumented Sailplane; Technical Soaring, Vol. 32, No.4, 2008, S.108-114

- ICAO (International Civil Aviation Organization): Manual of the ICAO Standard Atmosphere; Doc 7488/3, 3rd Edition, 1993, 11 S.
- ICAO (International Civil Aviation Organisation): Meteorological Service for International Air Navigation, Annex 3 to the Convention on International Civil Aviation, 2010, 206 S.
- IGImbh: AEROcontrol Specifications; Integrated Geospatial Innovations mbH, Kreuztal, Deutschland, 2012, 2 S.
- Jekeli, C.: Statistical Analysis of Moving-Base Gravimetry und Gravity Gradiometry; The Ohio State University, Department of Civil and Environmental Engineering and Geodetic Science, Report No. 466, 2003, 64 S.
- Johnson, W.: Helicopter Theory; Dover Publications, 1994, 1089 S.
- Katzmayr, R.: Effect of Periodic Changes of Angle of Attack on Behaviour of Airfoils; National Advisory Committee for Aeronautics, TM 147, 1922, 20 S.
- Kolmogorov, A.N.: The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers; Proceedings: Mathematical and Physical Sciences, Vol. 434, No. 1890, Turbulence and Stochastic Process: Kolmogorov's Ideas 50 Years On, 1991, S. 9-13, Reproduktion der Originalveröffentlichung von 1941
- Kraus, H.: Die Atmosphäre; Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2004, 422 S.
- Kraus, H.: Grundlagen der Grenzschichtmeteorologie; Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2008, 211 S.
- Küssner, H.G.; Göllnitz, H.: Theorie und Methode der Flatterrechnung von Flugzeugen unter Benutzung des Standschwingungsversuchs; Aerodynamische Versuchsanstalt Göttingen, FB 64/01, 1964, 80 S.
- Labitt, M.: Coordinated Radar and Aircraft Observations of Turbulence; Lincoln Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Project Report ATC-108, FAA-RD-81-44, 1981, 44 S.
- Lampert, A.; Pätzold, F.; Jiménez, M.A.; Lobitz, L.; Martin, S.; Lohmann, G.; Canut, G.; Legain, D.; Bange, J.; Martínez-Villagrasa, D.; Cuxart, J.: A study of local turbulence and anisotropy during the afternoon and evening transition with an unmanned aerial system and mesoscale simulation; Atmos. Chem. Phys., 16, 8009–8021, 2016, doi:10.5194/acp-16-8009-2016
- Langelaan, J.: A Gust Soaring Controller for Small Uninhabited Gliders; Technical Soaring, Vol. 35, No. 2, 2011, S. 48-60
- Larrabee, E.E.: Aerodynamic Penetration and Radius as Unifying Concepts in Flight Mechanics, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) 3<sup>rd</sup> Aerospace Sciences Meeting 1966, Paper No. 66-16, 16 S., doi: 10.2514/6.1966-16, inhaltlich identisch ebenfalls in: Journal of Aircraft, Vol. 4, No. 1, 1967, S. 28-35, doi: 10.2514/3.43790
- Lenschow, D.H.: The Measurement of Air Velocity and Temperature Using the NCAR Buffalo Aircraft Measuring System; National Center for Atmospheric Research, Boulder Colorado, NCAR-TN/EDD-74, 1972, 39 S.
- Lenschow, D.H.: Aircraft Measurements in the Boundary Layer; Probing the Atmospheric Boundary Layer, American Meteorological Society, 1986, S. 39-55
- Lenschow, D.; Stankov, B.: Length Scales in the Convective Boundary Layer; Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 43, No. 12, 1986, S. 1198-1209

- Lenschow, D; Mann, J.; Kristensen, L.: How Long Is Long Enough When Measuring Turbulent Fluxes and Other Turbulence Statistics? *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, Vol. 11, 1994, S. 661-673
- Lissaman, P.: *Fundamentals of Energy Extraction from Natural Winds; Technical Soaring*, Vol. 31, No. 2, 2007, S. 36-41
- LN9300, Luftfahrtnorm 9300 – Blatt 1; Beuth Verlag, Köln, 1970, 42 S.
- Lockheed Martin: *WindTracer WTX; System Operation User Manual*, 2010, 102 S.
- MacCready, P.: Die beste Streckenfluggeschwindigkeit für Segelflugzeuge; *Aerorevue*, Jg. 24, Heft 11, 1949, S. 441-443
- MacCready, P.: Turbulence Measurements by Sailplane, *Journal of Geophysical Research*; Vol. 67, No. 3, 1962, S. 1041-1050
- MacCready, P.: Standardization of Gustiness Values from Aircraft; *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 3, 1964, S. 439 – 449
- Martin, S.; Bange, J.; Beyrich, F.: Meteorological profiling of the lower troposphere using the research UAV “M2AV Carolo”; *Atmos. Meas. Tech.*, 4, 705–716, 2011, doi: 10.5194/amt-4-705-2011
- Martin, S.; Bange, J.: The Influence of Aircraft Speed Variations on Sensible Heat-Flux Measurements by Different Airborne Systems; *Boundary-Layer Meteorology*, Vol. 150. No. 1, 2014, S. 153–166, doi: 10.1007/s10546-013-9853-7
- Matayoshi, N.; Asaka, K.; Okuno, Y.: Flight-Test Evaluation of a Helicopter Airborne Lidar; *Journal of Aircraft*, Vol. 44, No. 5, September–October 2007, S. 1712-1720, doi: 10.2514/1.28338
- Mayrhofer, S.: *Aufbau und Inbetriebnahme von universellen Flugmeßanlagen für die Echtzeiterfassung analoger und digitaler Daten*; Technische Universität Braunschweig, Institut für Flugführung, Experimentelle Studienarbeit, OE 2000-04, 2000, 84 S.
- Millane, R.P.; Stirling, G.D.; Brown, R.G.; Zhang, N.; Lo, V.L.; Enevoldson, E.; Murray, J.E.: Estimating Wind Velocities in Mountain Lee Waves Using Sailplane Flight Data; *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, Vol. 27, 2010, S.147-158, doi: 10.1175/2009JTECHA1274.1
- Munk, M.: *Isoperimetrische Aufgaben aus der Theorie des Fluges*; Georg-August-Universität Göttingen, Philosophische Fakultät, Inaugural-Dissertation, 1919, 32 S.
- Müller, H.: Beschleunigungsmessungen im Fluge zur Erforschung der atmosphärischen Luftunruhe; *Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre*, Band 21, Heft 4, 1934, S. 283-308
- Myschik, S.; Heller, M.; Holzapfel, F.; Sachs, G.: Low-Cost Wind Measurement System for Small Aircraft; *American Institute of Aeronautics and Astronautics, Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibition 2004*, 10 S., doi: 10.2514/6.2004-5240
- NASA2015: [https://airbornescience.nasa.gov/aircraft/C-130H\\_Hercules](https://airbornescience.nasa.gov/aircraft/C-130H_Hercules), 25.05.2015
- Nickel, K.: Die günstigste Geschwindigkeit des Streckensegelfluges; *Aerorevue*, Jg. 24, Heft 6, 1949, S. 223-225
- NIMA: *World Geodetic System 1984. NIMA Technical Report 8350.2, 3rd Edition, Amendment 1*; National Imagery and Mapping Agency, Department of Defense, Bethesda, Maryland, USA, 2000, 175 S.
- Oliver, B.M., Gower, J.F.R.: *Airborne Measurements of Horizontal Wind*; Institute of Ocean Science, Patricia Bay, Sidney, Pacific Marine Science Report 77-15, 1977, 23 S.

OSTIV2015 (Organisation Scientifique et Technique du Vol à Voile): Index 2014 of OSTIV-PUBLICATIONS I - XVIII (1950 - 1985) and all "Technical Soaring" Articles, Vol. 10-38 (1986 - 2014), List of contents with Names of authors and Title of papers, 2015, 108 S.

Oosterom, T. van: Performance Testing of Sailplanes; OSTIV Publication III, 1954, S. 11-20

Panofsky, H.; Dutton, J.: Atmospheric Turbulence; John Wiley & Sons, 1984, 397 S.

Pätzold, F.: Einfluß der Schwerpunktlage auf die Flugleistung von Segelflugzeugen, Teil 1: Motivation und Beschreibung von Flugversuchen; IDAFLIEG-Berichtsheft 2001, 5 S.

Pätzold, F.: Einfluß der Schwerpunktlage auf die Flugleistung von Segelflugzeugen, Teil 2: Ergebnisse und Berechnungen; IDAFLIEG-Berichtsheft 2002, 2002, 13 S.

Pätzold, F.: Standschwingungsversuch und Flatterrechnung des Segelflugzeugs SB14; Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Institut für Aeroelastik, Göttingen, IB 232-2003 J 02, 2003, 242 S.

Pätzold, F.: Erweiterung eines Plattformgravimeters zu einem hybriden Navigationssystem durch Integration eines Ringlaserkreisels; Technische Universität Braunschweig, Institut für Flugführung, Diplomarbeit, 2004, 83 S.

Pätzold, F.: Einfluss des seitlichen Abstandes beim Vergleichsflugverfahren auf die Streuung der ermittelten Flugleistung; Technische Universität Braunschweig, Institut für Flugführung, Arbeitsnotiz, 2005, 3 S.

Pätzold, F.: Messdaten DG-300/17 - Stand 29.11.2006; Technische Universität Braunschweig, Institut für Flugführung, 2006, 2 S.

Pätzold, F.: Messungen zum Kabineninnendruck und zur Flugleistung bei geöffneter Lüftung; IDAFLIEG Berichtsheft Nr. 35, April 2009, S.115-122

Pätzold, F.: Ergebnisse der Flugleistungsvermessung zum IDAFLIEG-Sommertreffen 2009; Vortrag IDAFLIEG-Wintertreffen 2010, Esslingen, 09.01.2010, 73 S.

Pätzold, F.: Zur Genauigkeit der Flugleistungsvermessung beim IDAFLIEG-Sommertreffen; Technische Universität Braunschweig, Institut für Flugführung, IDAFLIEG-Berichtsheft 2011, 16 S.

Pätzold, F.: Ergebnisse der Flugleistungsvermessung zum IDAFLIEG-Sommertreffen 2011; Vortrag IDAFLIEG-Wintertreffen 2012, Aachen, 14.01.2012, 58 S.

Pätzold, F.: Schwerpunktägungen DG-300/17; Technische Universität Braunschweig, Institut für Flugführung, Arbeitsnotiz, 2012, 17 S.

Pätzold, F.: Tests an einer Flugzeugwaage; Technische Universität Braunschweig, Institut für Flugführung, Arbeitsnotiz, 2013, 8 S.

Pätzold, F.; Macht, S.: Messungen zum Wirbelfeld von Segelflugzeugen; IDAFLIEG-Berichtsheft 2013, 10 S.

Pätzold, F., Kubasik, A.: Gleitzahl? Gleitverhältnis? Gleitwinkel? IDAFLIEG-Berichtsheft Nr. 37, 2012, S. 145-160

Pätzold<sup>1</sup>, F.; Rausch<sup>1</sup>, T.; Bärfuss<sup>1</sup>, K.; Hecker<sup>1</sup>, P.; Herr<sup>2</sup>, W.; Schubert<sup>2</sup>, C.; Rasel<sup>2</sup>, E.: Machbarkeit des Einsatzes von Quantengravimetern in der Fluggravimetrie; Abschlussbericht zum NTH-Forschungsprojekt (Niedersächsisch Technische Hochschule), <sup>1</sup>Technische Universität Braunschweig, Institut für Flugführung, <sup>2</sup>Leibniz Universität Hannover, Institut für Quantenoptik, 2015, 85 S.

Pätzold, F.; Schumann, M.: UFO-WP2320 – Bestimmung In-Situ EDR; Technische Universität Braunschweig, Institut für Flugführung, Arbeitsnotiz, 16.10.2014, 32 S.

- Petrauschke, W.: Zur Theorie des zeitoptimalen Streckensegelfluges; Fachbereich Maschinenwesen der Technischen Universität München, Dissertation, 1977, 165 S.
- Phillips, W.: Propulsive Effects due to Flight through Turbulence; *Journal of Aircraft*, Vol. 12, No. 7, 1975, S. 624-626, doi: 10.2514/3.44480
- Pielsticker, U.: Messung der Sinkgeschwindigkeit vom Segelflugzeugen; TH Darmstadt, Institut für Flugmeteorologie, Entwurf, 1936, 33 S.
- Proskawetz, K.-O.: Ein Beitrag zur Genauigkeitssteigerung bei der Parameteridentifizierung nichtlinearer Prozesse am Beispiel der Flugzeuglängsbewegung; Technische Universität Braunschweig, Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik, Dissertation, 1989, 144 S.
- Quellmann, W.: Untersuchung der Ausschießmethode für die Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen; Technische Universität Braunschweig, Institut für Flugführung, Studienarbeit, 1983, 200 S.
- Ragot, F.: Total Energy – Part 1: Exchange of Energy between a Glider and the Atmosphere; *Technical Soaring*, Vol. 36, No. 1, 2012, S. 14-22
- Raspet, A.: The Sailplane as a meteorological probe; *Transactions American Geophysical Union*, Vol. 29, Issue 5, 1984, S. 631-637, doi: 10.1029/TR029i005p00631
- Reichert, B.: Untersuchung einer Fünfflochsonde für die Anwendung am Kalibriersegelflugzeug DG-300/17; Technische Universität Braunschweig, Institut für Flugführung, Diplomarbeit, 2006, 78 S.
- Reichmann, H.: Zum Problem der Fahrtoptimierung im Streckensegelflug; Universität Karlsruhe, Institut für Praktische Mathematik, Interner Bericht Nr. 76/2, Dissertation, 1976, 174 S.
- Reitebuch, O.; Lemmerz, C.; Nagel, E.; Paffrath, U.; Durand, Y.; Endemann, M.; Fabre, F.; Chaloupy, M.: The Airborne Demonstrator for the Direct-Detection Doppler Wind Lidar ALADIN on ADM-Aeolus. Part I: Instrument Design and Comparison to Satellite Instrument; *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, Vol. 26, 2009, S.2501-2515, doi: 10.1175/2009JTECHA1309.1
- Rodden, P.; Giesing J.: Application of oscillatory aerodynamic theory to estimation of dynamic stability derivatives; *Journal of Aircraft*, Vol. 7, No. 3 (1970), pp. 272-275., <http://dx.doi.org/10.2514/3.44159>
- Rosemount Aerospace Inc.: Model 0858 Multi-Function Probes, 2002, 4 S.
- Roskam, J.: *Airplane Flight dynamic and Automatic Flight Controls*; Roskam Aviation and Engineering Corporation, Ottawa, USA, 1979, 1387 S.
- Rothermel, J.; Cutten, D; Hardesty, M.; Menzies, R.; Howell, J.; Johnson, S.; Tratt, D.; Olivier, L.; Banta, R.: The Multi-center Airborne Coherent Atmospheric Wind Sensor; *Bulletin of the American Meteorological Society* 79, 4, 1998, S. 581 - 599
- Sachs, G.: Minimalbedingungen für den dynamischen Segelflug; *Zeitschrift für Flugwissenschaft und Weltraumforschung*, Band 13, Heft 3, 1989, S. 188-198
- Schänzer, G.: Einfluss von verkoppelten instationären Böenstörungen auf die Flugzeuglängsbewegung; Technische Universität Carolo-Wilhelmina, Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik, Dissertation, 1969, 189 S.
- Schänzer, G.: Böenmodelle für die Anwendung in der Flugdynamik; *Zeitschrift für Flugwissenschaft und Weltraumforschung*, Band 1, Heft 3, 1977, S. 177-185

- Schänzer, G.: Einführung in die Flugphysik; Technische Universität Braunschweig, Institut für Flugführung, Vorlesung, 1984, 356 S.
- Schänzer, G.: Abschätzung von stochastischen Böen lasten unter Berücksichtigung instationärer Luftkräfte; Zeitschrift für Flugwissenschaft und Raumfahrttechnik, Band 9, Heft 3, 1985, S. 167-178
- Schänzer, G.; Xiao, Y.: Lift and Rolling Moment of a Finite wing due to Sinusoidal and Stochastic Turbulence; Aerospace Science and Technology, 1997, No. 5, S. 341-354
- Scheubel, F.N.: Einfluß des Dichtegradienten der Atmosphäre auf die Längsbewegung des Flugzeugs; Luftfahrtforschung, Band 19, 1942, S.132-136
- Schlichting, H.; Truckenbrodt, E.: Aerodynamik des Flugzeuges; Springer Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg, Erster Band 1959, 455 S., Zweiter Band 1960, 485 S.
- Schmerwitz, D.: Sailplane Performance Flight Test Techniques of DFVLR; Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt (DFVLR) Braunschweig, Institutsbericht IB 111-88/20, 1988, 34 S.
- Schmidt, R.: Die Flugpolarenmessung; Jahrbuch 1942 der deutsche Luftfahrtforschung, S. 1173-1185
- Schürmann, H.: Optimale Energieaufnahme eines Segelflugzeugs bei instationären Flugbewegungen in einem Aufwindfeld; Technische Universität Braunschweig, Lehrstuhl für Flugmechanik, Studienarbeit 80/1S, 1980, 227 S.
- Scott, S.G.; Bui, T.P.; Chan, K.R.; Bowen, S.W.: The Meteorological Measurement System on the NASA ER-2 Aircraft; Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, Vol.7, No.4, 1990, S. 525-540
- Spierenberg, R.J.A.: Estimation of the Inertia Characteristics of a Schempp-Hirth Janus Sailplane from an Oscillation Experiment; Delft University of Technology, Faculty of Aerospace Engineering, Disciplinary group of Stability and Control, Thesis Report, 1991, 155 S.
- Spilger, W.: Flugleistungsmessung an verschiedenen Segelflugzeugen; Jahrbuch 1937 der deutsche Luftfahrtforschung, S. 1293-1299
- Stefanutti, L.; Sokolov, L.; Balestri, S.; MacKenzie, A.; Khattatov, V.: The M-55 Geophysica as a Platform for the Airborne Polar Experiment; Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 1999, S.1303-1312, doi: [http://dx.doi.org/10.1175/1520-0426\(1999\)016<1303:TMGAAP>2.0.CO;2](http://dx.doi.org/10.1175/1520-0426(1999)016<1303:TMGAAP>2.0.CO;2)
- Stewart, E.: Description of a Normal-Force In-Situ Turbulence Algorithm for Airplanes; Langley Research Center, Hampton, Virginia, NASA/TM-2003-212666, 2003, 21 S.
- Stich, G.: Flugmessungen an einigen modernen Segelflugzeugen; Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Flugmechanik, Braunschweig, IB 154-79/19, 1979, 24 S.
- Stich<sup>1</sup>, G; Treiber<sup>2</sup>, H.: Die Berechnung der Widerstandspolare von Segelflugzeugen; <sup>1</sup>Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft und Raumfahrt e.V., Institut für Flugmechanik, Braunschweig, <sup>2</sup>Schempp-Hirth KG Kirchheim/Teck, Arbeitsbericht, 1981, 131 S.
- Stickney, T.; Shedlov, M.; Thompson, D.: Goodrich Total Temperature Sensors; Technical Report 5755, Revision C, 1994, 32 S.
- Stull, R.: An Introduction to Boundary Layer Meteorology, Kluwer Academic Publisher, 1988, 670 S.

- Susko, M.; Herman, L.: Comparison of Satellite-Derived Wind Measurements with other Wind Measurement Sensors; *Journal of Spacecraft*, Vol. 32, No. 3, 1995, S. 564-566
- Tennekes, H.; Lumley, J.: *A First Course in Turbulence*; The MIT Press, 1972, 300 S.
- Thomas, F.: *Grundlagen für den Entwurf von Segelflugzeugen*; Motorbuch Verlag Stuttgart, 1984, 231 S.
- Thomas, F.: *Fundamentals of Sailplane Design*; College Park Press, Maryland, USA, 1999, 274 S.
- Torge, W; Müller, J.: *Geodesy*; Walter de Gruyter, Berlin/Boston, 2012, 433 S.
- Träumner, K.: *Einmischprozesse am Oberrand der konvektiven atmosphärischen Grenzschicht*; Karlsruher Instituts für Technologie, Fakultät für Physik, Dissertation, 2010, 169 S.
- van den Kroonenberg, A.: *Airborne Measurement of Small-Scale Turbulence with special regard to the Polar Boundary Layer*; TU Braunschweig, Dissertation, 2009, 136 S.
- van der Wall, B.: *Analytische Formulierungender instationären Profilbeiwerte und deren Anwendung in der Rotorsimulation*; Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt e.V., DLR-FB 90-28, 1990, 113 S.
- Vörsmann, P.: *Ein Beitrag zur bordautonomen Windmessung*; Technische Universität Braunschweig, Fakultät für Maschinenbau, Dissertation, 1985, 135 S.
- Wagner, J.: *Zur Simulation und Identifikation der Segelflug-Längsbewegung*; Universität Stuttgart, Institut A für Mechanik, Bericht aus dem Institut für Mechanik 4/1995, Dissertation 1995, 232 S., ISSN 0946-7157, 232 S.
- Wende, G.: *Ermittlung der Flugleistung von Segelflugzeugen*; Technische Universität Braunschweig, Institut für Flugführung, Dissertation, ZLR-Forschungsbericht 2003-02, 2003, 107 S.
- Wende, G., Pätzold, F.: *Bewertung der Flugleistung des Referenzsegelflugzeugs DG-300/17 nach der Neulackierung im Mai 2003*; Technische Universität Braunschweig, Institut für Flugführung, Arbeitsnotiz, 2003, 5 S.
- Werner, C.: *Doppler Wind Lidar*, erschienen in: *Lidar - Range-Resolved Optical Remote Sensing of the Atmosphere*; Editor: Dr. Claus Weitkamp, Springer Verlag, 2005, S.325-354, doi: 10.1007/b106786
- Wrobel, S.: *Belastungsmechanischer Gesamtentwurf eines doppelsitzigen Segelflugzeugs der 20-Meter-Klasse*; Technische Universität Braunschweig, Institut für Strömungsmechanik, Studienarbeit Nr. 431, 2001, ca. 550 S.
- XCSoar 6.6: *Der Quelloffene-Segelflugrechner für fast jede Hardware*; Benutzerhandbuch, 2013, 226 S.



## Konventionen

Die in dieser Arbeit verwendeten Bezeichnungen und Koordinatensysteme folgen primär der DIN9300 (1990) und ergänzend der LN9300 (1970). Die der LN9300 (1970) entsprechende Notation in den zentralen Quellen von Brockhaus (1985, 1987) und Brockhaus et al. (2011) werden beibehalten. Mögliche Abweichungen hiervon und weitere Festlegungen sind im Text erläutert. Des Weiteren gilt folgende Kennzeichnung:

- Die zeitliche Ableitung einer Größe wird mit einem Punkt gekennzeichnet, z.B.  $\dot{x}$
- Vektoren werden einfach überstrichen, z.B.  $\overline{V}$
- Matrizen (und einmalig ein Tensor) werden einfach unterstrichen, z.B.  $\underline{M}$
- Die Subskripts von Matrizen geben zuerst das Ziel- und dann das Ausgangskordinatensystem an, z.B.  $\underline{M}_{ba}$ : Drehung aus dem a-Koordinatensystem in das b-Koordinatensystem

## Formelzeichen

### Lateinische Großbuchstaben

A	Auftrieb, Anisotropie
C	Derivativ, Kolmogorov-Konstante
D	Strukturfunktion
DD	Horizontale Windrichtung nach meteorologischer Konvention
E	Gleitzahl
F	Kraft
FF	Horizontale Windgeschwindigkeit
G	Gewicht
H	Höhe über der Erdoberfläche
I	Massenträgheitsmoment
L	Böenlänge, Drehimpuls
M	Drehmatrix
Ma	Machzahl
Q	Querkraft
R	Resultierende Kraft gemäß Superskript, Spezifische Gaskonstante gemäß Subskript
Re	Reynoldszahl
S	Fläche, Sutherlandmodellparameter, Strukturparameter
T	Zeitkonstante, Temperatur
V	Geschwindigkeit
W	Widerstand
X	Kraft in x-Richtung
Y	Kraft in y-Richtung
Z	Kraft in z-Richtung

## Lateinische Kleinbuchstaben

a	Schallgeschwindigkeit, Beschleunigung
b	Spannweite
c	Beiwert
f	Frequenz
g	Gravitation, Erdschwere
h	Höhe
l	Länge
k	k-Faktor, Wellenzahl, Korrekturfaktor
m	Masse
n	Lastvielfaches
p	Drehrate um die flugzeugfeste Längsachse
q	Drehrate um die flugzeugfeste Querachse, Staudruck gemäß Subskript
r	Drehrate um die flugzeugfeste Hochachse, Abstand, Kreisradius
t	Zeit
u	Geschwindigkeit in x-Richtung
v	Geschwindigkeit in y-Richtung
w	Geschwindigkeit in z-Richtung
x	x-Richtung eines kartesischen Koordinatensystems
y	y-Richtung eines kartesischen Koordinatensystems
z	z-Richtung eines kartesischen Koordinatensystems

## Griechische Großbuchstaben

$\Delta$	Differenz
$\Lambda$	Streckung
$\Omega$	Drehrate, räumliche Frequenz
$\Phi$	Querneigung
$\Theta$	Längsneigung
$\Psi$	Kurswinkel

## Griechische Kleinbuchstaben

$\alpha$	Anstellwinkel
$\beta$	Schiebewinkel, Sutherlandmodellparameter
$\gamma$	Winkel senkrecht zu Horizontalebene, Erdschwere
$\delta$	Änderung, Differenz
$\epsilon$	Absolute Unsicherheit
$\varepsilon$	Absoluter Fehler, Wirbelzerfallsrate
$\eta$	Höhenruderausschlag, kinematische Zähigkeit
$\chi$	Winkel in der geodätischen Horizontalebene, Azimutwinkel
$\varphi$	Relative Luftfeuchte, geodätische Breite
$\kappa$	Isentropenexponent
$\lambda$	Wellenlänge, geodätische Länge
$\mu$	Mittelwert
$\nu$	Dynamische Viskosität
$\pi$	Kreiszahl

$\rho$	Luftdichte
$\sigma$	Standardabweichung, mittlere absolute Unsicherheit
$\tau$	Zeitinkrement
$\omega$	Kreisfrequenz
$\xi$	Querruderausschlag

#### Superkripts

A	Aerodynamisch, Luftkraft
m	massenbezogen

Weitere Superskripts entsprechen in ihrer Bedeutung als Formelzeichen oder Subskript

#### Subskripts

O	Bezugswert
A	Auftrieb
F	Flügel
H	Höhenleitwerk
K	Bahnachsen-Koordinatensystem, Kinematische Koordinatensystem
S	Sättigung, Sutherland
SP	Schwerpunkt
W	Wind, Widerstand

a	Aerodynamisches Koordinatensystem
b	Basic (gemessen)
c	Calibrated (kalibriert)
e	Erdfestes Koordinatensystem
f	Flugzeugfestes Koordinatensystem, feuchte Luft
g	Geodätisches Koordinatensystem
i	Inertial, induziert
l	Trockene Luft
k	Kinematisch (Bahnachsenkoordinatensystem)
r	Radial
stat	Statischer Druck, statische Lufttemperatur
total	Totaltemperatur

## Abkürzungen

ALADINA	<b>A</b> pplication of <b>l</b> ight-weight <b>a</b> ircraft for <b>d</b> etecting <b>in</b> -situ <b>A</b> erosol
AP	Arbeitspunkt
ARA	Airborne Research Australia
BAS	Basic airspeed, gemessene Fluggeschwindigkeit

CAS	Calibrated Airspeed (kalibrierte Fluggeschwindigkeit)
DFVLR	Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e.V.
DG	Glaser-Dirks Flugzeugbau GmbH
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
DWD	Deutscher Wetterdienst
E	East (Osten, Himmelsrichtung)
EAS	Equivalent Airspeed, äquivalente Fluggeschwindigkeit
EDR	Eddy Dissipation Rate (Wirbelzerfallsrate)
ENU	East-North-Up, Koordinatensystem
GNSS	Global navigation satellite system (Globales Satellitennavigationssystem)
IAS	Indicated airspeed (angezeigte Fluggeschwindigkeit)
IDAFLEG	Interessengemeinschaft Deutscher Akademischer Fliegergruppen e.V.
IFF	Institut für Flugführung an der Technischen Universität Braunschweig
IMU	Inertial measurement unit (Inertialmesseinheit)
INS	Integriertes Navigationssystem
ISA	Internationale Standardatmosphäre
LiDAR	Light detection and ranging
KIT	Karlsruher Institut für Technologie
N	North (Norden, Himmelsrichtung)
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NED	North-East-Down, Koordinatensystem
NP	Neutralpunkt
OSTIV	Organisation Scientifique et Technique du Vol à Voile
PPI	Plan-Position-Indicator (Wind-LiDAR-Scan-Schema)
RADAR	Radio detection and ranging
SFZ	Segelflugzeug
SNR	Signal to noise ratio (Signal-Rausch-Verhältnis)
TAS	True airspeed (wahre Fluggeschwindigkeit)
TKE	Turbulente kinetische Energie

## Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1: Koordinatensysteme und Winkelbeziehungen der in-situ Vektordifferenz-Windmessung (nach Brockhaus, 1987).....	2
Abb. 1.2: Idealisierter Verlauf der Durchmischungsstadien der atmosphärischen Grenzschicht (aus Eschelbach, 2008; nach Stull, 1988), grün hinterlegt der für die Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen günstige Zeitraum.....	8
Abb. 2.1: Beispielhafte spektrale Intensität der Windgeschwindigkeit nahe am Boden nach Stull (1988) .....	13
Abb. 2.2: Idealisiertes Spektrum der atmosphärischen Turbulenz .....	14
Abb. 2.3: Unterschiedliche Konventionen des Windes, links nach DIN9300 (1990) und rechts nach Kraus (2004), Abbildung nach Vörsmann (1985) .....	15
Abb. 2.4: Do128-6 D-IBUF mit vier Windmessstationen (Foto IFF).....	17
Abb. 3.1a+b: Beispieltrajektorien Vergleichsmessungen mit WindTracer WTX des KIT .....	22
Abb. 3.2: Beispieldaten Rückstreuverhältnis Windtracer WTX für 24 h (26.09.2009) .....	24
Abb. 3.3: Beispieldaten Signal-Rausch-Verhältnis Windtracer WTX (Zeitraum wie in Abb. 2.1).....	24
Abb. 3.4: Gemessener Vertikalwind Windtracer WTX ( Zeitraum wie in Abb. 3.2/Abb. 3.3) .....	24
Abb. 3.5: Messpunkteverteilung PPI-Scan WindTracer WTX, Achsen gleichskaliert.....	25
Abb. 3.6: Messwerte WindTracer WTX für einen 360°-Umlauf (28.09.2009, 15:52:16 – 15:53:16) 25	
Abb. 3.7: Windvektorbestimmung für den Höhenschnitt 747 m mit den Parametern nach Gl. 3.2, Zeitraum wie Abb. 3.6 .....	27
Abb. 3.8: Beispielhafte Windkomponentenverteilung aus einem PPI-Scan mit 60 s Dauer, Zeitraum wie Abb. 3.6.....	27
Abb. 4.1: Flughöhe und Fluggeschwindigkeit zur Illustration der Messflüge über dem Wind-LiDAR (27.09.2009, 09:18-10:17).....	35
Abb. 4.2: Ausschnitt aus Abb. 4.1 mit drei Flugrichtungswechseln un der gemessenen Querneigung .....	35
Abb. 4.3: Die drei bestimmten Windkomponenten für den in Abb. 4.1 gezeigten Flug .....	35
Abb. 4.4: Temperatur und Taupunkt, horizontaler Wind in polarer Darstellung und Vertikalwindkomponente, dargestellt über der Flughöhe zu dem in Abb. 4.1-4.3 gezeigten Flug. Die im Steigflug gemessenen Daten sind schwarz gezeichnet.....	36
Abb. 4.5: Differenzen der Nordwindkomponenten nach verschiedenen Vektordifferenzformulierungen zu dem in Abb. 4.1 gezeigten Flug .....	36
Abb. 4.6: Differenzen der Nordwindkomponenten nach verschiedenen Vektordifferenzformulierungen, Ausschnitt aus Abb. 4.5 .....	37
Abb. 4.7: Differenzen der Ostwindkomponenten nach verschiedenen Vektordifferenzformulierungen, Flug und Zeitabschnitt wie Abb. 4.6 .....	37
Abb. 4.8: Differenzen der Vertikalwindkomponenten nach verschiedenen Vektordifferenzformulierungen, Flug und Zeitabschnitt wie Abb. 4.6 .....	37
Abb. 4.9: Mittels Wind-LiDAR gemessene Vertikalwindkomponente und Höhenverlauf des Segelflugzeugs, Flug wie in Abb. 4.1.....	39
Abb. 4.10: Vergleich Vertikalwind-komponenten aus segelfluggestützter direkter in-situ Vektordifferenz-Windmessung und vertical pointing Wind-LiDAR (27.09.2009, 15:01-16:01).....	39

Abb. 4.11: Vergleich Vertikalwind-komponenten aus segelfluggestützter direkter in-situ Vektordifferenz-Windmessung und vertical pointing Wind-LiDAR, Flug wie in Abb. 4.139	
Abb. 4.12: Vergleich Vertikalwindkomponenten aus segelfluggestützter direkter in-situ Vektordifferenz-Windmessung und PPI Wind-LiDAR (28.09.2009,15:42-16:22) .....	40
Abb. 4.13: Vergleich Horizontalwindkomponenten aus segelfluggestützter direkter in-situ Vektordifferenz-Windmessung und PPI Wind-LiDAR, Flug wie in Abb. 4.12 .....	40
Abb. 4.14: Vergleich Horizontalwind nach Lenschow (1972) und Wende (2003) für den in Abb. 4.1 dargestellten Flug .....	44
Abb. 4.15: Vergleich verschiedener Vertikalwindmessungen, Ausschnitt wie in Abb. 4.2 .....	45
Abb. 4.16: Vergleich verschiedener Vertikalwindmessungen mit tendenziell guter qualitativer und quantitativer Übereinstimmung, Ausschnitt aus Abb. 4.15 .....	45
Abb. 4.17a+b: Vergleich verschiedener Vertikalwindmessungen mit größeren qualitativen und quantitativen unterschieden, Ausschnitte aus dem in Abb. 4.1 dargestellten Flug .....	45
Abb. 5.1: Kräftegleichgewicht und Geschwindigkeiten im stationären Geradeausflug (nach Thomas, 1984) .....	47
Abb. 5.2: Beispielhaftes Sinkgeschwindigkeitsdiagramm für die DG-300/17 bei der Referenzflugmasse von $m = 420 \text{ kg}$ .....	48
Abb. 5.3: $C_A$ - $C_W$ -Polare für die DG-300/17 .....	49
Abb. 5.4: Beispielhafte Kreisflugpolaren eines Segelflugzeugs (nach Thomas, 1984) .....	49
Abb. 5.5a+b: Absolute Unsicherheit der Flugleistung der DG-300/17 nach Quellenlage ( $m = 420 \text{ kg}$ ) .....	52
Abb. 5.6a: Veranschaulichung der Hauptdiagonalelemente des lokalen Windgradiententensors (Brockhaus, 1987) .....	56
Abb. 5.7: Maximal zulässige Vertikalwindamplitude über der Wellenlänge bei vorgegebenem maximalen Gradienten mit angenommenem sinusförmigen Verlauf und Flugrichtung parallel zur Windrichtung .....	59
Abb. 5.8a+b: Beispielspektren für zwei aufeinanderfolgende Messabschnitte .....	60
Abb. 5.9a+b: Verhältnis der Kubikwurzeln der verschiedenen EDRs in dekadischer und halblogarithmischer Darstellung .....	60
Abb. 5.10a+b: Ermitteltes Anisotropieverhältnis über EDR und TKE .....	61
Abb. 5.11a+b: Histogramme der TKE getrennt nach subjektiven Turbulenzklassen .....	62
Abb. 5.12: EDR nach <i>Haverdings und Chan (2010)</i> über der TKE für alle Messabschnitte, Median und logarithm. Mittelwerte je subjektiver Turbulenzklasse .....	62
Abb. 5.13: Medianwerte für verschiedene EDR-Berechnungen über der TKE je subjektiver Turbulenzklasse .....	62
Abb. 5.14a+b: Messwerte je Abschnitt und Medianwerte der Standardabweichung der Anstellwinkelrate und der flugzeugfesten Drehrate um die Querachse über der TKE je subjektiver Turbulenzklasse .....	63
Abb. 5.15: Medianwerte der Standard-abweichung der Anstellwinkelrate und der flugzeugfesten Drehrate um die Querachse über der TKE je subjektiver Turbulenzklasse .....	63
Abb. 5.16: Spektren von Anstellwinkel, Anstellwinkelrate und Drehrate um die Querachse, Abschnitt wie in Abb. 5.8a .....	63
Abb. 5.17: Medianwerte der Standard-abweichung der Drehbeschleunigung um die Querachse über der TKE für die subjektiven Turbulenzklassen .....	64

Abb. 5.18: Medianwerte der TKE für verschiedene Dauer der Messabschnitte, die Anzahl der einbezogenen Messabschnitte sinkt mit zunehmender Dauer .....	64
Abb. 5.19: Real- und Imaginärteil der Theodorsen-Funktion.....	66
Abb. 5.20a+b: Gemessene Höhenruderausschläge für den quasistationären Geradeausflug mit typischer niedriger und hoher Steueraktivität des Piloten. Die Höhenruderdoulette bei 30004 s in der rechten Abbildung ist typisch für Turbulenzgrade oberhalb des in dieser Arbeit als zulässig angenommenen Niveaus.....	68
Abb. 5.21: Vereinfachtes Spektrum der Turbulenz für sehr leichte Turbulenz.....	69
Abb. 5.22: Leistungsdichtespektrum des turbulenzbedingten Zusatzauftriebsbeiwertes .....	70
Abb. 5.23a+b: Differenz der Sinkgeschwindigkeit und relative Änderung des Widerstandsbeiwertes bei kleinen Schwerpunktlagenabweichungen gegenüber der Referenzschwerpunktlage von $x_{sp} = 0,290$ m bei einer konstanten Flugmasse von $m = 420$ kg.....	73
Abb. 5.24a+b: Differenz der Sinkgeschwindigkeit und relative Änderung des Widerstandsbeiwertes bei kleinen Flugmassenabweichungen $\Delta m$ gegenüber der Referenzflugmasse von $m = 420$ kg.....	74
Abb. 5.25a+b: Beispielhafter Einfluss der Drehbeschleunigung $q = d\dot{q}dt$ auf die momentane Sinkgeschwindigkeit und momentane relative Änderung des Widerstandsbeiwertes beim Referenzzustand ( $m = 420$ kg, $x_{sp} = 0,290$ m) .....	77
Abb. 5.26: Relative Widerstandsbeiwertänderung infolge Schiebewinkel .....	78
Abb. 5.28: Maximaler Auftriebsbeiwert abhängig der Re-Zahl für verschiedene Profile (Thomas, 1999) .....	79
Abb. 5.27: Minimaler Widerstandsbeiwert einiger Segelflugprofile im Vergleich zur ebenen Platte (Thomas, 1999) .....	79
Abb. 5.29: Re-Zahl-Einfluss auf den Auftriebs- und Widerstandsbeiwert eines modernen Segelflugzeugprofils am Beispiel des Profils DU89-134/14, nach Boermans (1997) .....	79
Abb. 5.30: Gemessene Flugleistung der DG-300/17 bei zwei Flugmassen .....	80
Abb. 5.31: Gemessene $c_A$ - $c_W$ -Diagramme und $c_A$ -Re-Diagramme DG-300/17 bei zwei Flugmassen .....	81
Abb. 5.32: $c_A$ -Re-Diagramme DG-300/17 für verschiedene Druck- und Temperaturkombinationen.....	81
Abb. 5.33: Quotient der Widerstandsbeiwertänderung zur Differenz von Bezugs- und Referenz-Re-Zahl abhängig des Auftriebsbeiwertes .....	82
Abb. 5.34a+b: Beispielhafter Einfluss einer höhendifferenzbegründeten Re-Zahl-Änderung auf die Sinkgeschwindigkeit und die relative Änderung des Widerstandsbeiwertes beim Referenzzustand ( $m = 420$ kg, $x_{sp} = 0,290$ m) .....	82
Abb. 5.35: Flugleistung der DG-300/17 gemessen bei zwei Flugmassen, auf eine Flugmasse bezogen .....	83
Abb. 5.36: Prozentuale nichtkorrigierte relative Unsicherheit des $c_W$ -Wertes, gesamt und für einzelne Anteile .....	84
Abb. 5.37: Unsicherheit der relativen Flugleistungsbeschreibung bei den beschriebenen Korrekturen und Randbedingungen als Vertikalgeschwindigkeit.....	84
Abb. 5.38: Unsicherheit der relativen Flugleistungsbeschreibung bei den beschriebenen Korrekturen und Randbedingungen als Vertikalgeschwindigkeit.....	85

Abb. 6.1: Veranschaulichung der Größenverhältnisse von $c_{Av}$ , $c_W$ und $c_R$ für die DG-300/17 .....	95
Abb. 6.2: Veranschaulichung Längsbewegungsbeziehungen .....	96
Abb. 6.3: Veranschaulichung Seitenbewegungsbeziehungen .....	97
Abb. 6.4: Veranschaulichung Sonderfall ebener Vertikalschnitt .....	98
Abb. 6.5: Aerodynamischer Gleitwinkel über Anstellwinkel für die DG-300/17 im Referenzzustand .....	99
Abb. 7.1: Vergleich segelfluggestützte Windmessung, Abschnitt wie Abb. 4.17a .....	112
Abb. 7.2: Vergleich segelfluggestützte Windmessung, Abschnitt wie Abb. 4.16 .....	112
Abb. 7.3: Vergleich segelfluggestützte Windmessung, Abschnitt wie Abb. 4.17b .....	112
Abb. 7.4: Vergleich verschiedener Zustandswinkel der Längsbewegung, Ausschnitt wie Abb. 4.2 und Abb. 7.2 .....	113
Abb. 7.5a+b: Vergleich Vertikalwindmessung absolut (wie Abb. 4.10) und als Differenz .....	114
Abb. 7.6a+b: Differenz der Horizontalwindkenngrößen zwischen direkter in-situ Vektordifferenz- Windmessung und der Windmessung nach Gleichungssystem A, Flug gem. Abb. 4.1 .....	114
Abb. 7.7: Vergleich der Beträge von Luft- und Massenkraftvektor, Ausschnitt wie Abb. 4.2 / 7.4 .....	118
Abb. 7.8: Verhältnis der Kraftvektorbeträge, Ausschnitt wie Abb. 7.7, Flug wie in Abb. 4.1 .....	118
Abb. 7.9: Gemessener und rückgerechneter Anstellwinkel, Flug wie in Abb. 4.1 .....	120
Abb. 7.10: Differenzen der zuvor gezeigten Anstellwinkel, Flug wie in Abb. 4.1 .....	120
Abb. 7.11a+b: Druckdifferenzfehler bei Annahme der mittelwertbereinigten Anstellwinkeldifferenz zwischen gemessenem und nach Gleichungssystem A rückgerechneten Anstellwinkel als Druckmessfehler (Abb. 7.10) .....	122
Abb. 7.12: Vergleich unterschiedlich ermittelter Lastvielfache, Ausschnitt wie in Abb. 4.3/7.4/7.7 .....	123
Abb. 7.13: Berechnete stationäre Auftriebsanteile im Vergleich zur Differenz von Luft- und Massenkraftvektorbetrag, Flug wie in Abb. 4.1 .....	123
Abb. 7.14: Querkraft über Schiebewinkel für Geradeausflugabschnitte, Flug wie Abb. 4.1 .....	124
Abb. 7.15a-c: Parameter zur Re-Zahl-Korrektur und deren Auswirkung, Flug wie Abb. 4.1 .....	125
Abb. 7.16a+b: Gemessener Schiebewinkel und die resultierende Auswirkung aus dessen Korrektur, Flug wie Abb. 4.1 .....	126
Abb. 7.17a+b: Gemessene Drehbeschleunigung um die Querachse und die resultierende Auswirkung aus dessen Korrektur, Flug wie Abb. 4.1 .....	126
Abb. 7.18a+b: Auswirkung der Verwendung eines Gravitationsmodells, Flug wie Abb. 4.1 .....	127
Abb. 7.19a-c: Auswirkung der Coriolis- und Zentripetalterme, Flug wie Abb. 4.1 .....	128
Abb. 7.20a+b: Auswirkung der Coriolis- und Zentripetalterme, Flug wie Abb. 4.1 .....	128
Abb. 7.21a+b: Zusammenfassung Auswirkung der Korrekturterme, Flug wie Abb. 4.1 .....	129
Abb. 7.22: Trajektorienausschnitt aus dem Flug wie in Abb. 4.1 .....	131
Abb. 7.23: In-situ und ex-situ gemessene Horizontalwindkenngrößen mit Flugzustandsgrößen, zur Trajektorie in Abb. 7.22 .....	131
Abb. 7.24a-d: In-situ und ex-situ gemessene Horizontal- und Vertikalwindkenngrößen mit Flugzustandsgrößen, Erweiterung von Abb. 7.23 .....	132



Abb. 7.25a+b: Vergleich der barometrischen mit der Vertikalgeschwindigkeit der GNSS-IMU-Kopplung für die Abschnitte 21 (a) und 27 (b) nach Abb. 7.23, Zeitachse jeweils gleichskaliert .....	134
Abb. 7.26: Gemessene und berechnete Anströmwinkel, Flug wie Abb. 4.1 .....	136
Abb. 7.27: Differenz von gemessene und berechneten Anströmwinkeln, Flug wie Abb. 4.1 .....	136
Abb. 7.28: Gemessene und berechnete Längs- und Querneigung, Flug wie Abb. 4.1 .....	137
Abb. 7.29: Differenz von gemessener und berechneter Längs- und Querneigung, Flug wie Abb. 4.1 .....	137
Abb. 7.30: Vergleich Absolutwerte und Differenzen im Vertikalwind der vereinfachten und nicht vereinfachten Windmessung .....	138
Abb. 7.31: Vergleich Absolutwerte und Differenzen der Horizontalwindrichtung der vereinfachten und nicht vereinfachten Windmessung .....	138
Abb. 7.32: Vergleich Absolutwerte und Differenzen der Horizontalwindgeschwindigkeit der vereinfachten und nicht vereinfachten Windmessung .....	139
Abb. A.1: Zweiseitenansicht DG-300/17 (Berns, 1986) .....	171
Abb. A.2: Referenzsegelflugzeug DG-300/17 2005 (Foto S.Ronig) .....	171
Abb. A.3: Fünflochsonde an Referenzsegelflugzeug DG-300/17 (Foto M. Hermann) .....	173
Abb. A.4: DG-300/17 mit Kiel'scher Sonde und Schleppsonde DFS60 in der Seitenfensterhalterung .....	173
Abb. A.5: Schleppsonde DFS60 im Einsatz (Foto M. Hermann) .....	173
Abb. A.6: Fehler statischer Druck und Staudruck der Fünflochsonde als Druckdifferenz über dem gemessenen Staudruck .....	175
Abb. A.7: Veranschaulichung flugmechanische Modellierung ( $NP_{FR}$ – Neutralpunkt der Flügel-Rumpf-Kombination, $NP_H$ – Neutralpunkt Höhenleitwerk) .....	179
Abb. A.8: Höhenleitwerksauftriebsbeiwert über der Fluggeschwindigkeit für den Referenzzustand .....	179
Abb. A.9: Gesamtauftriebsbeiwert über dem Höhenleitwerksauftriebsbeiwert für den Referenzzustand .....	180
Abb. A.10: Sinkgeschwindigkeitsdiagramm <i>Segelflugzeug 1</i> bei verschiedenen Schiebewinkeln. ....	185
Abb. A.11: Sinkgeschwindigkeitsdiagramm <i>Segelflugzeug 2</i> bei verschiedenen Schiebewinkeln. ....	185
Abb. A.12: Sinkgeschwindigkeitsdiagramm <i>Segelflugzeug 3</i> bei verschiedenen Schiebewinkeln. ....	186
Abb. A.13: Sinkgeschwindigkeitsdiagramm DG-300/17 bei verschiedenen Schiebewinkeln. ....	186
Abb. A.14: Relative Widerstandsbeiwertänderung infolge Schiebewinkel für verschiedene Segelflugzeuge .....	187
Abb. A.15a+b: Vergleich rechnerische und experimentelle Bestimmung des Gesamtauftriebsanstiegs .....	189
Abb. A.16a+b: Differenz der Flugleistung bei Berücksichtigung des Dichtegradienten bei Referenzflugmasse von $m = 420 \text{ kg}$ nach ISA in zwei verschiedenen Höhen und $w_{WG} = 0191$ .....	
Abb. A.17: $\delta w_{WG}$ infolge $\varepsilon \alpha$ .....	201
Abb. A.18: $\delta w_{WG}$ infolge $\varepsilon \beta$ .....	201
Abb. A.19: $\delta w_{WG}$ infolge $\varepsilon TAS$ .....	201
Abb. A.20: $\delta w_{WG}$ infolge $\varepsilon \Phi$ .....	201
Abb. A.21: $\delta w_{WG}$ infolge $\varepsilon \Theta$ .....	201

Abb. A.22: $\delta w_{Wg}$ infolge $\varepsilon \Psi$ .....	201
Abb. A.23: $\delta w_{Wg}$ infolge $\varepsilon u_{kg}$ .....	201
Abb. A.24: $\delta w_{Wg}$ infolge $\varepsilon v_{kg}$ .....	201
Abb. A.25: $\delta w_{Wg}$ infolge $\varepsilon w_{kg}$ .....	202
Abb. A.26: $\delta w_{Wg}$ infolge $\varepsilon a_{gx}$ .....	202
Abb. A.27: $\delta w_{Wg}$ infolge $\varepsilon a_{gy}$ .....	202
Abb. A.28: $\delta w_{Wg}$ infolge $\varepsilon a_{gz}$ .....	202
Abb. A.29: $\delta w_{Wg}$ infolge $\varepsilon c_W$ .....	202
Abb. A.30: $\delta \chi_W$ infolge $\varepsilon \alpha$ .....	202
Abb. A.31: $\delta \chi_W$ infolge $\varepsilon \beta$ .....	202
Abb. A.32: $\delta \chi_W$ infolge $\varepsilon TAS$ .....	202
Abb. A.33: $\delta \chi_W$ infolge $\varepsilon \Phi$ .....	202
Abb. A.34: $\delta \chi_W$ infolge $\varepsilon \Theta$ .....	203
Abb. A.35: $\delta \chi_W$ infolge $\varepsilon \Psi$ .....	203
Abb. A.36: $\delta \chi_W$ infolge $\varepsilon u_{kg}$ .....	203
Abb. A.37: $\delta \chi_W$ infolge $\varepsilon v_{kg}$ .....	203
Abb. A.38: $\delta \chi_W$ infolge $\varepsilon w_{kg}$ .....	203
Abb. A.39: $\delta \chi_W$ infolge $\varepsilon a_{gx}$ .....	203
Abb. A.40: $\delta \chi_W$ infolge $\varepsilon a_{gy}$ .....	203
Abb. A.41: $\delta \chi_W$ infolge $\varepsilon a_{gz}$ .....	203
Abb. A.42: $\delta \chi_W$ infolge $\varepsilon c_W$ .....	203
Abb. A.43: $\delta V_{Wg,hor}$ infolge $\varepsilon \alpha$ .....	204
Abb. A.44: $\delta V_{Wg,hor}$ infolge $\varepsilon \beta$ .....	204
Abb. A.45: $\delta V_{Wg,hor}$ infolge $\varepsilon TAS$ .....	204
Abb. A.46: $\delta V_{Wg,hor}$ infolge $\varepsilon \Phi$ .....	204
Abb. A.47: $\delta V_{Wg,hor}$ infolge $\varepsilon \Theta$ .....	204
Abb. A.48: $\delta V_{Wg,hor}$ infolge $\varepsilon \Psi$ .....	204
Abb. A.49: $\delta V_{Wg,hor}$ infolge $\varepsilon u_{kg}$ .....	204
Abb. A.50: $\delta V_{Wg,hor}$ infolge $\varepsilon v_{kg}$ .....	204
Abb. A.51: $\delta V_{Wg,hor}$ infolge $\varepsilon w_{kg}$ .....	204
Abb. A.52: $\delta V_{Wg,hor}$ infolge $\varepsilon a_{gx}$ .....	204
Abb. A.53: $\delta V_{Wg,hor}$ infolge $\varepsilon a_{gy}$ .....	205
Abb. A.54: $\delta V_{Wg,hor}$ infolge $\varepsilon a_{gz}$ .....	205
Abb. A.55: $\delta V_{Wg,hor}$ infolge $\varepsilon c_W$ .....	205
Abb. A.56: Erdfestes und geodätisches Koordinatensystem (nach Pätzold, 2004) .....	208
Abb. A.57: Bezug der Koordinatensysteme untereinander (nach Buchholz, 2016) .....	209

## Tabellenverzeichnis

Tab. 1.1: Skala zur subjektiven Klassierung atmosphärischer Störungen bei der Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen .....	8
Tab. 2.1: Gegenüberstellung der Konventionen der windbeschreibenden Komponenten.....	16
Tab. 4.1: Genauigkeitsangaben zur fluggestützten Windmessung in der Literatur .....	33
Tab. 5.1: Übersicht aerodynamische Derivative (Brockhaus et al., 2011).....	54
Tab. 5.2: Zusammenführung der subjektiven Einstufung atmosphärischer Störungen und der zugehörigen messdatenabsierten Turbulenzkenngößen bei der Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen.....	65
Tab. 5.3: Auflistung der nichtkorrigierten Fehler der relativen Flugleistungsbeschreibung .....	85
Tab. 7.1: Manipulierte Messgrößen mit Variationsbereich .....	115
Tab. 7.2: Zusammenfassung Fehlereinflussanalyse .....	116
Tab. 7.3: Übersicht der angenommenen Unsicherheiten für die Genauigkeitsabschätzung .....	142
Tab. 7.4: Maximale absolute Unsicherheit der in-situ Vektordifferenz-Windmessungen .....	142
Tab. A.1: Messsystemübersicht DG-300/17 .....	172
Tab. A.2: Daten zur DG-300/17 (Dorn, 1985).....	178
Tab. A.3: Angenommene Referenzflugleistung DG-300/17.....	181
Tab. A.4: Vergleich theoretisch und experimentell ermittelter Auftriebsanstiegsgrößen .....	189
Tab. A.5: Kennzeichnende Parameter des WGS84 (NIMA, 2000) .....	207

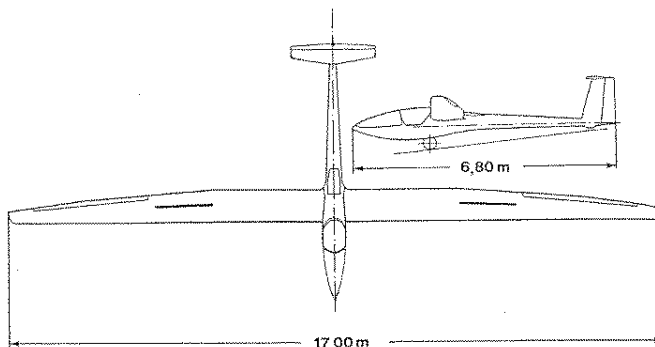
## Anhang

### A.1 Beschreibung Referenzsegelflugzeug DG-300/17

#### A.1.1 Allgemeine Beschreibung

Die DG-300/17 ist ein einsitziges Starrprofilsegelflugzeug mit 17m Spannweite. Es ist ein Einzelstück, das auf dem Serienflugzeug DG-300 der Glaser-Dirks Flugzeugbau GmbH basiert. Zur Steigerung der Flugleistung wurde die Spannweite durch Verlängern des rechteckigen Flügelinnenstücks von 15 m auf 17 m vergrößert.

Dieses Flugzeug wird seit 1985 vom DFVLR bzw. DLR primär als Referenzsegelflugzeug für die Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen im Vergleichsflugverfahren betrieben. Herausragendes Merkmal eines Referenzsegelflugzeugs ist die nach jeweiligem Stand der Forschung ermittelte und ständig überwachte Flugleistung für den quasistationären Geradeausflug.



**Abb. A.1: Zweiseitenansicht DG-300/17 (Berns, 1986)**



**Abb. A.2: Referenzsegelflugzeug DG-300/17 2005 (Foto S.Ronig)**

### A.1.2 Beschreibung Messsystem

Messtechnik für Segelflzeuge muss den Randbedingungen des begrenzt verfügbaren Raums, der maximal zulässigen Masse und die damit auch begrenzte Energieverfügbarkeit genügen. Üblicherweise sind diese Grenzen bei Segelflzeugen deutlich enger gesteckt, als bei motorisierten Luftfahrzeugen. Die Anforderungen an die Messgenauigkeit sind hingegen keinesfalls niedriger. Nach mehreren temporären und mittelfristig eingebauten Messsystemen war von 2005-2012 das in Tab. A.1 aufgelistet System in der DG-300/17 im Einsatz. Für die Messungen über dem Wind-LiDAR im September 2009 wurden einige Sensoren temporär hinzugefügt.

Bestandteil	Bemerkung
Messdatenerfassung FMA3 (Mayrhofer, 2000) <ul style="list-style-type: none"> <li>16 Kanal 16 bit Analog-Digitalwandlung</li> <li>Verschiedene digitale Schnittstellen</li> <li>GPS-synchronisiertes Echtzeitbetriebssystem</li> <li>Datenaufzeichnung mit 100 Hz</li> </ul>	
Inertialmesseinheit Litef LLN-G1	
Zweifrequenz GPS-Empfänger Novatel OEM3, ab 2008 Novatel OEMV	Ab 2006 wurde zusätzlich eine GPS-Bodenstation betrieben
Magnetfeldsensor TCM5L	
Totaltemperatursensor Rosemount 101F	Stickney et al. (1994)
Rosemount Drucksensoren an Fünflochsonde (Rumpfnase) <ul style="list-style-type: none"> <li>Statischer Druck</li> <li>Staudruck</li> <li>Differenzdruck Anstellwinkelperipherielöcher</li> <li>Differenzdruck Schiebewinkelperipherielöcher</li> </ul>	Absolutdrucksensor: Rosemount Modell 1201F Differenzdrucksensoren: Rosemount Modell 1221F
Rosemount Drucksensoren an Brockhaussonde (Seitenleitwerk) <ul style="list-style-type: none"> <li>Statischer Druck, absolut und als Differenz zur Fünflochsonde</li> <li>Staudruck</li> </ul>	Absolutdrucksensor: Rosemount Modell 1201F Differenzdrucksensoren: Rosemount Modell 1221F
Ab 2006: Steuereingaben Höhensteuer und Quersteuer mittels Seilzugpotentiometer an Steuerstangen im Cockpit	Ruderwinkel und Verschiebung des Steuerknüppels sind mittels geometrischer Kalibrierung zu berechnen
Temporär im September/Okttober 2009: <ul style="list-style-type: none"> <li>Kapazitiver Feuchtesensor Vaisala HMP50 in IFF-Eigenbaugehäuse</li> <li>Totaltemperatursensor IFF-Eigenbau auf TSIC506-Basis</li> <li>Totaltemperatursensor IFF-Eigenbau auf Pt100-Basis</li> </ul>	
Ab 2010: Messung Seitenruderwinkel mittels Seilzugpotentiometer am Seitenruder	Siehe Steuereingaben oben
Ab 2011: Cockpitinnendruck, als Differenz zum statischen Druck der Brockhaussonde am Seitenleitwerk	Differenzdrucksensor: Rosemount Modell 1221F

**Tab. A.1: Messsystemübersicht DG-300/17**



**Abb. A.3: Fünflochsonde am Referenzsegelflugzeug DG-300/17  
(Foto M. Hermann)**



**Abb. A.4: DG-300/17 mit Kiel'scher Sonde und Schleppsonde DFS60 in der Seitenfensterhalterung**

### *Kalibrierungen*

Druck-, Temperatur- und Wegsensoren wurden jährlich nach aktuellem Stand der Technik kalibriert. Das gesamte Stau-Statik-System wurde ebenfalls jährlich im Flugversuch mittels einer Kiel'schen Sonde als Referenzsonde für den Gesamtdruck und einer Schleppsonde DFS60 an einem ca. 25 m langen Schlauch als Referenzsonde für den statischen Druck kalibriert (Abb. A.4 und A.5).



**Abb. A.5: Schleppsonde DFS60 im Einsatz (Foto M. Hermann)**

### A.1.3 Messdatenaufbereitung

#### GNSS-IMU-Kopplung

Für die Bestimmung von Position, Bahngeschwindigkeiten und Lagewinkel wurde mittels einer temporären, georeferenzierten GNSS-Bodenstation *Novatel DL-V3* eine GNSS-Phasenlösung für die Segelflugzeugposition berechnet. Diese ist Bestandteil des IFF-internen Software-Pakets *TriPos* (Stand 26.05.2010) zur Kopplung der GNSS- und IMU-Daten.

### Luftdaten

Nachfolgend werden die auf die Luftdaten angewandten Kalibrierungen und Formeln und zu den wichtigsten Ergebnissen eine Unsicherheitsbetrachtung dargelegt.

#### *Statischer Druck*

Auf den gemessenen statischen Druck  $p_{\text{stat},b}$  wird die mittels der Schleppsonde DFS60 bestimmte Kalibrierung abhängig des gemessenen Staudrucks  $q_b$  angewandt (look-up table, Abb. A.6).

$$p_{\text{stat},c} = f(p_{\text{stat},b}, q_b) \quad \{A.1.1\}$$

#### *Staudruck und Fluggeschwindigkeiten*

BAS – Basic Airspeed (Ausgangsfluggeschwindigkeit): Diese kann zu Kontrollzwecken aus dem gemessenen Staudruck  $q_b$  berechnet werden:

$$BAS = \sqrt{2q_b/\rho_0} \quad \{A.1.2\}$$

mit

$$\rho_0 = 1,225 \text{ kg m}^{-3} \text{ – Bezugsdichte}$$

CAS – Calibrated Airspeed (Kalibrierte Fluggeschwindigkeit): Der mittels der Schleppsonde DFS60 und Kiel'scher Sonde ermittelte Fehler (Fahrkalibrierung) kann je nach Darstellung der Kalibrierung auf die Ausgangsfluggeschwindigkeit oder den gemessenen Staudruck angewandt werden (Jeweils als look-up table, Abb. A.6):

$$CAS = f(BAS) \quad \{A.1.3\}$$

oder

$$q_c = f(q_b) \quad \{A.1.4\}$$

Mit  $q_c$  folgt:

$$CAS = \sqrt{2q_c/\rho_0} \quad \{A.1.5\}$$

TAS – True Airspeed (Wahre Fluggeschwindigkeit; Lenschow, 1972):

$$TAS = \sqrt{R_f T_{\text{total}} \frac{2\kappa}{\kappa-1} \left[ 1 - \left( \frac{q_c}{p_{\text{stat},c} + q_c} \right)^{\kappa-1/\kappa} \right]} \quad \{A.1.6\}$$

mit

$R_f$  – Spezifische Gaskonstante nach Gl. A.1.9

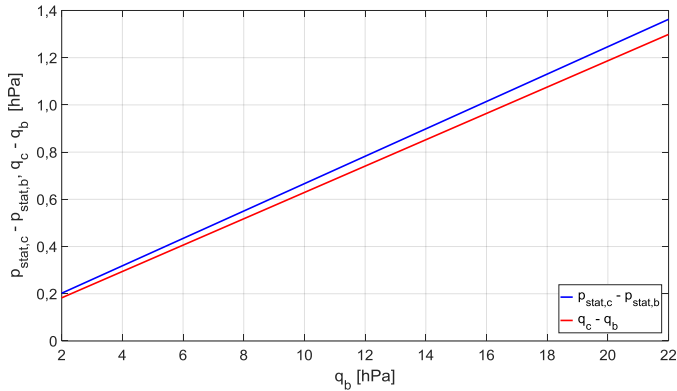
$T_{\text{total}}$  – Totaltemperatur

Die Machzahl  $Ma$  wird für die nachfolgend beschriebenen Bestimmung der statischen Lufttemperatur benötigt:

$$Ma = \sqrt{\frac{2}{\kappa-1} \left[ \left( \frac{q_c}{p_{\text{stat},c}} + 1 \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]} \quad \{A.1.7\}$$

mit

$$\kappa = 1,4 \text{ – Isentropenexponent}$$



**Abb. A.6: Fehler statischer Druck und Staudruck der Fünflochsonde als Druckdifferenz über dem gemessenen Staudruck**

#### *Bestimmung der statischen Lufttemperatur*

Die mittels Totaltemperatursonden gemessene Temperatur weicht durch unvollständigen Energieübergang und den Tiefpasseffekt aufgrund der Wärmekapazität von der angestrebten Totaltemperatur am Temperatursensor ab. Stickney et al. (1994) beschreibt die Korrekturen für den in dieser Arbeit verwendeten Totaltemperatursensor Rosemount 101F umfassend. Für die verwendeten Eigenfabrikate sind diese Werte geschätzt. Mit der so korrigierten  $T_{\text{total}}$  Totaltemperatur und der Machzahl  $Ma$  kann die gesuchte statische Temperatur berechnet werden:

$$T_{\text{stat}} = \frac{T_{\text{total}}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2} \quad \{A.1.8\}$$

#### *Luftfeuchte*

Für die Flüge über dem Wind-LiDAR im Herbst 2009 wurde ein kapazitiver Feuchtesensor Vaisala HMP50 installiert. Dieser gibt die gemessene Feuchte als relative Luftfeuchte aus. Bei Bedarf können Näherungsformeln z.B. nach Bögel (1977) zur Umrechnung in andere Feuchtegrößen angewandt werden.

#### *Spezifische Gaskonstante*

Üblich ist die vereinfachte Annahme einer spezifischen Gaskonstante für trockene Luft  $R_l$ . Mit der Messung der Luftfeuchte kann die Gaskonstante für die feuchte Luft  $R_f$  berechnet werden:

$$R_f = \frac{R_l}{1 - \varphi \cdot p_s / p_{\text{stat},c} (1 - R_l / R_d)} \quad \{A.1.9\}$$

mit

$R_l = 287,05287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$  – Spezifische Gaskonstante trockene Luft

$R_d = 461,523 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$  – Spezifische Gaskonstante Wasserdampf

$p_s$  – Sättigungsdampf

$\varphi$  – Relative Luftfeuchte



*Luftdichte*

Mit der üblichen Annahme eines Idealen Gases und den zuvor bestimmten Eingangsgrößen folgt die Luftdichte:

$$\rho = \frac{p_{\text{stat,c}}}{R_f \cdot T_{\text{stat}}} \quad \{A.1.10\}$$

*Dynamische  $\eta$  und kinematische  $\nu$  Viskosität*

Für die Bestimmung der Re-Zahl ist die kinematische Viskosität zu ermitteln, die sich aus der dynamischen Viskosität und der Luftdichte berechnen lässt:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad \{A.1.11\}$$

mit

$\nu$  – Kinematische Viskosität [ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ]

$\eta$  – Dynamische Viskosität [ $\text{Ns m}^{-2}$ ]

$\rho$  – Dichte [ $\text{kg m}^{-3}$ ]

Die Luftdichte wird wie zuvor beschrieben bestimmt. Die dynamische Viskosität  $\eta$  ist nach dem Sutherland-Modell eine Funktion der Temperatur:

$$\eta = \beta_S \cdot \frac{T_{\text{stat}}^{3/2}}{T_{\text{stat}} + S} \quad \{A.1.12\}$$

mit den empirischen Modellparametern nach DIN ISO 2533 (1979):

$$S = 110,4 \text{ K}$$

$$\beta_S = 1,458 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1/2}$$

*Unsicherheit Luftdichte*

Die maximale absolute Unsicherheit der Luftdichte wird mittels des totalen Differentials von

Gl. A.1.10 bestimmt:

$$\epsilon \rho = \left| \frac{1}{R_f \cdot T_{\text{stat}}} \right| \epsilon p_{\text{stat,c}} + \left| \frac{p_{\text{stat,c}}}{R_f^2 \cdot T_{\text{stat}}} \right| \epsilon R_f + \left| \frac{p_{\text{stat,c}}}{R_f \cdot T_{\text{stat}}^2} \right| \epsilon T_{\text{stat}} \quad \{A.1.13\}$$

Folgende Unsicherheiten der Eingangswerte werden angenommen:

$$\epsilon p_{\text{stat,c}} = 10 \text{ Pa}$$

$$\epsilon T_{\text{stat}} = 0,5 \text{ K}$$

$$\epsilon R_f = 0,1 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}, \text{ entspricht einer Unsicherheit der relativen Feuchte von } \epsilon \rho = 5\%.$$

Als Arbeitspunkte werden Kombinationen von  $T_{\text{stat}}$  und  $p_{\text{stat}}$  nach ISA angesetzt werden, für  $R_f$  wird eine relative Feuchte von 50% angesetzt. Mit diesen Annahmen resultiert eine maximale absolute Unsicherheit der Luftdichte von  $\epsilon \rho \approx 0,21..0,23\%$  bis 3000 m nach Standardatmosphäre.

*Unsicherheit Re-Zahl*

Aus Gl. 5.26 folgt

$$\epsilon Re = \left| \frac{TAS}{\nu} \right| \epsilon l_\mu + \left| \frac{l_\mu}{\nu} \right| \epsilon TAS + \left| \frac{TAS \cdot l_\mu}{\nu^2} \right| \epsilon \nu \quad \{A.1.14\}$$

Während  $\epsilon_{l_\mu} = 0$  naheliegend ist, führt die Eingrenzung der Unsicherheiten  $\epsilon_{TAS}$  und  $\epsilon_v$  auf die in dieser Arbeit bereits mehrfach thematisierten Schwierigkeiten der genauen spektralen Charakterisierung der Unsicherheit der zugrunde liegenden Messungen. Exemplarisch wird als Unsicherheit der Staudruckmessung  $\epsilon_{q_c} = 3 \text{ Pa}$  und die TAS vereinfacht nach Gl. A.1.15 angenommen, womit nach Gl. A.1.16 in grundsätzlicher Übereinstimmung mit Tab. 7.3  $\epsilon_{TAS} \approx 0,25 \text{ m s}^{-1}$  folgt.

$$TAS = CAS \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} = \sqrt{\frac{2q_c}{\rho}} \quad \{A.1.15\}$$

$$\epsilon_{TAS} = \left| \sqrt{\frac{2}{q_c \rho}} \right| \epsilon_{q_c} + \left| \frac{\sqrt{2q_c}}{\rho^{3/2}} \right| \epsilon_\rho \quad \{A.1.16\}$$

Die Unsicherheit der kinematischen Viskosität folgt aus Gl. A.1.11:

$$\epsilon_v = \left| \frac{1}{\rho} \right| \epsilon_\eta + \left| \frac{\eta}{\rho^2} \right| \epsilon_\rho \quad \{A.1.17\}$$

worin die benötigte Unsicherheit der dynamischen Viskosität  $\epsilon_\eta$  aus Gl. A.1.12 abgeleitet wird:

$$\epsilon_\eta = \left| \beta_S \frac{\sqrt{T_{stat}(T_{stat}+3S)}}{2(T_{stat}+S)^2} \right| \epsilon_{T_{stat}} \quad \{A.1.18\}$$

Mit der oben genannten Unsicherheit  $\epsilon_{T_{stat}}$  folgt die Unsicherheit der dynamischen Viskosität zu  $\epsilon_\eta \approx 1,1 \cdot 10^{-8} \text{ Ns m}^{-2}$ , die der kinematischen Viskosität zu  $\epsilon_v \approx 4 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , womit die gesuchte Unsicherheit der Re-Zahl bei  $TAS = 28 \text{ m s}^{-1}$  in etwa  $\epsilon_{Re} \approx 1,2 \cdot 10^4$  beträgt.

#### *Fazit Unsicherheitsbetrachtung*

Die angenommenen Zahlen repräsentieren den Beispielflug über dem Wind-LiDAR des KIT und die Größenordnung der auftretenden Unsicherheiten. Es wird deutlich, dass die Unsicherheiten mehrerer berechneter Zustandsgrößen über die Unsicherheit der benötigten Messgrößen miteinander korreliert sind.

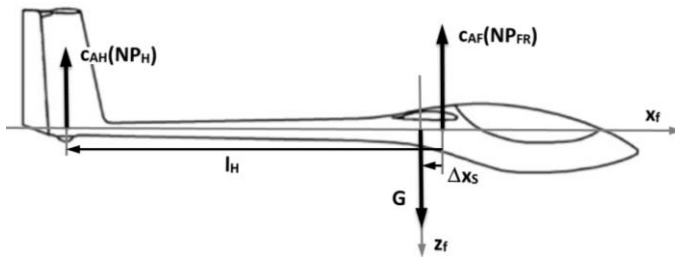
## A.1.4 Beschreibung Referenzzustand der DG-300/17

Als Referenzzustand wird eine Flugmasse von 420 kg bei einer Schwerpunktlage von 290 mm hinter der Bezugsebene angenommen. Dies entspricht mit kleinen Abweichungen dem Normaleinsatz dieses Flugzeug als Referenzsegelflugzeug. Für einige flugmechanische Abschätzungen sind Kenntnisse über den Längsmomentenhaushalt notwendig. Dies erfolgt auf Basis folgender Werte:

Größe	Formelzeichen	Wert
Flugmasse	m	420 kg
Flugmassenschwerpunkt hinter Bezugsebene (Bezugsebene ist parallel zur $y_F$ - $z_F$ -Ebene, durch den Durchstoßpunkt der Flügelvorderkante in die Rumpfkantur)	$x_{SP}$	0,290 m
Schwerebeschleunigung	$\gamma_e$	9,80665 m s <sup>-2</sup>
Spannweite Tragflügel	$b_F$	17,00 m
Fläche Tragflügel	$S_F$	11,97 m <sup>2</sup>
Streckung Tragflügel	$\Lambda_F$	24,1
Profilauftriebsanstieg	$dc_{aP}/d\alpha$	6,47
Auftriebsanstieg Tragflügel	$dc_{aF}/d\alpha$	5,98
Nullanstellwinkel Tragflügelprofil	$\alpha_{0P}$	-4,1°
Ersatzflügelteiefe	$l_\mu$	0,742 m
Flügelnullmomentenbeiwert	$C_{M0F}$	-0,09
Flügelneutralpunkt	$x_{NF}$	0,186 m
Neutralpunktverschiebung durch Rumpfeinfluss	$\Delta x_{NR}$	-0,043 m
Spannweite Höhenleitwerk	$b_H$	2,24 m
Höhenleitwerksfläche	$S_H$	0,963 m <sup>2</sup>
Streckung Höhenleitwerk	$\Lambda_H$	5,21
Auftriebsanstieg Höhenleitwerk	$dc_{aH}/d\alpha$	4,35/4,54
Ruderwirksamkeit	$d\alpha_H/d\eta$	0,55
Hochlage Höhenleitwerk	$z_H$	1,21 m
Abstand Neutralpunkt der Flügel-Rumpf- Kombination zum Höhenleitwerksneutralpunkt	$l_H$	4,05 m

Tab. A.2: Daten zur DG-300/17 (Dorn, 1985)

Das flugmechanische Modell wird entsprechend der verfügbaren Daten vereinfacht angenommen:



**Abb. A.7: Veranschaulichung flugmechanische Modellierung**  
( $NP_{FR}$  – Neutralpunkt der Flügel-Rumpf-Kombination,  $NP_H$  – Neutralpunkt Höhenleitwerk)

Der Auftriebsbeiwert des Gesamtflugzeugs  $c_A$  berechnet sich nach:

$$c_A = \frac{m \cdot g}{q \cdot S_F} \quad \{A.1.19\}$$

und stellt die Summe der Auftriebsbeiwerte an beiden Teilflächen dar:

$$c_A = c_{AF} + c_{AH} \cdot \frac{S_H}{S_F} \quad \{A.1.20\}$$

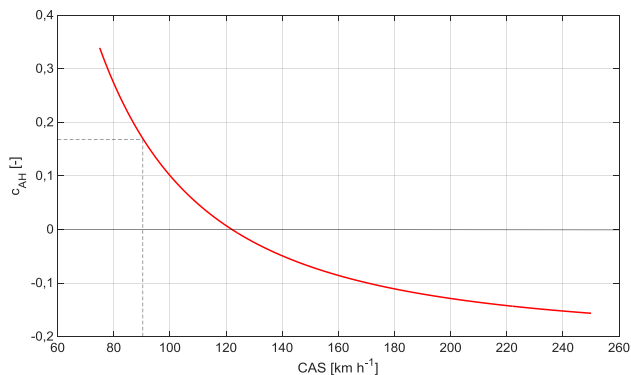
Mit der Zwischensumme

$$\Delta x_S = x_{NF} + \Delta x_{NR} - x_{SP} \quad \{A.1.21\}$$

folgt aus dem Momentengleichgewicht um den Schwerpunkt in der  $x_f$ - $z_f$ -Ebene:

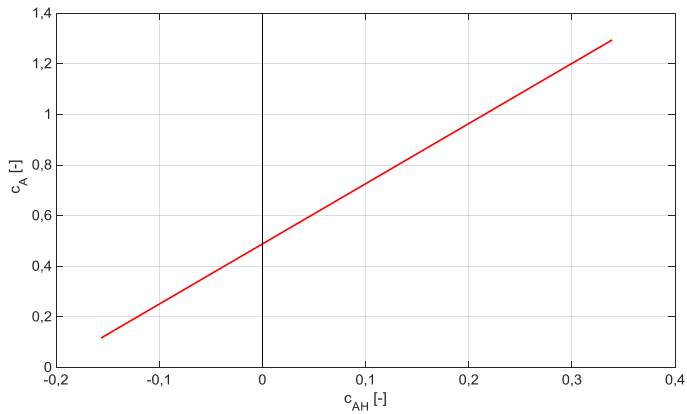
$$c_{AH} = \frac{C_{M0F} + c_{AF} \cdot \frac{\Delta x_S}{l_{\mu F}}}{\frac{S_H}{S_F} \left( l_H - \Delta x_S \right)} \quad \{A.1.22\}$$

Für die in Tab. A.2 benannte Flugmasse und Schwerpunktlage folgt diese grafische Darstellung:



**Abb. A.8: Höhenleitwerksauftriebsbeiwert über der Fluggeschwindigkeit für den Referenzzustand**

In der Darstellung des Höhenleitwerksauftriebsbeiwertes über dem Gesamtauftriebsbeiwert wird der lineare Charakter der Lösung erkennbar:



**Abb. A.9: Gesamtauftriebsbeiwert über dem Höhenleitwerksauftriebsbeiwert für den Referenzzustand**

## A.1.5 Angenommene Referenzflugleistung der DG-300/17

C <sub>A</sub>	C <sub>W</sub>	Re	C <sub>A</sub>	C <sub>W</sub>	Re
0,20	0,01169	2,351E+06	0,61	0,01528	1,346E+06
0,21	0,01154	2,294E+06	0,62	0,01548	1,335E+06
0,22	0,01138	2,241E+06	0,63	0,01569	1,324E+06
0,23	0,01121	2,192E+06	0,64	0,01590	1,314E+06
0,24	0,01102	2,146E+06	0,65	0,01612	1,304E+06
0,25	0,01079	2,103E+06	0,66	0,01634	1,294E+06
0,26	0,01056	2,062E+06	0,67	0,01656	1,284E+06
0,27	0,01040	2,023E+06	0,68	0,01679	1,275E+06
0,28	0,01034	1,987E+06	0,69	0,01701	1,266E+06
0,29	0,01036	1,952E+06	0,70	0,01724	1,257E+06
0,30	0,01041	1,919E+06	0,71	0,01748	1,248E+06
0,31	0,01050	1,888E+06	0,72	0,01772	1,239E+06
0,32	0,01060	1,858E+06	0,73	0,01796	1,230E+06
0,33	0,01071	1,830E+06	0,74	0,01819	1,222E+06
0,34	0,01083	1,803E+06	0,75	0,01844	1,214E+06
0,35	0,01096	1,777E+06	0,76	0,01869	1,206E+06
0,36	0,01108	1,752E+06	0,77	0,01893	1,198E+06
0,37	0,01122	1,728E+06	0,78	0,01919	1,190E+06
0,38	0,01135	1,705E+06	0,79	0,01944	1,183E+06
0,39	0,01149	1,683E+06	0,80	0,01969	1,175E+06
0,40	0,01163	1,662E+06	0,81	0,01996	1,168E+06
0,41	0,01178	1,642E+06	0,82	0,02021	1,161E+06
0,42	0,01192	1,622E+06	0,83	0,02048	1,154E+06
0,43	0,01207	1,603E+06	0,84	0,02075	1,147E+06
0,44	0,01221	1,585E+06	0,85	0,02102	1,140E+06
0,45	0,01238	1,567E+06	0,86	0,02129	1,134E+06
0,46	0,01253	1,550E+06	0,87	0,02157	1,127E+06
0,47	0,01269	1,533E+06	0,88	0,02184	1,121E+06
0,48	0,01286	1,517E+06	0,89	0,02212	1,114E+06
0,49	0,01302	1,502E+06	0,90	0,02241	1,108E+06
0,50	0,01319	1,487E+06	0,91	0,02268	1,102E+06
0,51	0,01336	1,472E+06	0,92	0,02297	1,096E+06
0,52	0,01354	1,458E+06	0,93	0,02326	1,090E+06
0,53	0,01372	1,444E+06	0,94	0,02356	1,084E+06
0,54	0,01390	1,431E+06	0,95	0,02385	1,079E+06
0,55	0,01409	1,418E+06	0,96	0,02415	1,073E+06
0,56	0,01428	1,405E+06	0,97	0,02444	1,067E+06
0,57	0,01447	1,392E+06	0,98	0,02474	1,062E+06
0,58	0,01467	1,380E+06	0,99	0,02504	1,057E+06
0,59	0,01486	1,369E+06	1,00	0,02535	1,051E+06
0,60	0,01507	1,357E+06			

Tab. A.3: Angenommene Referenzflugleistung DG-300/17

## A.2 Detailbetrachtungen zu den Einflussgrößen auf die Flugleistung

### A.2.1 Einfluss der Schwerpunktlage auf die Flugleistung

Bei Änderung der Schwerpunktlage (bei konstant angenommener Flugmasse) ändert sich bei gegebenem Gesamtauftriebsbeiwert die Verteilung der Auftriebsbeiwerte am Flügel und am Höhenleitwerk nach Gl. A.1.22. Der Haupteinfluss auf die Flugleistung ist dabei die Änderung des induzierten Gesamtwiderstandes des Flugzeugs. Dieser wird berechnet, indem zunächst die Auftriebsbeiwerte an Flügel und Höhenleitwerk nach Kap. A.1.4 für verschiedene Schwerpunktlagen ermittelt werden.

Der induzierte Widerstandsbeiwert eines isolierten Flügels berechnet sich mit:

$$c_{Wi} = k \cdot \frac{c_A^2}{\pi \cdot \Lambda} \quad \{A.2.1\}$$

Der k-Faktor gibt die Abweichung von der idealen elliptischen Auftriebsverteilung an. Der gesamte Beiwert für den induzierten Widerstand folgt aus der Summe beider induzierter Teilwiderstandsbeiwerte und einem Interferenzterm nach Munk (1919), *Munk'scher Verschiebungssatz*. Dies berücksichtigt, dass sich die Wirbelfelder von Tragflügel und Höhenleitwerk in räumlicher Nähe zueinander bilden.

$$c_{Wi} = k_F \cdot \frac{c_{AF}^2}{\pi \cdot \Lambda_F} + 2 \cdot \sigma \cdot \frac{c_{AF} \cdot c_{AH}}{\pi \cdot \Lambda_H} \cdot \frac{b_H}{b_F} + k_H \cdot \frac{c_{AH}^2}{\pi \cdot \Lambda_H} \cdot \frac{S_H}{S_F} \quad \{A.2.2\}$$

mit dem Interferenzterm  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{b_H}{b_F} \left[ 1 - \tanh \left( \arcsin \left( 2 \frac{z_H}{b_F} \right) \right) \right]. \quad \{A.2.3\}$$

Für verschiedene Schwerpunktlagen um die Referenzschwerpunktlage kann so die Widerstandsänderung zum Referenzzustand bestimmt werden. Mit Annahme von  $k_F = 1,01$  und  $k_H = 1,03$  wird die resultierende Sinkgeschwindigkeitsdifferenz zur Referenzschwerpunktlage für den stationären Geradeausflug berechnet (Abb. 5.23). Die Änderung des Widerstandsbeiwertes berechnet sich mit 5.8.

Es ist zu beachten, dass der Höhenleitwerksauftriebsbeiwert  $c_{AH}$  nach Abb. A.9 einen direkten Einfluss in Gl. A.2.2 ausübt und die Geschwindigkeit der maximalen Insensitivität gegenüber Änderungen der Schwerpunktlage bestimmt. Die Verhältnisse in Abb. A.8 und A.9 sind nicht experimentell abgesichert.

## A.2.2 Einfluss der Drehbeschleunigung um die Querachse auf die Flugleistung

Das Massenträgheitsmoment  $I_{yy}$  der DG-300/17 um die Querachse ist nicht explizit bekannt. FEM-Berechnungen von Pätzold (2003) für das einsitzige Segelflugzeug SB14 mit ähnlicher Masse und Massenverteilung ergaben Werte von etwa 930..960 kgm<sup>2</sup>. Für ein doppelsitziges Segelflugzeug berechnet Wrobel (2001) Werte von 1200..1310 kgm<sup>2</sup>. Messungen von Spierenberg (1991) für ein doppelsitziges Segelflugzeug ergaben einen Wert von 1532 kgm<sup>2</sup>, Messungen von Boysen (1991) am schwanzlosen Segelflugzeug SB 13 ergaben 151..195 kgm<sup>2</sup>. Nach Betrachtung der Skalierung wird für die DG-300/17 ein Wert von  $I_{yy}=900$  kgm<sup>2</sup> angenommen.

Aus der Änderung des Drehimpulses kann auf das wirkende Moment und mit dem Abstand zwischen Schwerpunkt und Höhenleitwerksneutralpunkt auf den wirkenden Höhenleitwerks-zusatzauftrieb geschlossen werden:

$$\frac{dL_y}{dt} = I_{yy} \cdot \dot{q} = \delta M = (l_H - \Delta x_s) \cdot \delta A_H \quad \{A.2.4\}$$

Mit Gl. 5.5 folgt:

$$\delta c_{AH,q} = \frac{I_{yy} \cdot \dot{q}}{l_H} \cdot \frac{1}{q_c \cdot S_H} \quad \{A.2.5\}$$

Unter Vernachlässigung von A.2.2 (Munk'scher Verschiebungssatz) aufgrund der nur kleinen Änderungen gilt:

$$\delta c_{WH,q} = c_{Wi}(c_{AH} + \delta c_{AH,q}) - c_{Wi}(c_{AH}) \quad \{A.2.6\}$$

Mit Gl. A.2.1 folgt für das Gesamtflugzeug:

$$\delta c_{Wq} = \frac{k_H}{\pi \cdot \Lambda_H} (2 \cdot c_{AH,q} \cdot \delta c_{AH} + \delta c_{AH,q}^2) \cdot \frac{S_H}{S_F} \quad \{A.2.7\}$$

und mit Gl. A.2.5:

$$\delta c_{Wq} = \frac{k_H}{\pi \cdot \Lambda_H \cdot S_F \cdot q_c \cdot (l_H - \Delta x_s)} (2 \cdot c_{AH} \cdot I_{yy} \cdot \dot{q} + \frac{1}{q_c \cdot S_H \cdot l_H} \cdot (I_{yy} \cdot \dot{q})^2) \quad \{A.2.8\}$$

Für den Auslegungspunkt von 25 m s<sup>-1</sup> ergibt sich bei maximaler Drehbeschleunigung von 3 ° s<sup>-2</sup> eine Widerstandsänderung von etwa 0,3 %, was einer momentanen Sinkgeschwindigkeits-änderung kleiner 2 mm s<sup>-1</sup> entspricht. Da sich die Drehbeschleunigung permanent ändert ist  $\delta c_{Wq}$  ebenfalls zeitvariant. Abhängig der Vorzeichen von  $c_{AH}$  und  $\delta c_{AH}$  kann  $\delta c_{Wq}$  negative Werte annehmen, was einer (momentanen) Widerstandsverringering entspricht.



### A.2.3 Höhenruderausschläge infolge räumlicher Windgradienten

Als Auslegungspunkt wird eine Fluggeschwindigkeit von  $90 \text{ km h}^{-1}$  ( $=25 \text{ m s}^{-1}$ ) gewählt, da bei etwa dieser Geschwindigkeit die relevanten Flugversuche durchgeführt wurden, weil hier die Sinkgeschwindigkeit der DG-300/17 gegenüber der Luft am geringsten ist. Die erforderlichen Ruderausschläge zur Kompensation von räumlichen Windgradienten sind bei niedrigem Staudruck zudem größer.

#### Vertikalgradient der longitudinalen Windgeschwindigkeit

Annahme:  $u_{Wza} = 0,05 \text{ s}^{-1}$ ; Auslegungsgeschwindigkeit:  $V = 25 \text{ m s}^{-1}$

Aus der Hochlage des Höhenleitwerks (Tab. A.2) folgt eine Anströmgeschwindigkeitsdifferenz von

$$\delta V_H = 0,0605 \text{ m s}^{-1}$$

Mit dem gewählten positiven Vorzeichen folgt der windgradientenbeeinflusste Staudruck  $q_1$  gegenüber dem ungestörten Staudruck  $q_0$  mit  $\rho = 1,225 \text{ kg m}^{-3}$  nach

$$q = \frac{\rho}{2} V^2 \quad \{A.2.9\}$$

zu  $q_0 = 3,828 \text{ hPa}$  und  $q_1 = 3,847 \text{ hPa}$ . Der der Auftriebsbeiwert am Höhenleitwerk wird für den betrachteten Arbeitspunkt aus Abb. A.9 entnommen:

$$c_{AH0} = 0,18$$

Mit diesem kann der benötigte Auftrieb berechnet werden zu

$$A_H = q_0 \cdot S_H \cdot c_{AH0} \approx 66 \text{ N} \quad \{A.2.10\}$$

Mit der Annahme, dass der vom Höhenleitwerk zu erzeugende Auftrieb konstant sein soll, wird mit dem gestörten Staudruck der neuen Höhenleitwerksauftriebsbeiwert berechnet:

$$c_{AH1} = \frac{A_H}{q_1 \cdot S_H} = 0,1791 \quad \{A.2.11\}$$

Mit dem Auftriebsanstieg und der Ruderwirksamkeit nach Tabelle 11.2.2 folgt

$$\frac{dc_{AH}}{d\eta} = \frac{dc_{AH}}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{d\eta} = 4,35 \cdot 0,55 \approx 2,39 \quad \{A.2.12\}$$

Somit

$$\delta\eta_{uWza} = \frac{\Delta c_{AH}}{\frac{dc_{AH}}{d\eta}} \approx 0,02^\circ \quad \{A.2.13\}$$

#### Longitudinalgradient der Vertikalwindgeschwindigkeit

Annahme:  $w_{Wxa} = 0,01 \text{ s}^{-1}$ ; Auslegungsgeschwindigkeit:  $V = 25 \text{ m s}^{-1}$

Damit folgt mit dem Abstand  $l_H$  (Tab A.2) ein gradientenbedingter Zusatzanstellwinkel am Höhenleitwerk von:

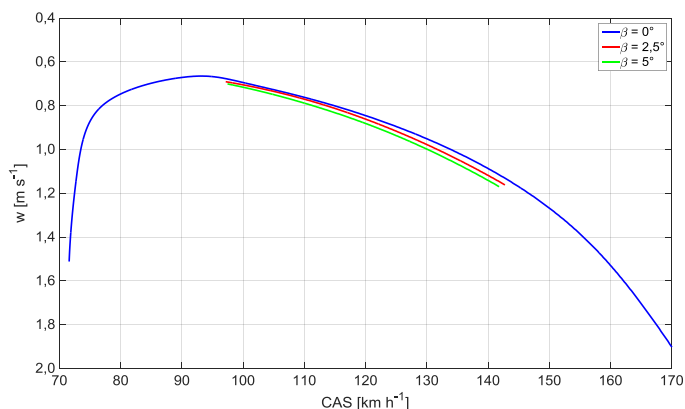
$$\delta\alpha_{HwWxa} = \tan^{-1} \left( \frac{w_{Wxa} \cdot l_H}{V} \right) \approx 0,09^\circ \quad \{A.2.14\}$$

Der erforderliche Höhenruderausschlag folgt mit der Höhenruderwirksamkeit:

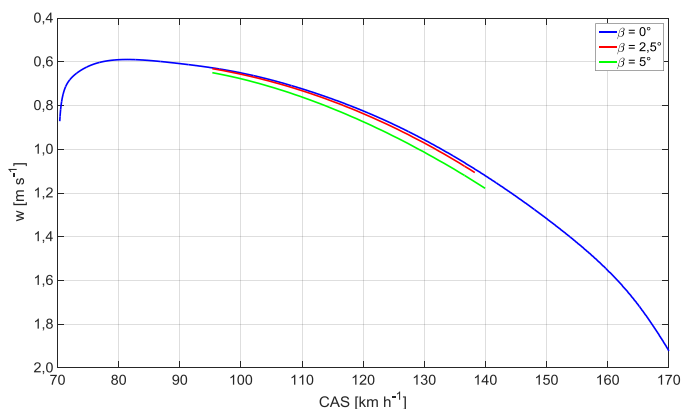
$$\delta\eta_{wWxa} = \Delta\alpha_{HwWxa} \cdot \frac{d\alpha_H}{d\eta} \approx 0,17^\circ \quad \{A.2.15\}$$

### A.2.4 Einfluss des Schiebewinkels auf die Flugleistung

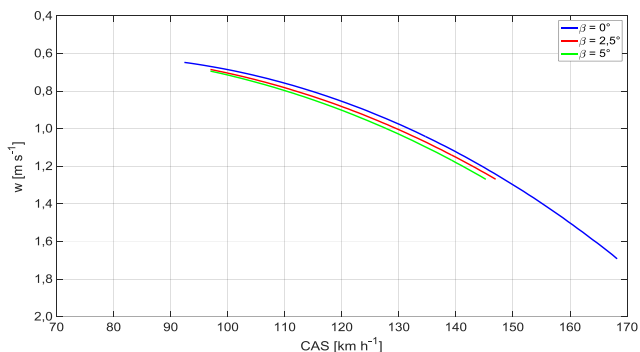
Während des IDAFLIEG-Sommertreffens 2009 wurden mit drei verschiedenen Segelflugzeugen zusätzlich zur Flugleistungsbestimmung im schiefbefreien Geradeausflug Messabschnitte mit konstanten Schiebewinkeln erfolgen. Zum IDAFLIEG-Sommertreffen 2011 wurden solche Messabschnitte mit dem Referenzsegelflugzeug DG-300/17 geflogen. Die Ergebnisse sind für alle vier Segelflugzeuge der Anschaulichkeit halber zunächst in der Sinkgeschwindigkeitsdarstellung gezeigt. Eine namentliche Nennung der drei im Jahr 2009 untersuchten Segelflugzeugmuster ist wegen ungeklärten Veröffentlichungsregelungen nicht möglich.



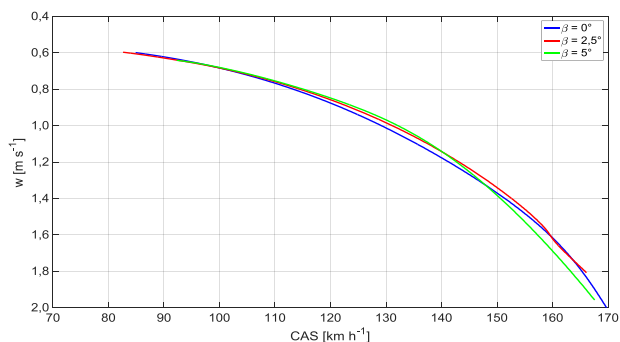
**Abb. A.10:** Sinkgeschwindigkeitsdiagramm *Segelflugzeug 1* bei verschiedenen Schiebewinkeln



**Abb. A.11:** Sinkgeschwindigkeitsdiagramm *Segelflugzeug 2* bei verschiedenen Schiebewinkeln



**Abb. A.12:** Sinkgeschwindigkeitsdiagramm *Segelflugzeug 3* bei verschiedenen Schiebewinkeln



**Abb. A.13:** Sinkgeschwindigkeitsdiagramm *DG-300/17* bei verschiedenen Schiebewinkeln

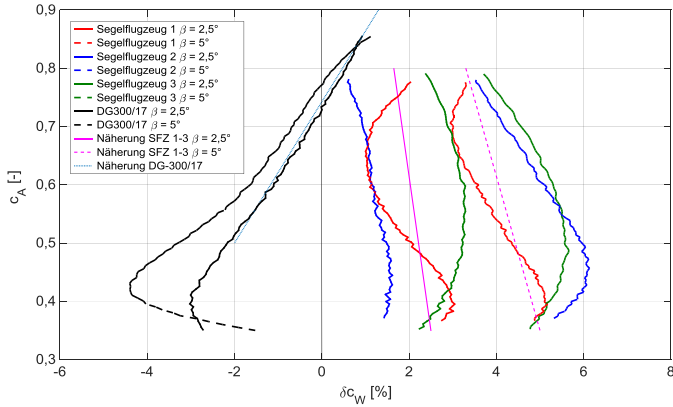
Während die drei im Jahr 2009 vermessenen Segelflugzeuge erwartungsgemäß eine Zunahme der Sinkgeschwindigkeit bei größer werdendem Schiebewinkel aufweisen, ist dieser Zusammenhang aus den Messdaten zur DG-300/17 nicht zu erkennen. Zum Vergleich der Messungen wird die Flugleistungsänderung für die zwei Schiebeflugzustände je Segelflugzeug als prozentuale Differenz zum schiefbefreien Zustand in Abb. A.14 dargestellt.

Die *Segelflugzeuge 1* bis *3* zeigen grundsätzlich ein ähnliches Verhalten, wenn auch individuell geprägt. Das Verhalten der DG-300/17 ist grundsätzlich unerwartet und trotz einiger Anstrengungen bislang ohne strömungsphänomenologische Erklärung. Für die Modellierung des Einflusses des Schiebewinkels auf die Flugleistung wird die prozentuale Abweichung nach Abb. A.14 herangezogen.

$$\delta c_{W\beta} = c_W \cdot k_\beta \quad \{A.2.16\}$$

Der Faktor  $k_\beta$  ist flugzeugspezifisch und vom  $c_A$ -Wert abhängig.

$$k_\beta = f(c_A, \beta) \quad \{A.2.17\}$$



**Abb. A.14: Relative Widerstandsbeiwertänderung infolge Schiebewinkel für verschiedene Segelflugzeuge**

Ist das Kennfeld nach Abb. A.14 angemessen genau bekannt, dann kann in der Anwendung der aktuelle Faktor  $k_\beta$  als Funktion von  $c_A$  und  $\beta$  interpoliert/extrapoliert werden. Die Ergebnisse nach Abb. A.14 sind allerdings die derzeit einzig verfügbaren Messergebnisse für die Flugleistung von Segelflugzeugen bei Schiebewinkeln. Für die praktische Anwendung werden deshalb linearisierte Näherungen angesetzt.

Die in dieser Arbeit ausgewerteten Messungen mit der DG-300/17 über dem Wind-LiDAR haben mit einer Sollgeschwindigkeit von  $90 \text{ km h}^{-1}$  IAS stattgefunden, woraus unter Beachtung der Fahrtkalibrierung ein Auftriebsbeiwert von  $c_{A,AP} \approx 0,8$  folgt. Die aufgetretenen Schiebewinkel können zudem mit  $|\beta| < 2^\circ$  angenommen werden. Nimmt man des Weiteren eine lineare Abhängigkeit von  $\beta$  und  $k_\beta$  an, so folgt als Arbeitsmodell für die DG-300/17:

$$k_{\beta,DG-300/17} = \frac{(4,1 \cdot c_A - 3,05)}{100} \cdot \beta \quad \{A.2.18\}$$

Mit dem gleichen linearen Ansatz lautet dieses Modell gemittelt über die anderen drei Segelflugzeuge

$$k_{\beta,SFZ 1-3} = \frac{(-0,76 \cdot c_A + 1,26)}{100} \cdot \beta \quad \{A.2.19\}$$

### A.2.5 Rechnerische und experimentelle Bestimmung des Gesamtlugzeugauftriebsanstiegs

#### Rechnerische Bestimmung

Aus dem als bekannt angenommenen Auftriebsanstieg des Tragflügelprofils lautet der Auftriebsanstieg des Tragflügels nach *Schlichtung und Truckenbrodt (1959/60)* für inkompressible Strömung:

$$C_{A\alpha,F} = C_{A\alpha\infty} \cdot \frac{\Lambda}{\Lambda+2} \quad \{A.2.20\}$$

mit

$C_{A\alpha\infty}$  – Auftriebsanstieg des Tragflügels unendlicher Streckung, wird gleich dem Profilauftriebsanstieg des Tragflügelprofils  $C_{A\alpha PF}$  gesetzt, nach Tab. A.2 ist dieser konstant

$\Lambda$  – Flügelstreckung

Für ein Zweiflügelssystem berechnen sich der Gesamtauftriebsbeiwert und der Tragflügel-auftriebsbeiwert nach Gl. A.1.15-18. Geht man von einem zu vernachlässigenden Einfluss des Höhenleitwerks auf den Tragflügel aus, dann kann der Tragflügelanstellwinkel gleich dem Gesamtlugzeuganstellwinkel gesetzt werden.

$$C_{A\alpha} = \frac{\frac{dc_A}{dc_{A,F}}}{C_{A\alpha,F}} \approx 6,19 \quad \{A.2.21\}$$

Mit dem Flügelauftriebsbeiwert bei einem Gesamtauftriebsbeiwert von Null folgt mit dem Profilnullanstellwinkel nach Tab. A.2 der Gesamtlugzeug-Nullanstellwinkel  $\alpha_0 \approx -3,95^\circ$  und der Auftriebbeiwert bei einem Anstellwinkel von Null zu  $c_{A,\alpha=0} \approx 0,41$ . Diese Berechnungen sind lediglich als Abschätzung zu verstehen. Aufwendigere Berechnungen sind bei hinreichender Kenntnis der Einflussgrößen möglich.

#### Experimentelle Bestimmung

Für die Bestimmung des Auftriebsanstiegs im Flugversuch wird das Segelflugzeug ähnlich dem in Quellmann (1983) und Albat (1992) beschriebenen Ausschießverfahren zur Flugleistungsbestimmung in einem verzögerten Flug mit konstanter Höhe in Bodennähe gesteuert, im vorliegenden Fall etwa 200 m über Grund. Dieses Manöver wurde jeweils zum Abschluss der Flüge über dem Wind-LIDAR der KIT im Gegenanflug zur Landung auf dem Flugplatz Linkenheim geflogen. In dieser Höhe wird bei hinreichend störungsarmer Atmosphäre davon ausgegangen, dass der Vertikalwind  $w_{Wg} \approx 0$  ist, womit  $w_g = w_{Kg}$  angenommen werden kann und sich der Flugwindneigungswinkel  $\gamma_a$  wie folgt berechnen lässt, vgl. Abb. 6.4:

$$\gamma_a = \arccos(w_{Kg}/TAS) \quad \{A.2.22\}$$

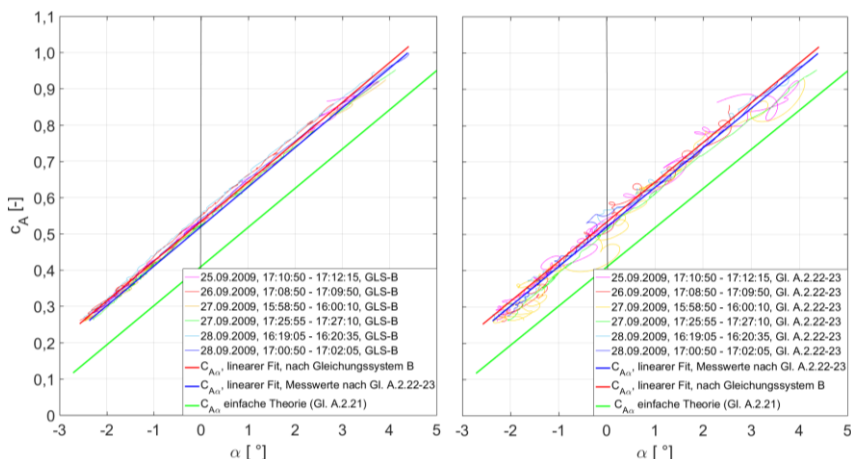
Mit dem gemessenen Längsneigungswinkel  $\Theta$  kann der gesuchte Anstellwinkel  $\alpha$  nach Gl. 7.10 berechnet werden:

$$\alpha = \Theta - \gamma_a \quad \{A.2.23\}$$

Der zugehörige Auftriebsbeiwert kann nach Gl. 7.8 hinreichend genau bestimmt werden. Die Kenntnis der Flugleistung des Segelflugzeugs ist nicht erforderlich.

Des Weiteren kann der Auftriebsanstieg mit Hilfe des Gleichungssystems B und der Berechnung des Anstellwinkels nach Gl. 7.1 und 7.2 erfolgen. Der für B.IV benötigte Anstellwinkel kann nach Kap. 7.3 geschätzt und nach der ersten vollständigen Berechnung wieder als Eingangswert genutzt werden. Das prinzipiell iterative Vorgehen konvergiert sehr stark. Dieser Ansatz wird für die beschriebenen Flugabschnitte unter Beachtung der in Kap. 5.2.6 zunehmenden Unsicherheit des Flugleistungsmodells bei kleinen  $c_{A-}$ -Werten angewandt.

Die Ergebnisse von 6 Flugabschnitten ausgewertet nach beiden Ansätzen sind in Abb. A.15 vergleichend dargestellt. Der gesuchte Auftriebsanstieg wird mittels Ausgleichsgerade aus linear angenommen.



**Abb. A.15a+b: Vergleich rechnerische und experimentelle Bestimmung des Gesamtauftriebsanstiegs**

Die experimentellen Ergebnisse stimmen gut überein (Tab. A.4) und auch der berechnete Auftriebsanstieg weicht nur geringfügig von den experimentellen Werten ab. Ein deutlicher Unterschied ergibt sich im Gesamtflugzeugnullanstellwinkel und ist primär durch den vernachlässigten Rumpfeinfluss und die nicht betrachtete Auftriebsverteilung begründet.

	Berechnet	Nach Gl. A.2.22-23	Nach Gleichungssystem B
$C_{A\alpha}$	6,19	6,25	6,27
$C_{A,\alpha=0}$	0,41	0,52	0,53
$\alpha_0$	$-3,95^\circ$	$-4,76^\circ$	$-4,87^\circ$

**Tab. A.4: Vergleich theoretisch und experimentell ermittelter Auftriebsanstiegsgrößen**

### A.2.6 Berücksichtigung der veränderlichen Luftdichte

Die Änderung der Luftdichte entlang des Flugweges bewirkt eine dichtegradientenproportionale Änderung des Verhältnisses von Bahngeschwindigkeit zu Fluggeschwindigkeit gegenüber der Luft. Dies entspricht einem beschleunigten Flugzustand. Für die formal korrekte Bestimmung des Auftriebs(beiwertes) allein aus dem Staudruck nach Gl. 5.1 und 5.5 ist diese Beschleunigung zu berücksichtigen.

Die Änderung der Bahngeschwindigkeit  $\dot{V}_{k,\rho}$  infolge des zeitlichen Dichtegradienten  $\dot{\rho}$  wird als Änderung der wahren Fluggeschwindigkeit angesetzt (Gl. A.1.15). Es folgt damit:

$$a_{ax,\rho} = \dot{V}_{k,\rho} = \frac{dV_{TAS}}{dt} \Big|_{\rho} = V_{CAS} \cdot \frac{d}{dt} \left( \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} \right) \quad \{A.2.24\}$$

Mit einer konstanten Bezugsdichte ( $\rho_0 = 1,225 \text{ kg m}^{-3}$ ) und der Berücksichtigung von Termen die  $\dot{\rho}$  enthalten, folgt:

$$a_{ax,\rho} = V_{CAS} \cdot \frac{d}{dt} \left( \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} \right) = V_{CAS} \cdot \dot{\rho} \frac{\rho_0^{1/2}}{2 \cdot \rho^{3/2}} \quad \{A.2.25\}$$

Zur anströmungsparallelen dichtegradientenabhängigen Beschleunigung tritt eine mit der Flugleistung skalierte Komponente anströmungsenkrecht hinzu:

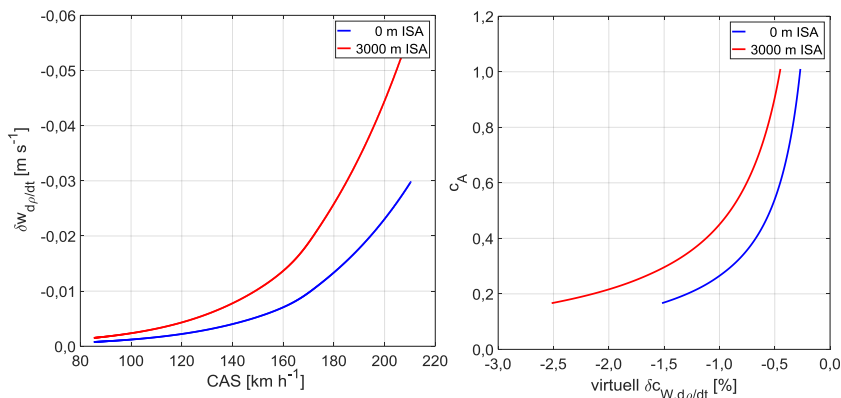
$$a_{az,\rho} = \frac{c_A}{c_W} a_{ax,\rho} \quad \{A.2.26\}$$

Anschaulich bedeutet dies bei positivem Dichtegradienten unter sonst stationären Bedingungen und unter Vorzeichenbeachtung ein permanent gegenüber 1 leicht erhöhter Betrag des Lastvielfachen  $|\bar{n}_a|$ , also einer scheinbaren Flugmassenerhöhung. Während bei Messung des Massenkraftvektors wie in dieser Arbeit diese Beschleunigung bereits beinhaltet ist, folgt bei klassischer Bestimmung des Auftriebes nach Gl. 5.1/5.5 ein zu kleiner Auftriebsbeiwert und somit eine falsche Flugleistungsannahme bzw. -zuordnung. Dies führt bei vorhandenem positiven Dichtegradienten zu einer Verkleinerung des tatsächlichen aerodynamischen Gleitwinkels  $\gamma_{AE}$  ggü. dem ohne Dichtegradienten angenommenen.

Dorn (1987) benennt diesen Effekt, vertieft ihn jedoch nicht und verwendet Impulsänderungs- und Energiegleichungen. Hamel (1966) diskutiert vermutlich diesen Effekt, unter Verwendung des sogenannten *aerodynamischen Radius* als Näherungsgröße in einer isothermen Atmosphäre. Die Herleitung wird nicht dargestellt und auf das Konzept von Larrabee (1966) verwiesen, der ebenfalls keine Herleitung oder Erläuterung hierzu darlegt oder referenziert.

Der Einfluss auf die Trajektorie für das in dieser Arbeit betrachtete Segelflugzeug ist in Abb. A.16 als Änderung der Vertikalgeschwindigkeit und entsprechend als *scheinbare* relative Änderung des Widerstands dargestellt. Die aerodynamische Flugleistung ändert sich hierbei jedoch nicht. Prinzipiell sind aufgrund horizontaler und zeitlich veränderlicher

Dichteverläufe geringfügig größere zeitliche Dichtegradienten möglich, als der Betrachtung in Abb. A.16 zugrunde liegen.



**Abb. A.16a+b: Differenz der Flugleistung bei Berücksichtigung des Dichtegradienten bei Referenzflugmasse von  $m = 420 \text{ kg}$  nach ISA in zwei verschiedenen Höhen und  $w_{wg} = 0$**

Bei der Anwendung einer gegebenen Flugleistung ist zu beachten, ob die Flugleistung auf die rein aerodynamische Flugleistung reduziert wurde oder wie bislang üblich auf einen mittleren Dichtegradienten bezogen ist. Im zweiten Fall ist eine Korrekturbetrachtung zu einem höhen- und geschwindigkeitsabhängigen Dichtegradienten ähnlich der Re-Zahl-Korrektur in Kap. 5.2.4 durchzuführen.

In der vorliegenden Arbeit ist die Unsicherheit über die Handhabung des Dichtegradienten in der Unsicherheit der absoluten Flugleistung enthalten. Bei zukünftigen absoluten Flugleistungsmessungen ist dieser Einfluss zu beachten und sollte sich als Differenz eines Impulsänderungsansatzes und einer klassischen Höhenstufenauswertung mit Mittelung der Höhenunterschiede zeigen.



### A.3 Komponentenschreibweise der Vektordifferenz-Windmessgleichungen

In diesem Kapitel wird zuerst die Grundgleichung der Windmessung in Komponentenschreibweise nach Lenschow (1972) und Vörsman (1985) dargestellt. Nachfolgend werden die drehratenbedingten Korrekturen nach diesen Quellen eingeführt und verglichen. Die häufig referenzierte Formulierung in Lenschow (1986) wird abschließend wiedergegeben.

Die **Grundgleichung** der *Vektordifferenz-Windmessung* ohne Drehratenkorrektur lautet:

$$\bar{V}_{Wg} = \bar{V}_{Kg} - \bar{V}_g \quad \text{bzw.} \quad \begin{bmatrix} u_W \\ v_W \\ w_W \end{bmatrix}_g = \begin{bmatrix} u_K \\ v_K \\ w_K \end{bmatrix}_g - \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_g \quad \{A.3.1\}$$

mit

$\bar{V}_{Wg}$  – Windvektor im geodätischen Koordinatensystem

$\bar{V}_{Kg}$  – Bahnvektor im geodätischen Koordinatensystem

$\bar{V}_g$  – Bewegungsvektor gegenüber der Luft (Flugwindvektor) im geodätischen Koordinatensystem

Die wahre Fluggeschwindigkeit (TAS) wird mittels zu messender Winkel ins geodätische Koordinatensystem transformiert:

$$\bar{V}_g = \underline{M}_{gf} \bar{V}_f = \underline{M}_{gf} \underline{M}_{fa} \bar{V} = \underline{M}_{ga} \bar{V} \quad \{A.3.2\}$$

mit

$\bar{V}_f$  – Flugwindvektor im flugzeugfesten Koordinatensystem

$$\bar{V} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_{TAS} \quad \{A.3.3\}$$

$V_{TAS}$  – True Airspeed

$\underline{M}_{gf}$  – Transformationsmatrix von flugzeugfesten ins geodätischen Koordinatensystem

$\underline{M}_{gf}$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta \cdot \cos\Psi & \sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi & \cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi \\ \cos\theta \cdot \sin\Psi & \sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi & \cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi \\ -\sin\theta & \sin\Phi \cdot \cos\theta & \cos\Phi \cdot \cos\theta \end{bmatrix} \quad \{A.3.4\}$$

mit  $\Phi, \theta, \Psi$  – Querneigung, Längsneigung, Kurswinkel

$\underline{M}_{fa}$  – Transformationsmatrix vom aerodynamischen ins flugzeugfesten Koordinatensystem

$$\underline{M}_{fa} = \begin{bmatrix} \cos\alpha \cdot \cos\beta & -\cos\alpha \cdot \sin\beta & -\sin\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ \sin\alpha \cdot \cos\beta & -\sin\alpha \cdot \sin\beta & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad \{A.3.5\}$$

mit

$\alpha, \beta$  – Anstellwinkel, Schiebewinkel

$\underline{M}_{ga}$  – Transformationsmatrix vom aerodynamischen ins geodätischen Koordinatensystem, hier nicht ausgeführt.

Gl. A.3.1 lautet mit Gl. A.3.2 also:

$$\bar{V}_{Wg} = \bar{V}_{Kg} - \underline{M}_{gf} \underline{M}_{fa} \bar{V} \quad \{A.3.6\}$$

Zwecks Nachvollziehbarkeit der Ergebnisse anderer wird dies nachfolgend Schritt für Schritt hergeleitet. Die drei Vektoren lauten – nach Auflösung aller Operationen in Komponentenschreibweise:

$$\underline{1. Term}: \bar{V}_{Wg} = \begin{bmatrix} u_W \\ v_W \\ w_W \end{bmatrix}_g \quad \{A.3.7\}$$

$$\underline{2. Term}: \bar{V}_{Kg} = \begin{bmatrix} u_K \\ v_K \\ w_K \end{bmatrix}_g \quad \{A.3.8\}$$

Der 3. Term  $\underline{M}_{gf} \underline{M}_{fa} \bar{V}$  besteht aus folgenden Komponenten:

$$\underline{M}_{gf} = \begin{bmatrix} \cos\theta \cdot \cos\Psi & \sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi & \cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi \\ \cos\theta \cdot \sin\Psi & \sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi & \cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi \\ -\sin\theta & \sin\Phi \cdot \cos\theta & \cos\Phi \cdot \cos\theta \end{bmatrix} \quad \{A.3.9\}$$

$$\underline{M}_{fa} = \begin{bmatrix} \cos\alpha \cdot \cos\beta & -\cos\alpha \cdot \sin\beta & -\sin\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ \sin\alpha \cdot \cos\beta & -\sin\alpha \cdot \sin\beta & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad \{A.3.10\}$$

$$\bar{V} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_{TAS} \quad \{A.3.11\}$$

Auflösung der ersten Transformation:

$$\underline{M}_{fa} \bar{V} = \begin{bmatrix} \cos\alpha \cdot \cos\beta & -\cos\alpha \cdot \sin\beta & -\sin\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ \sin\alpha \cdot \cos\beta & -\sin\alpha \cdot \sin\beta & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{TAS} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = V_{TAS} \begin{bmatrix} \cos\alpha \cdot \cos\beta \\ \sin\beta \\ \sin\alpha \cdot \cos\beta \end{bmatrix} \quad \{A.3.12\}$$

Auflösung der zweiten Transformation:

$$\underline{M}_{gf} \underline{M}_{fa} \bar{V} = V_{TAS} \begin{bmatrix} \cos\theta \cdot \cos\Psi & \sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi & \cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi \\ \cos\theta \cdot \sin\Psi & \sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi & \cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi \\ -\sin\theta & \sin\Phi \cdot \cos\theta & \cos\Phi \cdot \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha \cdot \cos\beta \\ \sin\beta \\ \sin\alpha \cdot \cos\beta \end{bmatrix} \quad \{A.3.13\}$$

Unter Vernachlässigung von Drehbewegungen lauten die Komponenten der Windmessung nach Gl. A.3.1:

$$\begin{aligned}
u_{Wg} &= u_{Kg} \\
&-V_{TAS} \cdot [\cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\theta \cdot \cos\Psi \\
&\quad + \sin\beta \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi) \\
&\quad + \sin\alpha \cdot \cos\beta \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi)] \quad \{A.3.14\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_{Wg} &= v_{Kg} \\
&-V_{TAS} \cdot [\cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\theta \cdot \sin\Psi \\
&\quad + \sin\beta \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi) \\
&\quad + \sin\alpha \cdot \cos\beta \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi)] \quad \{A.3.15\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
w_{Wg} &= w_{Kg} \\
&-V_{TAS} \cdot [-\cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \sin\theta + \sin\beta \cdot \sin\Phi \cdot \cos\theta + \sin\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\Phi \cdot \cos\theta] \\
&\quad \{A.3.16\}
\end{aligned}$$

Diese Gleichungen stimmen mit Vörsmann (1985) überein. Lenschow (1972) setzt die grau hinterlegten  $\sin\alpha \cdot \cos\beta$ -Terme ohne Begründung zu  $\sin\alpha$ . Zudem ist die Konvention nach Abb. 2.3 zu beachten. Obgleich der Fehler sehr klein ist, wird die exakte Lösung in Gln. A.3.14-16 in der Arbeit als Referenzlösung nach Lenschow (1972) verwendet.

### Einfluss von Drehbewegungen des Flugzeugs

Durch den räumlichen Abstand  $\bar{r}$  zwischen dem Flugwindvektormessort und dem Bezugspunkt der  $\bar{V}_{Kg}$ -Bestimmung, folgen aus Drehgeschwindigkeiten des Luftfahrzeugs induzierte Geschwindigkeitskomponenten am Flugwindvektormessort. Diese können alternativ als *induzierte* Anstell- und Schiebewinkel gesehen werden, die über die Transformation  $\underline{M}_{fa}$  scheinbare Windanteile hervorrufen und zu korrigieren sind. Gleichung 8.1 wird nach Lenschow (1972) erweitert:

$$\bar{V}_{Wg} = \bar{V}_{Kg} - \bar{V}_g + \bar{\Omega}_g \times \bar{r}_g \quad \{A.3.17\}$$

mit dem Drehratenvektor  $\bar{\Omega}_g$  und dem Hebelarmvektor  $\bar{r}_g$  im geodätischen Koordinatensystem. Vörsmann (1985) verwendet nicht die zeitlichen Ableitungen der Lagewinkel  $\dot{\theta}$  und  $\dot{\Psi}$ , da diese nicht als primäre Messgrößen vorliegen. Stattdessen werden die an flugzeugfest gemessenen Drehraten  $\bar{\Omega}_f$  verwendet und der Flugwindvektor  $\bar{V}_f$  im fKOS mit dem Hebelarmvektor  $\bar{r}_f$  im selben Koordinatensystem korrigiert:

$$\bar{V}_f = \underline{M}_{fa} \bar{V} - \bar{\Omega}_f \times \bar{r}_f \quad \{A.3.18\}$$

Hierbei gilt:

$$\bar{\Omega}_f = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad \{A.3.19\}$$

mit p, q, r – Drehraten um die x-, y-, z-Achse im flugzeugfesten Koordinatensystem, womit aus Gl. A.3.1 folgt:

$$\bar{\mathbf{V}}_{Wg} = \bar{\mathbf{V}}_{Kg} - \bar{\mathbf{V}}_g + \underline{\mathbf{M}}_{gf}(\bar{\boldsymbol{\Omega}}_f \times \bar{\mathbf{r}}_f) \quad \{A.3.20\}$$

Hierbei wird gegenüber Lenschow (1972) die die Erddrehrate und Drehraten aufgrund der Bewegung des Luftfahrzeugs in der Horizontalebene des geodätischen Koordinatensystems vernachlässigt. Durch die Verwendung moderner Strapdown-Inertialmesseinheiten in Verbindung mit satellitenbasierte Stützung und Zustandsschätzern fällt der Frage nach der primären Messgröße keine Bedeutung mehr zu, sondern führt allenfalls auf die Frage der numerischen Konditionierung. Die tiefe Kopplung von Drehraten und Lagewinkeln sorgt für eine Gleichwertigkeit der verbleibenden Fehler, zumal auch in der Formulierung von Vörsmann (1985) die mittels der flugzeugfest gemessenen Drehraten bestimmten Lagewinkel für die Transformation  $\underline{\mathbf{M}}_{gf}$  benötigt werden.

Nach Lenschow (1972) gilt für den Drehratenvektor:

$$\bar{\boldsymbol{\Omega}}_g = \begin{bmatrix} -\dot{\Theta}\sin\Psi + \dot{\Phi}\cos\Theta\cos\Psi \\ \dot{\Theta}\cos\Psi + \dot{\Phi}\cos\Theta\sin\Psi \\ \dot{\Psi} - \dot{\Phi}\sin\Theta \end{bmatrix} \quad \{A.3.21\}$$

wobei die Ermittlung der Lagewinkel mittels GNSS-gestützter Strapdown-Inertial-Messeinheiten die Erddrehrate und die Drehbewegung durch Bewegung in der Horizontalebene des geodätischen Koordinatensystems bereits einschließt (Chatfield, 1997). In Gl. A.3.18 ließe sich  $\bar{\boldsymbol{\Omega}}_f$  um die besagten Anteile korrigieren, worauf hier jedoch verzichtet wird.

Der Hebelarmvektor  $\bar{\mathbf{r}}$  ist im flugzeugfesten Koordinatensystem einfach zu handhaben, da er für ein starres Flugzeug als konstant anzusehen ist und mögliche Korrekturen durch die elastische Verformung des Luftfahrzeugs hier am einfachsten vorgenommen werden könnten:

$$\bar{\mathbf{r}}_f = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix}_f \quad \{A.3.22\}$$

Da üblicherweise  $r_y$  und  $r_z$  sehr klein sind, wird oftmals  $\bar{\mathbf{r}}_f = \begin{bmatrix} r_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  vereinfacht, worauf jedoch hier verzichtet wird, wenngleich aus Gl. A.3.26 der Umfang der möglichen Vereinfachung durch Nullterme ersichtlich ist:

$$\bar{\mathbf{r}}_g = \underline{\mathbf{M}}_{gf}\bar{\mathbf{r}}_f \quad \{A.3.23\}$$

$$\bar{\mathbf{r}}_g = \begin{bmatrix} \cos\Theta \cdot \cos\Psi & \sin\Phi \cdot \sin\Theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi & \cos\Phi \cdot \sin\Theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi \\ \cos\Theta \cdot \sin\Psi & \sin\Phi \cdot \sin\Theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi & \cos\Phi \cdot \sin\Theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi \\ -\sin\Theta & \sin\Phi \cdot \cos\Theta & \cos\Phi \cdot \cos\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \quad \{A.3.24\}$$

$$\bar{r}_g = \begin{bmatrix} r_x \cdot \cos\theta \cdot \cos\Psi + r_y \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi) + r_z \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi) \\ r_x \cdot \cos\theta \cdot \sin\Psi + r_y \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi) + r_z \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi) \\ -r_x \cdot \sin\theta + r_y \cdot \sin\Phi \cdot \cos\theta + r_z \cdot \cos\Phi \cdot \cos\theta \end{bmatrix} \quad \{A.3.25\}$$

Somit folgt  $\bar{\Omega}_g \times \bar{r}_g$  zu:

$$\bar{\Omega}_g \times \bar{r}_g = \begin{bmatrix} -\dot{\theta}\sin\Psi + \dot{\Phi}\cos\theta\cos\Psi \\ \dot{\theta}\cos\Psi + \dot{\Phi}\cos\theta\sin\Psi \\ \dot{\Psi} - \dot{\Phi}\sin\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} r_x \cdot \cos\theta \cdot \cos\Psi + r_y \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi) + r_z \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi) \\ r_x \cdot \cos\theta \cdot \sin\Psi + r_y \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi) + r_z \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi) \\ -r_x \cdot \sin\theta + r_y \cdot \sin\Phi \cdot \cos\theta + r_z \cdot \cos\Phi \cdot \cos\theta \end{bmatrix} \quad \{A.3.26\}$$

In Komponenten aufgelöst lautet die Drehratenkorrektur nach Lenschow (1972) mit vollständigem Hebelarm:

$$u_{g\Omega, \text{Len}} = (\dot{\theta}\cos\Psi + \dot{\Phi}\cos\theta\sin\Psi) \cdot (-r_x \cdot \sin\theta + r_y \cdot \sin\Phi \cdot \cos\theta + r_z \cdot \cos\Phi \cdot \cos\theta) \\ - (\dot{\Psi} - \dot{\Phi}\sin\theta) \cdot [r_x \cdot \cos\theta \cdot \sin\Psi + r_y \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi) \\ + r_z \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi)] \quad \{A.3.27\}$$

$$v_{g\Omega, \text{Len}} = (\dot{\Psi} - \dot{\Phi}\sin\theta) \cdot [r_x \cdot \cos\theta \cdot \cos\Psi + r_y \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi) \\ + r_z \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi)] \\ - (\dot{\theta}\sin\Psi + \dot{\Phi}\cos\theta\cos\Psi) \cdot (-r_x \cdot \sin\theta + r_y \cdot \sin\Phi \cdot \cos\theta + r_z \cdot \cos\Phi \cdot \cos\theta) \quad \{A.3.28\}$$

$$w_{g\Omega, \text{Len}} = (-\dot{\theta}\sin\Psi + \dot{\Phi}\cos\theta\cos\Psi) \cdot [r_x \cdot \cos\theta \cdot \sin\Psi + r_y \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi) \\ + r_z \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi)] \\ - (\dot{\theta}\cos\Psi + \dot{\Phi}\cos\theta\sin\Psi) \cdot [r_x \cdot \cos\theta \cdot \cos\Psi + r_y \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi) \\ + r_z \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi)] \quad \{A.3.29\}$$

Für  $r_y = r_z = 0$  stimmen die Gln. 8.1.27-29 mit Lenschow (1972) überein.

Vörsmann (1985) setzt nach Gl. A.3.18 die Drehratenkorrektur im flugzeugfesten Koordinatensystem an. Mit Gl. A.3.19 und A.3.22 lautet das Kreuzprodukt  $\bar{\Omega}_f \times \bar{r}_f$ :

$$\bar{\Omega}_f \times \bar{r}_f = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \cdot r_z - r \cdot r_y \\ r \cdot r_x - p \cdot r_z \\ p \cdot r_y - q \cdot r_x \end{bmatrix} \quad \{A.3.30\}$$

$$\begin{aligned} M_{gr}(\bar{\Omega}_f \times \bar{r}_f) \\ = \begin{bmatrix} \cos\theta \cdot \cos\Psi & \sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi & \cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi \\ \cos\theta \cdot \sin\Psi & \sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi & \cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi \\ -\sin\theta & \sin\Phi \cdot \cos\theta & \cos\Phi \cdot \cos\theta \end{bmatrix} \\ \cdot \begin{bmatrix} q \cdot r_z - r \cdot r_y \\ r \cdot r_x - p \cdot r_z \\ p \cdot r_y - q \cdot r_x \end{bmatrix} \quad \{A.3.31\} \end{aligned}$$

In Komponenten aufgelöst lautet die Drehratenkorrektur nach Vörsmann (1985) mit vollständigem Hebelarm:

$$\begin{aligned} u_{g\Omega, V\ddot{o}rs} = & \cos\theta \cdot \cos\Psi \cdot (q \cdot r_z - r \cdot r_y) \\ & + (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi) \cdot (r \cdot r_x - p \cdot r_z) \\ & + (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi) \cdot (p \cdot r_y - q \cdot r_x) \quad \{A.1.32\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{g\Omega, V\ddot{o}rs} = & \cos\theta \cdot \sin\Psi \cdot (q \cdot r_z - r \cdot r_y) \\ & + (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi) \cdot (r \cdot r_x - p \cdot r_z) \\ & + (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi) \cdot (p \cdot r_y - q \cdot r_x) \quad \{A.3.33\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{g\Omega, V\ddot{o}rs} = & -\sin\theta \cdot (q \cdot r_z - r \cdot r_y) \\ & + \sin\Phi \cdot \cos\theta \cdot (r \cdot r_x - p \cdot r_z) \\ & + \cos\Phi \cdot \cos\theta \cdot (p \cdot r_y - q \cdot r_x) \quad \{A.3.34\} \end{aligned}$$

Vörsmann (1985) legt diese Komponenten nicht vor.

Gesamt gilt nach Lenschow (1972) unter Berücksichtigung des  $\cos\beta$ –Terms und des vollständigen Hebelarms  $\bar{r}_f$ :

$$\begin{aligned} u_{Wg, Len72} = & u_{Kg} - V_{TAS} \cdot [\cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\theta \cdot \cos\Psi \\ & + \sin\beta \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi) \\ & + \sin\alpha \cdot \cos\beta \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi)] \\ & + (\dot{\theta}\cos\Psi + \dot{\Phi}\cos\theta\sin\Psi) \cdot (-r_x \cdot \sin\theta + r_y \cdot \sin\Phi \cdot \cos\theta + r_z \cdot \cos\Phi \cdot \cos\theta) \\ & - (\dot{\Psi} - \dot{\Phi}\sin\theta) \cdot [r_x \cdot \cos\theta \cdot \sin\Psi + r_y \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi) \\ & + r_z \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi)] \quad \{A.3.35\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_{Wg,Len72} = v_{Kg} - V_{TAS} \cdot [ & \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\theta \cdot \sin\Psi \\
& + \sin\beta \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi) \\
& + \sin\alpha \cdot \cos\beta \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi)] \\
& + (\Psi - \Phi \sin\theta) \cdot [r_x \cdot \cos\theta \cdot \cos\Psi + r_y \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi) \\
& + r_z \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi)] \\
& - (-\dot{\theta} \sin\Psi + \dot{\Phi} \cos\theta \cos\Psi) \cdot (-r_x \cdot \sin\theta + r_y \cdot \sin\Phi \cdot \cos\theta + r_z \cdot \cos\Phi \cdot \cos\theta)
\end{aligned}
\tag{A.3.36}$$

$$\begin{aligned}
w_{Wg,Len72} = w_{Kg} - V_{TAS} \cdot [ & -\cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \sin\theta + \sin\beta \cdot \sin\Phi \cdot \cos\theta + \sin\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\Phi \cdot \cos\theta ] \\
& + (-\dot{\theta} \sin\Psi + \dot{\Phi} \cos\theta \cos\Psi) \cdot [r_x \cdot \cos\theta \cdot \sin\Psi \\
& + r_y \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi) \\
& + r_z \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi)] \\
& - (\dot{\theta} \cos\Psi + \dot{\Phi} \cos\theta \sin\Psi) \cdot [r_x \cdot \cos\theta \cdot \cos\Psi \\
& + r_y \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi) \\
& + r_z \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi)]
\end{aligned}
\tag{A.3.37}$$

Gesamt gilt nach Vörsmann (1985) mit Berücksichtigung des vollständigen Hebelarms  $\bar{r}_f$  :

$$\begin{aligned}
u_{Wg,Vörs85} = u_{Kg} - V_{TAS} \cdot [ & \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\theta \cdot \cos\Psi \\
& + \sin\beta \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi) \\
& + \sin\alpha \cdot \cos\beta \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi)] \\
& + \cos\theta \cdot \cos\Psi \cdot (q \cdot r_z - r \cdot r_y) \\
& + (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi) \cdot (r \cdot r_x - p \cdot r_z) \\
& + (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi) \cdot (p \cdot r_y - q \cdot r_x)
\end{aligned}
\tag{A.3.38}$$

$$\begin{aligned}
v_{Wg,Vörs85} = v_{Kg} - V_{TAS} \cdot [ & \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\theta \cdot \sin\Psi \\
& + \sin\beta \cdot (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi) \\
& + \sin\alpha \cdot \cos\beta \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi)] \\
& + \cos\theta \cdot \sin\Psi \cdot (q \cdot r_z - r \cdot r_y) \\
& + (\sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi) \cdot (r \cdot r_x - p \cdot r_z) \\
& + (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi) \cdot (p \cdot r_y - q \cdot r_x)
\end{aligned}
\tag{A.3.39}$$

$$\begin{aligned}
w_{Wg,Vörs85} = w_{Kg} - V_{TAS} \cdot [ & -\cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \sin\theta + \sin\beta \cdot \sin\Phi \cdot \cos\theta + \sin\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\Phi \cdot \cos\theta ] \\
& - \sin\theta \cdot (q \cdot r_z - r \cdot r_y) \\
& + \sin\Phi \cdot \cos\theta \cdot (r \cdot r_x - p \cdot r_z) \\
& + \cos\Phi \cdot \cos\theta \cdot (p \cdot r_y - q \cdot r_x)
\end{aligned}
\tag{A.3.40}$$

Formulierung nach Lenschow (1986):

In mehrere Quellen wird die Formulierung der Windmessgleichung nach Lenschow (1986) verwendet, z.B. Bange (2007) und Garman (2008). Die Motivation für diese in Lenschow (1972) dargestellte Herangehensweise ist nicht vollständig nachvollziehbar dargestellt. Auf die Erweiterung der Formulierungen auf den vollständigen Hebelarm wurde hier verzichtet. Es gilt:

$$D = \sqrt{1 + \tan^2 \alpha + \tan^2 \beta} \quad \{A.3.41\}$$

$$\begin{aligned} u_{Wg,Len86} = u_{Kg} - \frac{V_{TAS}}{D} \cdot [\cos\theta \cdot \cos\Psi - \tan\beta \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi) \\ + \tan\alpha \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi)] \\ - r_x \cdot (\dot{\Psi} \cdot \cos\theta \cdot \sin\Psi + \dot{\theta} \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi) \end{aligned} \quad \{A.3.42\}$$

$$\begin{aligned} v_{Wg,Len86} = v_{Kg} - \frac{V_{TAS}}{D} \cdot [\cos\theta \cdot \sin\Psi + \tan\beta \cdot (\cos\Phi \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi) \\ + \tan\alpha \cdot (\cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi)] \\ - r_x \cdot (-\dot{\Psi} \cdot \cos\theta \cdot \cos\Psi + \dot{\theta} \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi) \end{aligned} \quad \{A.3.43\}$$

$$\begin{aligned} w_{Wg,Len86} = w_{Kg} + \frac{V_{TAS}}{D} \cdot [\sin\theta - \tan\beta \cdot \sin\Phi \cdot \cos\theta - \tan\alpha \cdot \cos\Phi \cdot \cos\theta] \\ - r_x \cdot \dot{\theta} \cdot \cos\theta \end{aligned} \quad \{A.3.44\}$$

Die Formeln nach Lenschow (1986) weisen dieselbe Struktur wie die Formeln nach Lenschow (1972) und Vörsmann (1985) auf. Die Ergebnisse der numerischen Anwendung zeigen geringfügige Unterschiede der drei Formulierungen untereinander.



#### A.4 Bestimmung der Flugleistung aus Bahn- und Windgeschwindigkeitsvektor

Aus gemessenen Flugzustandsgrößen und dem als bekannt angenommenen Windvektor soll auf die Flugleistung des verwendeten Segelflugzeugs geschlossen werden. Dies entspricht der Aufgabe bei der Ermittlung der Flugleistung des Referenzflugzeugs (z.B. im Höhenstufenverfahren) und der zweiten Teilaufgabe bei der Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen im Vergleichsflugverfahren, nachdem mittels eines Referenzsegelflugzeugs der lokale Windvektor gemessen wurde. Es wird angenommen, dass der Anströmwinkel nicht gemessen wird, hingegen die Lagewinkel vorliegen. Die Flugleistung des Segelflugzeugs kann mit Bahn- und Windgeschwindigkeitsvektor und deren zeitlichen Ableitungen, sowie der Flugmasse und der lokalen Gravitation durch Auflösen der Winkelbeziehungen und des Gleichgewichts von Beschleunigungen und Luftkräften direkt bestimmt werden. Das prinzipielle Vorgehen lautet (Gleichungssystem C):

$$(C.I) \quad \bar{R}_g^A = m \cdot g \cdot \bar{n}_g^m \quad \{A.4.1\}$$

$$(C.II) \quad \bar{V}_{ag} = \bar{V}_{Kg} - \bar{V}_{Wg} \quad \{A.4.2\}$$

Die Richtung des Flugwindvektors im geodätischen Koordinatensystem  $\bar{V}_{ag}$  entspricht der Richtung der  $x_a$ -Achse im geodätischen Koordinatensystem:

$$\bar{x}_{ag} = \bar{V}_{ag} / |\bar{V}_{ag}| \quad \{A.4.3\}$$

(C.III) Der Normalenvektor zur Symmetrieebene des Flugzeugs  $\bar{N}_f = [0 \ 1 \ 0]^T$  lautet im geodätischen Koordinatensystem

$$\bar{N}_g = \underline{M}_{gf} \bar{N}_f \quad \{A.4.4\}$$

(C.IV) Nach DIN9300 (1990) liegt die  $z_a$ -Achse in der  $x_f$ - $z_f$ -Ebene senkrecht zu  $x_a$ :

$$\bar{z}_{ag} = \bar{x}_{ag} \times \bar{N}_g \quad \{A.4.5\}$$

(C.V) Das aerodynamische Koordinatensystem beschrieben im geodätischen Koordinatensystem wird vervollständigt:

$$\bar{y}_{ag} = \bar{x}_{ag} \times \bar{z}_{ag} \quad \{A.4.6\}$$

(C.VI) Der Luftkraftvektor im geodätischen Koordinatensystem wird auf das aerodynamische Koordinatensystem abgebildet, womit die Flugleistung ermittelt ist:

$$\bar{R}_g^A \rightarrow \bar{R}_a^A \quad \{A.4.7\}$$

Die Querkraft  $Q$  ist nach Gl. 6.10 im allgemeinen Fall aufgrund von Messfehlern und dem realen Flugzeugverhalten von Null verschieden. Mit den vorhandenen Daten können die Anströmwinkel  $\alpha$  und  $\beta$  bestimmt und damit ins Verhältnis gesetzt werden.

## A.5 Diagramme zur Fehlereinflussanalyse

In diesem Kapitel sind die einzelnen Diagramme zur Fehlereinflussanalyse in Kap. 7.2.2 abgebildet. Die y-Achsen der Diagramme sind zur besseren Aussagekraft je Unterkapitel auf drei Bereiche skaliert, die sich jeweils um eine bzw. zwei Größenordnungen unterscheiden.

### A.5.1 Fehlereinflüsse auf den Vertikalwind $w_{Wg}$

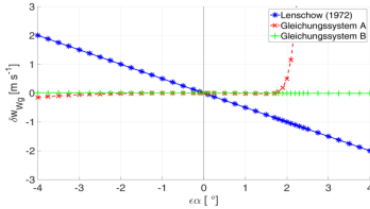


Abb. A.17:  $\delta w_{Wg}$  infolge  $\varepsilon\alpha$

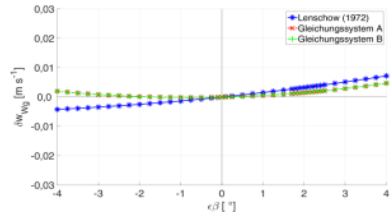


Abb. A.18:  $\delta w_{Wg}$  infolge  $\varepsilon\beta$

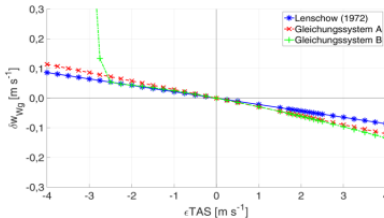


Abb. A.19:  $\delta w_{Wg}$  infolge  $\varepsilon TAS$

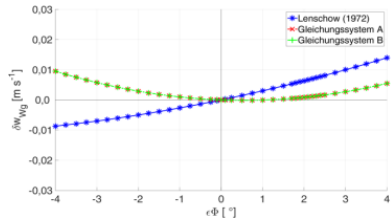


Abb. A.20:  $\delta w_{Wg}$  infolge  $\varepsilon\Phi$

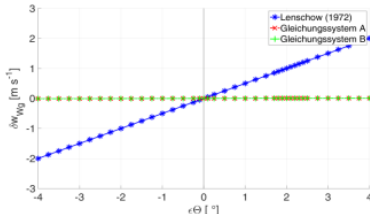


Abb. A.21:  $\delta w_{Wg}$  infolge  $\varepsilon\Theta$

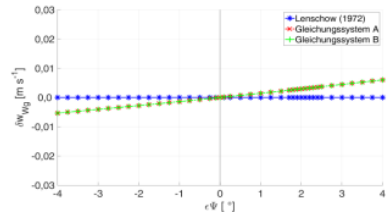


Abb. A.22:  $\delta w_{Wg}$  infolge  $\varepsilon\Psi$

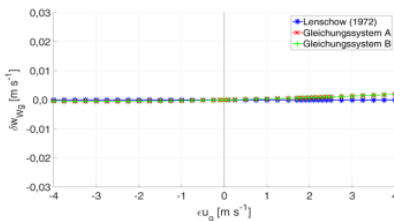


Abb. A.23:  $\delta w_{Wg}$  infolge  $\varepsilon u_{kg}$

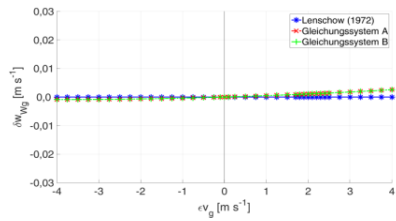
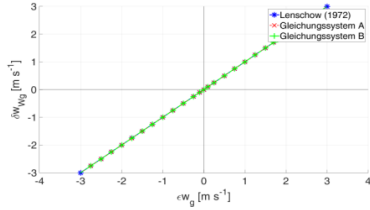
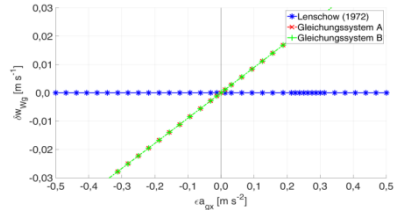
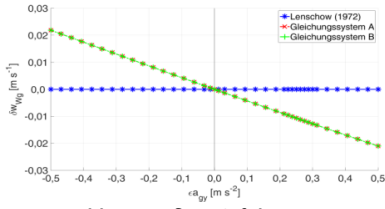
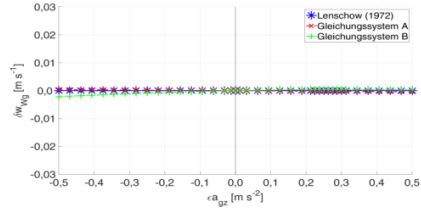
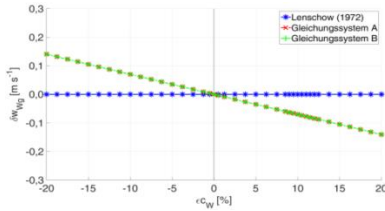
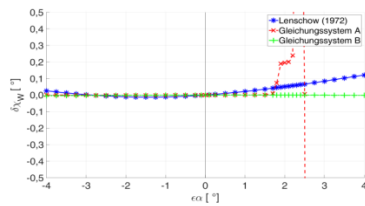
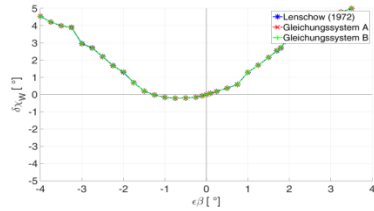
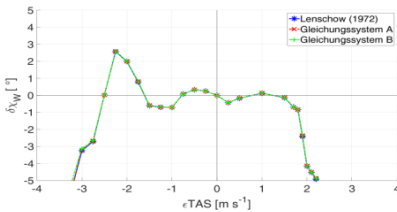
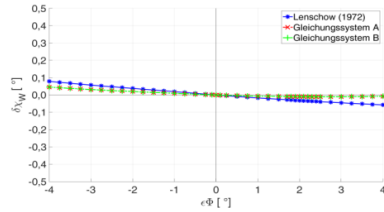
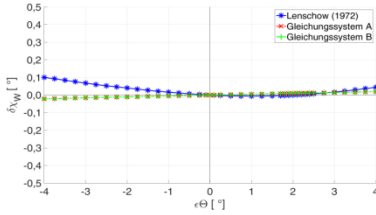
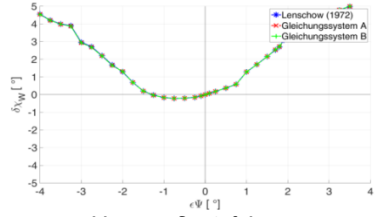
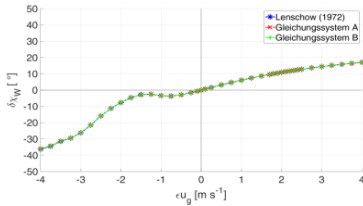
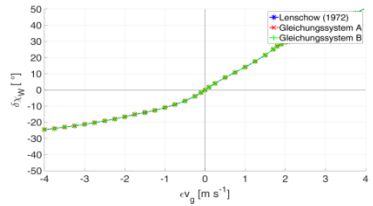
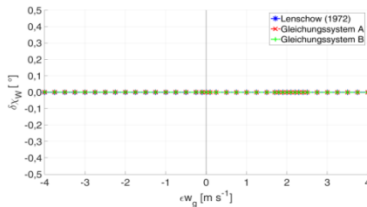
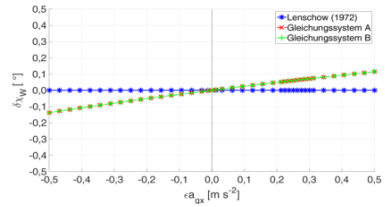
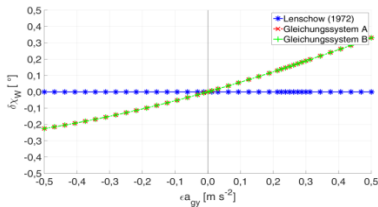
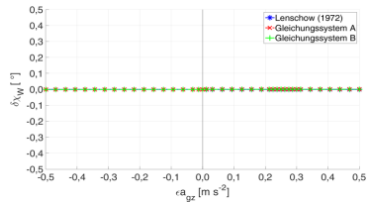
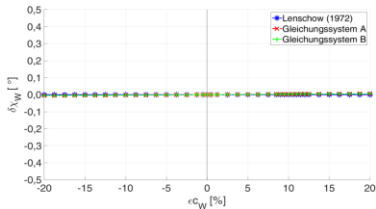
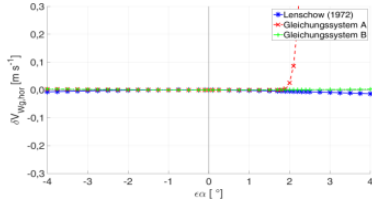
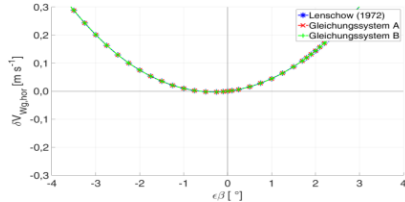
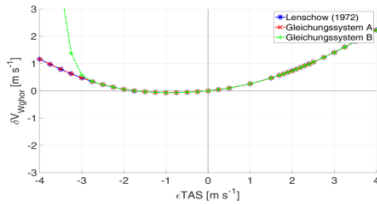
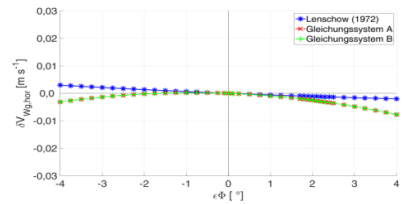
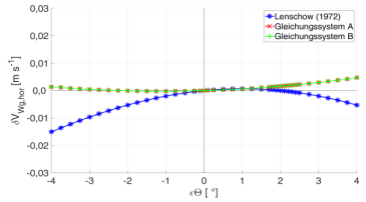
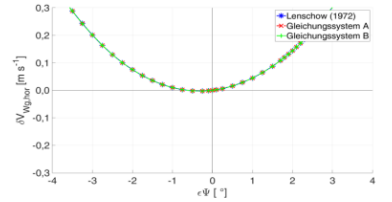
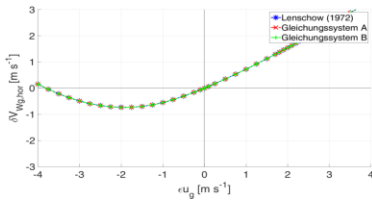
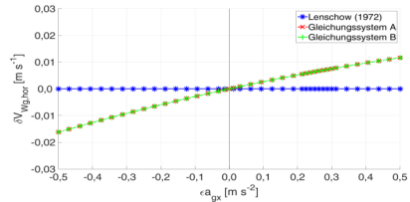
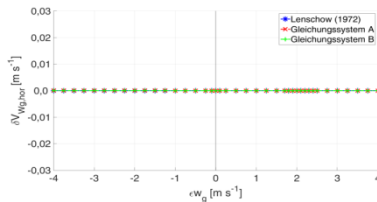
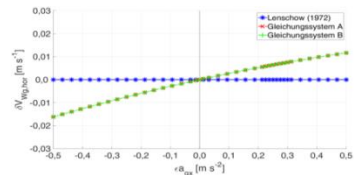


Abb. A.24:  $\delta w_{Wg}$  infolge  $\varepsilon v_{kg}$

Abb. A.25:  $\delta w_{Wg}$  infolge  $\varepsilon w_{kg}$ Abb. A.26:  $\delta w_{Wg}$  infolge  $\varepsilon a_{gx}$ Abb. A.27:  $\delta w_{Wg}$  infolge  $\varepsilon a_{gy}$ Abb. A.28:  $\delta w_{Wg}$  infolge  $\varepsilon a_{gz}$ Abb. A.29:  $\delta w_{Wg}$  infolge  $\varepsilon c_W$ A.5.2 Fehlereinflüsse auf die Windrichtung  $\chi_W$ Abb. A.30:  $\delta \chi_W$  infolge  $\varepsilon \alpha$ Abb. A.31:  $\delta \chi_W$  infolge  $\varepsilon \beta$ Abb. A.32:  $\delta \chi_W$  infolge  $\varepsilon TAS$ Abb. A.33:  $\delta \chi_W$  infolge  $\varepsilon \Phi$

Abb. A.34:  $\delta\chi_W$  infolge  $\varepsilon\Theta$ Abb. A.35:  $\delta\chi_W$  infolge  $\varepsilon\Psi$ Abb. A.36:  $\delta\chi_W$  infolge  $\varepsilon u_{kg}$ Abb. A.37:  $\delta\chi_W$  infolge  $\varepsilon v_{kg}$ Abb. A.38:  $\delta\chi_W$  infolge  $\varepsilon w_{kg}$ Abb. A.39:  $\delta\chi_W$  infolge  $\varepsilon a_{gx}$ Abb. A.40:  $\delta\chi_W$  infolge  $\varepsilon a_{gy}$ Abb. A.41:  $\delta\chi_W$  infolge  $\varepsilon a_{gz}$ Abb. A.42:  $\delta\chi_W$  infolge  $\varepsilon c_W$

A.5.3 Fehlereinflüsse auf die horizontale Windgeschwindigkeit  $V_{Wg,hor}$ Abb. A.43:  $\delta V_{Wg,hor}$  infolge  $\varepsilon\alpha$ Abb. A.44:  $\delta V_{Wg,hor}$  infolge  $\varepsilon\beta$ Abb. A.45:  $\delta V_{Wg,hor}$  infolge  $\varepsilon TAS$ Abb. A.46:  $\delta V_{Wg,hor}$  infolge  $\varepsilon\Phi$ Abb. A.47:  $\delta V_{Wg,hor}$  infolge  $\varepsilon\Theta$ Abb. A.48:  $\delta V_{Wg,hor}$  infolge  $\varepsilon\Psi$ Abb. A.49:  $\delta V_{Wg,hor}$  infolge  $\varepsilon u_{kg}$ Abb. A.50:  $\delta V_{Wg,hor}$  infolge  $\varepsilon v_{kg}$ Abb. A.51:  $\delta V_{Wg,hor}$  infolge  $\varepsilon w_{kg}$ Abb. A.52:  $\delta V_{Wg,hor}$  infolge  $\varepsilon a_{gx}$

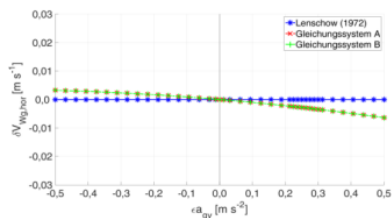


Abb. A.53:  $\delta V_{Wg,hor}$  infolge  $\epsilon a_{gy}$

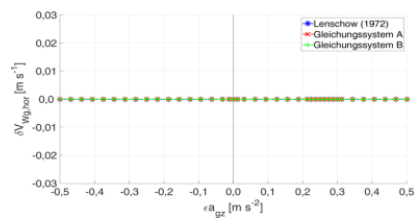


Abb. A.54:  $\delta V_{Wg,hor}$  infolge  $\epsilon a_{gz}$

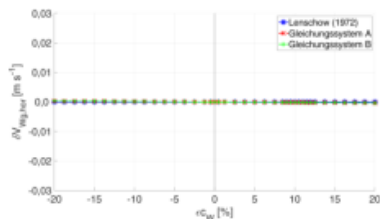


Abb. A.55:  $\delta V_{Wg,hor}$  infolge  $\epsilon c_W$

## A.6 Koordinatensysteme und Transformationsmatrizen

### *Koordinatensysteme*

Die dieser Arbeit zu Grunde liegenden Koordinatensysteme werden hier kurz dargestellt, in Teilen unverändert zitiert aus Pätzold (2004):

#### Inertiales Bezugssystem (ECI – Earth-centered Inertial)

Index: i

Ursprung: Geozentrum (Massenzentrum der Erde)

$x_i$ -Achse: in Richtung Frühlingspunkt (Richtung der Schnittlinie der Erdäquatorebene mit der Ebene der Ekliptik) zur Epoche  $t_0 = J2000$  (1. Januar 2000)

$y_i$ -Achse: Ergänzt  $x_i$  und  $z_i$  zu einem Rechtssystem

$z_i$ -Achse: in der Rotationsachse der Erde zur Epoche  $t_0$  (normal zur Erdäquatorebene)

#### Erdfestes Koordinatensystem (ECEF – Earth-centered Earth-fixed)

Das erdfeste Koordinatensystem stimmt zur Epoche  $t_0$  mit dem angenommenen inertialen Bezugssystem überein und rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_E$  um die  $z_i$ -Achse (Abb. A.56).

Index: e

Ursprung: Geozentrum (Massenzentrum der Erde)

$x_e$ -Achse: In der Äquatorebene durch den Nullmeridian (Greenwich)

$y_e$ -Achse: Ergänzt  $x_e$  und  $z_e$  zu einem orthogonalen Rechtssystem

$z_e$ -Achse: in der Rotationsachse der Erde zur Epoche  $t_0$  (normal zur Erdäquatorebene)

Die Form der Erde im erdfesten Koordinatensystem wird mit dem World Geodetic System WGS84 (NIMA, 2000) als Rotationsellipsoid beschrieben. Es wird vom Satellitennavigationssystem GPS und deshalb auch in dieser Arbeit verwendet. Andere Definitionen sind möglich (DVW, 2012). Die kennzeichnenden Parameter des Rotationsellipsoiden sind in Tab. A.5 zusammengefasst. Verbunden mit der geometrischen Definition ist ein Gravitationsmodell.

Die Abplattung des Rotationsellipsoiden an den Polen wird durch die erste numerische Exzentrizität ausgedrückt. Die Referenzoberfläche ergibt sich durch die Drehung der Meridianellipse um die kleine Halbachse  $b$ . Zwischen den Größen  $a$ ,  $b$  und  $e$  besteht folgender Zusammenhang:

$$e^2 = 1 - (b/a)^2 \quad \{A.6.1\}$$

Zur Beschreibung von Bewegungen auf dem Ellipsoiden sind der Meridiankrümmungsradius  $M$  und der Querkrümmungsradius  $N$  zu bestimmen. Der Meridiankrümmungsradius  $M$  ist der Radius, der am besten mit der Krümmung des elliptischen Meridians im Punkt  $P$ , bei der

Parameter			Unsicherheit $\sigma$
Große Halbachse	a	6378137 m	$\pm 2\text{m}$
Erste numerische Exzentrizität	e	0,0818191908426	
Gravitationskonstante einschließlich Atmosphäre	$\gamma$	$3986005 \cdot 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$	$\pm 0,5 \cdot 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
Erddrehgeschwindigkeit	$\Omega_E$	$7292115 \cdot 10^{-11} \text{ rad s}^{-1}$	$\pm 0,15 \cdot 10^{-11} \text{ rad s}^{-1}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	$299792458 \text{ m s}^{-1}$	$\pm 1,2 \text{ m s}^{-1}$

**Tab. A.5: Kennzeichnende Parameter des WGS84 (NIMA, 2000)**

geodätischen Breite  $\varphi$ , übereinstimmt (Abb. A.56). Er wird für die Beschreibung von Nord-Süd-Bewegungen benötigt.

$$M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{3/2}} \quad \{\text{A.6.2}\}$$

Für Nord-Süd-Bewegungen in der Höhe  $h$  über dem Ellipsoiden wird der Radius  $R_{\text{North}}$  eingeführt:

$$R_{\text{North}} = R_N = M + h \quad \{\text{A.6.3}\}$$

Der Querkrümmungsradius  $N$  beschreibt den Radius des Kreises, der in der Ost-West-Vertikalebene den Ellipsoiden im Punkt  $P$  am besten tangiert und wird für Ost-West-Bewegungen wie folgt festgelegt:

$$N = \frac{a}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{1/2}} \quad \{\text{A.6.4}\}$$

Für die Beschreibung von Ost-West-Bewegungen über dem Ellipsoiden wird entsprechend der Radius  $R_{\text{East}}$  definiert:

$$R_{\text{East}} = R_E = N + h \quad \{\text{A.6.5}\}$$

Der mittlere Erdradius beträgt

$$R = \sqrt{a^2\cos^2\varphi + b^2\sin^2\varphi} \quad \{\text{A.6.6}\}$$

Der mit den Bezeichnungen der Himmelsrichtung verbundene Nordpol bezeichnet den Schnittpunkt der Erddrehachse zur Epoche  $t_0$  mit der Ellipsoidoberfläche in positiver  $z_e$ -Richtung (IERS Reference Pole – IRP). Dessen Position ist nach der Definition des WGS84 durch eine Unsicherheit von  $0.005''$  in der Rotationsachsenrichtung bestimmt.

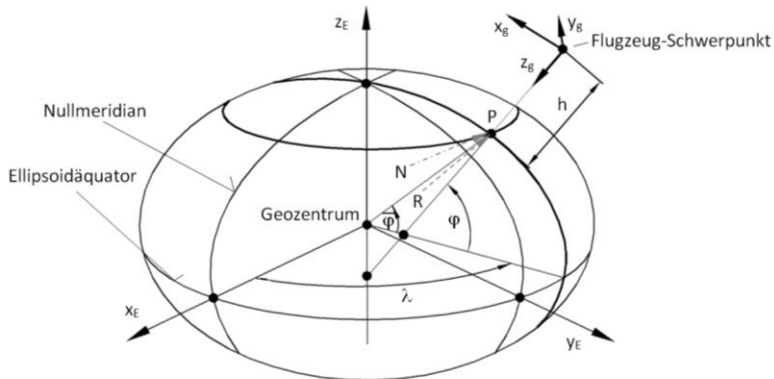
Die Darstellung eines Punktes im erdfesten Koordinatensystem erfolgt zweckmäßigerweise nicht in den kartesischen Koordinaten  $(x_e, y_e, z_e)$ , sondern in geodätischen (ellipsoidnormalen) Koordinaten:

- $\varphi$  – Geodätische (geographische) Breite
- $\lambda$  – Geodätische (geographische) Länge
- $h$  – Ellipsoidische Höhe (Höhe über der Ellipsoidoberfläche, normal zur Tangentialebene im Punkt  $P$ )



Die Breite  $\varphi$  benennt den Winkel zwischen der  $y_g$ - $z_g$ -Ebene und der Äquatorebene. Die  $z_g$ -Achse verläuft dabei für Positionen außerhalb der Äquatorebene und der Pole nicht durch das Geozentrum und ist dabei von der geozentrischen Breite  $\bar{\varphi}$  verschieden (Abb. A.56):

$$\tan \bar{\varphi} = \frac{b^2}{a^2} \tan \varphi \quad \{A.6.7\}$$



**Abb. A.56: Erdfestes und geodätisches Koordinatensystem (nach Pätzold, 2004)**

#### Geodätisches Koordinatensystem

(DIN9300, 1990; auch Navigationskoordinatensystem; NED – North East Down)

Index: g

Ursprung: Flugzeugschwerpunkt

$x_g$ -Achse:  $x_e$ -Achse liegt in der  $x_g$ - $z_g$ -Ebene, nach Norden positiv

$y_g$ -Achse: Ergänzt  $x_g$  und  $z_g$  zu einem orthogonalen Rechtssystem, positiv in Richtung Osten

$z_g$ -Achse: Normal zur Ellipsoidtangentelebene in Richtung Erdmittelpunkt

#### Flugzeugfestes Koordinatensystem (DIN9300, 1990)

Index: f

Ursprung: Flugzeugschwerpunkt

$x_f$ -Achse: Längsachse, festgelegte charakteristische Bezugslinie in Flugrichtung, üblicherweise in der vertikalen Symmetrieebene

$y_f$ -Achse: Querachse, senkrecht zur Bezugsebene (Symmetrieebene) nach Steuerbord

$z_f$ -Achse: Hochachse, üblicherweise kennzeichnen  $x_f$  und  $z_f$  die Symmetrieebene des Flugzeugs

Bahnachsenkoordinatensystem (Kinematisches Koordinatensystem; LN9300, 1970)

- Index: k
- Ursprung: Flugzeugschwerpunkt
- $x_k$ -Achse: Bahnachse, in Richtung und Richtungssinn des Bahngeschwindigkeitsvektors
- $y_k$ -Achse: Senkrecht zu  $x_k$  in der  $x_g$ - $y_g$ -Ebene, positiv nach Steuerbord
- $z_k$ -Achse: Ergänzt  $x_k$  und  $y_k$  zu einem orthogonalen Rechtssystem, positiv nach unten

Aerodynamisches Koordinatensystem (DIN9300, 1990)

- Index: a
- Ursprung: Flugzeugschwerpunkt
- $x_a$ -Achse: Flugwindachse, in Richtung und Richtungssinn des Flugwindvektors
- $y_a$ -Achse: Querkraftachse, senkrecht zu  $x_a$  und zu  $z_a$ , positiv nach Steuerbord
- $z_a$ -Achse: Auftriebsachse, in der  $x_f$ - $z_f$ -Ebene senkrecht zu  $x_a$  und  $y_a$  sodass ein orthogonales Rechtssystem entsteht

Bezug der Koordinatensysteme zueinander

Die Transformationswege zwischen den Koordinatensystemen werden in Abb. A.57 in einer modifizierten Grafik nach Buchholz (2016) dargestellt. Von inhaltlicher Relevanz sind in der vorliegenden Arbeit die vier rot schattiert markierten Transformationsmatrizen, die nachfolgend mit ihren Komponenten aufgelistet sind.

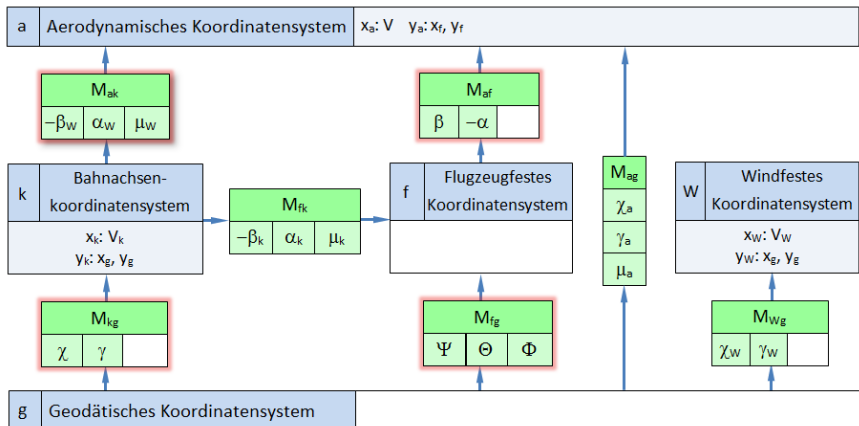


Abb. A.57: Bezug der Koordinatensysteme untereinander (nach Buchholz, 2016)

Transformationsmatrizen


$$\underline{M}_{fa} = \begin{bmatrix} \cos\alpha \cdot \cos\beta & -\cos\alpha \cdot \sin\beta & -\sin\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ \sin\alpha \cdot \cos\beta & -\sin\alpha \cdot \sin\beta & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad \{\text{A.6.1}\}$$

$$\begin{aligned} & \underline{M}_{gf} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\theta \cdot \cos\Psi & \sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi - \cos\Phi \cdot \sin\Psi & \cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \cos\Psi + \sin\Phi \cdot \sin\Psi \\ \cos\theta \cdot \sin\Psi & \sin\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi + \cos\Phi \cdot \cos\Psi & \cos\Phi \cdot \sin\theta \cdot \sin\Psi - \sin\Phi \cdot \cos\Psi \\ -\sin\theta & \sin\Phi \cdot \cos\theta & \cos\Phi \cdot \cos\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \{\text{A.6.2}\}$$

$$\underline{M}_{ka} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_W \cos\beta_W & \cos\alpha_W \sin\beta_W & \sin\alpha_W \\ -\sin\beta_W \cos\mu_W + \sin\alpha_W \cos\beta_W \sin\mu_W & \cos\beta_W \cos\mu_W + \sin\alpha_W \sin\beta_W \sin\mu_W & -\cos\alpha_W \sin\mu_W \\ -\sin\beta_W \sin\mu_W - \sin\alpha_W \cos\beta_W \cos\mu_W & \cos\beta_W \sin\mu_W - \sin\alpha_W \sin\beta_W \cos\mu_W & \cos\alpha_W \cos\mu_W \end{bmatrix} \quad \{\text{A.6.3}\}$$

$$\underline{M}_{kg} = \begin{bmatrix} \cos\gamma \cdot \cos\chi & \cos\gamma \cdot \sin\chi & -\sin\gamma \\ -\sin\chi & \cos\chi & 0 \\ \sin\gamma \cdot \cos\chi & \sin\gamma \cdot \sin\chi & \cos\gamma \end{bmatrix} \quad \{\text{A.6.4}\}$$

$$\underline{M}_{yx} = \underline{M}_{xy}^{-1} = \underline{M}_{xy}^T \quad \{\text{A.6.5}\}$$



© Technische Universität Braunschweig  
Niedersächsisches Forschungszentrum für Luftfahrt  
Hermann-Blenk-Straße 27  
38108 Braunschweig  
Telefon +49 531 391-9822  
Telefax +49 531 391-9804  
[nfl@tu-braunschweig.de](mailto:nfl@tu-braunschweig.de)  
[www.nfl.tu-braunschweig.de](http://www.nfl.tu-braunschweig.de)

**ISBN 978-3-947623-00-6**